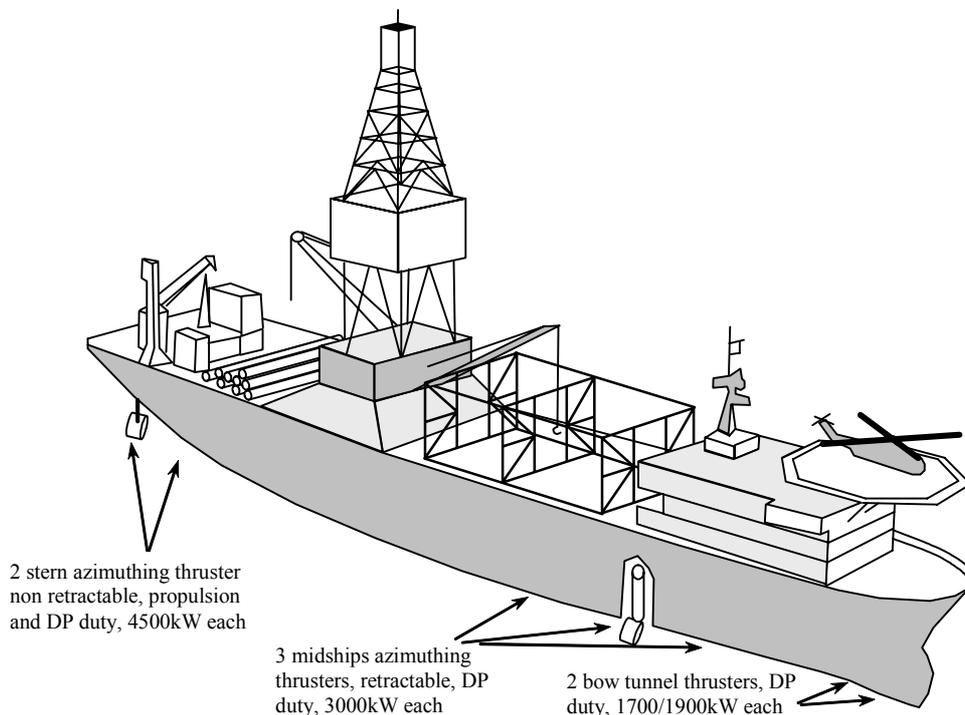


# Le navire tout électrique

Vous allez étudier dans ce sujet le système de production d'énergie d'un navire tout électrique qui est conçu pour travailler en eaux profondes (3100m) afin de réaliser des forages jusqu'à 6500m.



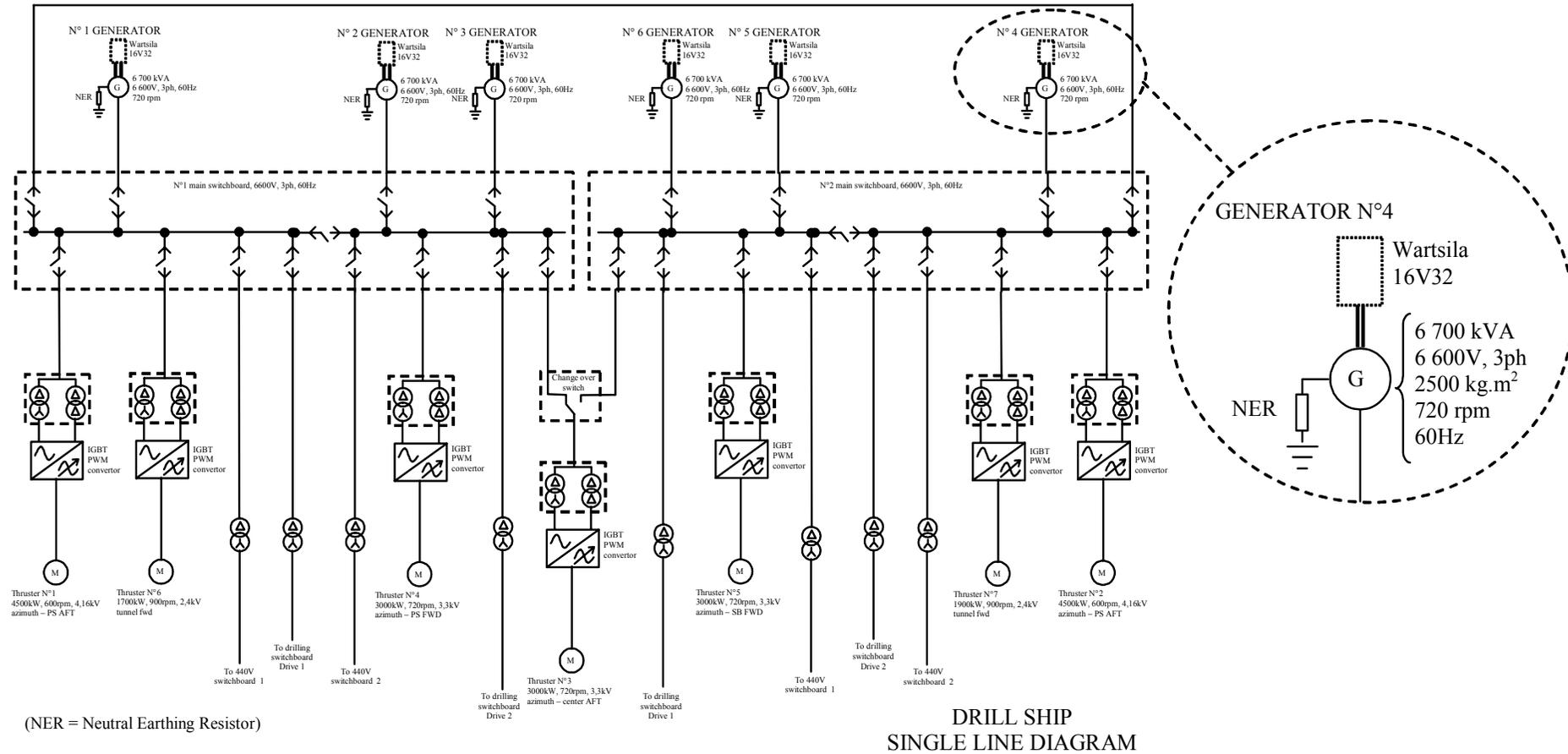
Un des avantages de ce type de navire tout électrique est de permettre le positionnement des systèmes de production d'énergie (diesels marins ou turbines à gaz) indépendamment du positionnement des systèmes de propulsion (Moteurs / hélices) : il n'y a pas de liaison mécanique par ligne d'arbres.

Le navire étudié est équipé pour la production d'énergie primaire (Prime mover) de six moteurs diesels. Pour ses déplacements et pour sa stabilisation dynamique lors des phases de forage, il dispose de sept systèmes électriques de propulsion qui sont répartis comme suit :

- deux systèmes à la poupe, non rétractables, orientables, de 4,5 MW chacun, destinés au déplacement et au positionnement dynamique,
- trois systèmes en position centrale, rétractables, orientables de 3 MW chacun destinés au positionnement dynamique et occasionnellement au déplacement,
- deux systèmes d'étrave, de 1,7 MW et 1,9 MW destinés au positionnement dynamique et au déplacement latéral de l'étrave.

Pour fournir les 21,6 MW de puissance aux moteurs et pour alimenter l'ensemble des auxiliaires, ce navire dispose de six moteurs diesels (Wartsila 16V32).

Le schéma filaire du réseau de bord est le suivant :



Sur ce navire tout électrique, vous allez vous intéresser plus particulièrement :

- à la modélisation d'un groupe diesel – générateur (partie I),
- à la régulation de vitesse d'un groupe (partie II),
- à la répartition de puissance délivrée au réseau (partie III),
- à l'asservissement de vitesse des groupes (partie IV).

### Quelques indications préliminaires :

Vous effectuerez toutes les applications numériques dans les unités du système international. Pour les vitesses de rotation et les angles, vous devrez en plus, donner ces résultats en tour par minute ( $\text{tr.min}^{-1}$ ) et en degré ( $^\circ$ ).

Vous ne donnerez pas les valeurs **numériques** des résultats sous une forme fractionnaires ( $5/3$  etc...). Vous **conserverez** les valeurs numériques avec suffisamment de précision pour mener à bien les calculs et pour propager correctement les valeurs dans les calculs. Si nécessaire, vous **présenterez** les résultats numériques sous forme arrondie et formatée à l'échelle adéquate (M, k, m,  $\mu$ , n etc.), cet arrondi et cette mise à l'échelle étant laissés à votre libre appréciation.

Sauf indication contraire, les fonctions de transfert seront présentées sous la forme dite canonique suivante : un gain statique et une fraction de deux polynômes en  $p$  avec le coefficient du terme  $p^0$  unitaire : 
$$F(p) = K \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n}{1 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_m p^m}$$

Enfin, les diagrammes de Bode des fonctions de transfert seront tracés avec en abscisse, les pulsations.

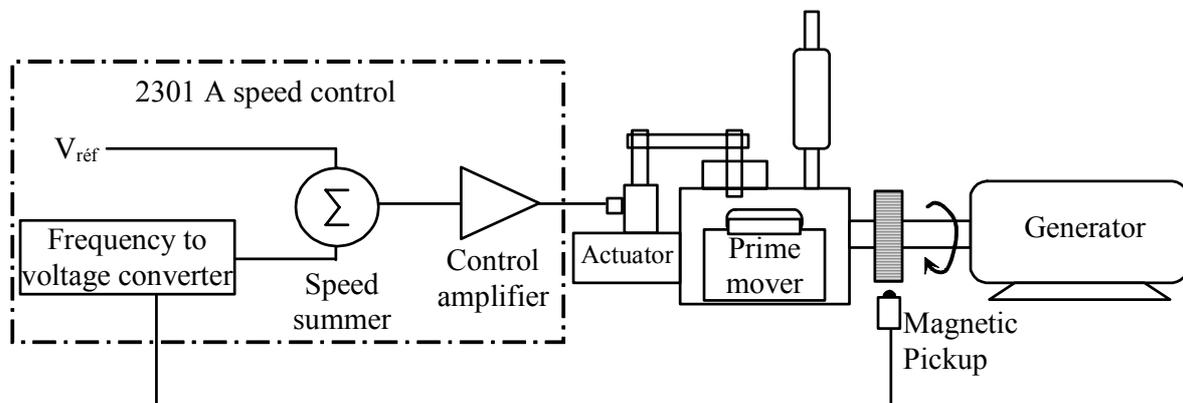
## Partie I : Étude de la modélisation d'un groupe

Dans cette partie, vous allez étudier la modélisation d'un des six groupes de production d'électricité (**voir zoom du schéma filaire**). Ces six groupes sont identiques. Ils sont conçus chacun autour d'un moteur diesel accouplé à un alternateur.

### I – 1 : Présentation générale

Ce système est constitué :

- d'un moteur diesel Wartsila 16V32 (prime mover),
  - d'un actionneur mécanique angulaire Woodward EG10P (actuator),
  - d'un alternateur (Generator),
  - d'un capteur de vitesse magnétique (Magnetic Pick Up),
  - d'un régulateur électronique Woodward 2301 A (speed control),
- selon la structure suivante :



### Voici quelques données relatives aux matériels installés :

Pour le moteur diesel (Wartsila 16V32) se reporter à l'annexe A.

L'actionneur angulaire EG10P est piloté par une boucle de courant. Il est alimenté par de l'huile prélevée sur le circuit hydraulique du moteur diesel (il n'y a pas de pompe spécifique) dont la pression sera considérée comme constante et égale à 2700 kPa. Les spécifications de cet actionneur sont données en annexe B.

Le capteur de vitesse magnétique (MPU) est fixe. Il est monté en regard d'une roue dentée qui est, elle, fixée sur l'arbre qui relie le moteur diesel à l'alternateur. Voir l'annexe C pour plus de détails.

Le rotor de l'alternateur a comme moment d'inertie :  $J_{alt} = 2500 \text{ kg m}^2$ . L'alternateur est conçu pour fonctionner en régime nominal sous un  $\cos\phi$  de 0,8. Il peut cependant délivrer temporairement une puissance, considérée alors comme maximale, qui est supérieure à la puissance nominale de 10% (sur une charge ayant le même facteur de puissance).

Tous les couples de pertes (frottements secs ou fluides) sont considérés comme nuls dans les quatre parties de ce problème.

La vitesse de référence en interne du régulateur 2301 est portée par une tension ( $V_{réf}$ ) qui peut varier de 0 à 10 V.

#### I.1.1 :

Sur le schéma général de cet asservissement de vitesse donné sur le document réponse DR1, précisez les grandeurs d'entrée et de sortie de chacun des matériels en présence. Précisez également les unités de ces grandeurs.

#### I.1.2 :

Indiquez quelle est la fréquence (notée  $f$ ) du réseau à bord du navire.

#### I.1.3 :

Indiquez quelles sont les valeurs numériques (notées  $N_{nom}$  en  $\text{tr.min}^{-1}$  et  $\Omega_{nom}$  en  $\text{rad.sec}^{-1}$ ) de la vitesse de rotation nominale du groupe.

\_\_\_\_\_

Pour ce qui concerne le moteur diesel, vous considérerez que le régime de fonctionnement pour lequel il a été dimensionné (régime nominal à la vitesse de rotation nominale au sens du moteur diesel pris **isolement**) est également son régime de fonctionnement maximum.

#### I.1.4 :

Pour la vitesse de rotation nominale, indiquez quelle est la puissance maximale (notée  $P_{dies \text{ max}}$ ) en sortie du système d'entraînement, ici le moteur diesel Wartsila 16V32.

#### I.1.5 :

Indiquez quel est alors le couple maximum (noté  $\Gamma_{dies \text{ max}}$ ) que peut délivrer le moteur diesel.

#### I.1.6 :

Indiquez quelle est la puissance nominale (notée  $P_{alt \text{ nom}}$ ) en sortie de l'alternateur.

I.1.7 :

Indiquez quelle est la puissance maximale (notée  $P_{alt\ max}$ ) en sortie de l'alternateur.

I.1.8 :

Indiquez quel est le couple, considéré comme nominal et noté  $\Gamma_{dies\ nom}$  (nominal au sens du fonctionnement de l'installation **dans son ensemble**), délivré par le moteur diesel en régime permanent lorsqu'il entraîne l'alternateur couplé à sa charge nominale.

I.1.9 :

Indiquez quel est le nombre de paire de pôles (noté  $p$ ) de l'alternateur.

\_\_\_\_\_

Pour la modélisation de tous les blocs, vous écrirez les fonctions de transfert au sens des variations (le système étant supposé fonctionner autour d'un point de repos). Vous noterez les grandeurs de la manière suivante : symbole  $\Delta$  suivi de la grandeur. Exemple : grandeur  $x$  notée  $\Delta x$  pour les variations.

## I – 2 : Modélisation de l'actionneur

I.2.1 :

Donnez la plage de variation nominale pour la grandeur d'entrée (grandeur d'entrée notée  $I_{BC}$ ).

I.2.2 :

Donnez la plage de variation nominale disponible pour la grandeur de sortie (grandeur de sortie notée  $\theta_{EG}$ ).

\_\_\_\_\_

Vous considérerez un modèle de comportement dynamique du type : fonction de transfert passe-bas du premier ordre, notée  $H_{EG}(p)$ .

I.2.3 :

Donnez la forme générale formelle (littérale) de cette fonction de transfert (en utilisant les notations suivantes :  $K_{EG}$  et  $\tau_{EG}$ ).

I.2.4 :

Déterminez les valeurs numériques des deux paramètres de ce modèle.

I.2.5 :

Bilan : donnez la fonction de transfert de l'actionneur sous la forme d'un schéma bloc, en rappelant les variables d'entrée et de sortie du bloc.

I.2.6 :

Donnez la fréquence (notée  $f_{EG}$ ) de coupure correspondant à ce bloc.

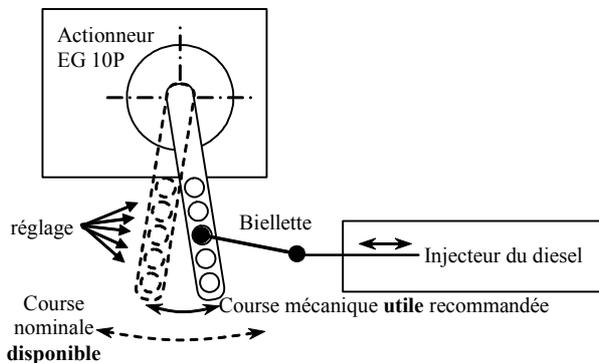
\_\_\_\_\_

Remarque : si le signal en entrée sort de sa plage de fonctionnement (plage prévue par le constructeur de l'actionneur) l'actionneur se bloque en position extrême (minimale ou maximale selon le franchissement).

## I – 3 : Modélisation du moteur diesel

Le mouvement mécanique de rotation de l'actionneur permet de régler la quantité de gasoil injectée dans le moteur diesel, et par là même, le couple généré (noté  $\Gamma_{\text{dies}}$ ).

La liaison entre l'axe de l'actionneur et l'injecteur est **mécaniquement réglable** :



Cela permet d'ajuster la course mécanique **utile** de l'injecteur par rapport à la course angulaire nominale **disponible** de l'actionneur. Pour ce qui concerne le choix de la course angulaire utile de l'actionneur, l'installation faite sur le navire est conforme aux recommandations du constructeur (stipulées dans les spécifications de l'actionneur EG10P).

Aux valeurs limites choisies pour ce déplacement mécanique **utile**, seront associées les valeurs extrêmes du couple généré (du fonctionnement "à vide" jusqu'à la puissance maximale lorsque la vitesse est nominale). Vous considérerez une relation linéaire entre la position angulaire et le couple obtenu en régime stabilisé.

Dans le moteur diesel après que la bielle se soit déplacée, il faut attendre que le gasoil soit injecté pour qu'il s'enflamme et pour qu'alors, la détente se produise (générant ainsi le couple moteur).

### I.3.1 :

Proposez un modèle à deux paramètres pour la fonction de transfert [notée  $H_{\text{dies}}(p)$ ] du moteur diesel. Vous noterez ces deux paramètres  $K_{\text{dies}}$  et  $\tau_{\text{dies}}$ .

### I.3.2 :

Déterminez la valeur numérique de la course angulaire utile retenue pour l'actionneur dans l'installation de ce navire.

### I.3.3 :

Déterminez la valeur numérique du paramètre  $K_{\text{dies}}$  du modèle retenu.

---

Pour ce qui concerne la détermination du paramètre  $\tau_{\text{dies}}$ , vous allez étudier plus en détail le fonctionnement du moteur : dans le moteur diesel à quatre temps le cycle thermodynamique dans un cylindre est parcouru sur **deux** tours de l'arbre. Ce cycle à quatre temps est présenté en annexe A. Par ailleurs, les cycles des différents cylindres du moteur sont régulièrement décalés les uns par rapport aux autres sur deux tours mécaniques.

### I.3.4 :

Calculez la durée d'un cycle moteur (notée  $t_{\text{cycle}}$ ) au régime de fonctionnement nominal.

### I.3.5 :

Indiquez le nombre d'injections qui sont effectuées dans l'ensemble du moteur durant deux tours du moteur, donc durant la durée d'un des cycles.

---

Le mouvement de l'actionneur commandant l'injection se produit de manière aléatoire vis-à-vis des cycles des différents cylindres du moteur. Il existe donc un retard (noté  $T_{ret}$ ) entre l'instant où il y a une demande de couple matérialisée par le mouvement de l'actionneur et celui où commence réellement l'injection dans le cylindre qui, le premier, en est à sa phase d'injection.

I.3.6 :

Calculez les valeurs numériques minimum (notée  $T_{ret\ min}$ ) et maximum (notée  $T_{ret\ max}$ ) que peut prendre ce retard pour une vitesse de rotation nominale.

I.3.7 :

Calculez pour une vitesse de rotation nominale le retard statistique (ou retard moyen)  $\tau_1$  qui existe entre l'instant où il y a une demande de couple et celui où commence réellement l'injection dans le cylindre qui, le premier, en est à sa phase d'injection.

---

Dans un cylindre l'injection dure un certain temps, et la poussée sur l'arbre due à l'explosion se produit de manière non linéaire durant la détente (voir annexe A). Néanmoins, vous considérerez qu'à volume de gasoil injecté constant, le couple obtenu est constant et égal à sa valeur moyenne (moyenne du couple instantané calculée sur un cycle).

Par ailleurs, lors d'une modification du volume de gasoil injecté, vous supposerez :

- que l'injection se produit instantanément à l'arrivée au point mort haut,
- que le couple moyenné obtenu change instantanément pour atteindre sa nouvelle valeur "moyenne" au milieu de la phase de détente.

I.3.8 :

A vitesse de rotation nominale, calculez alors le retard  $\tau_2$  qui existe entre "l'instant" de l'injection et la "production" du couple (moyen) moteur.

I.3.9 :

Des précédentes considérations, déduisez la valeur numérique du paramètre  $\tau_{dies}$  en régime de fonctionnement nominal.

I.3.10 :

Bilan : donnez la fonction de transfert du moteur diesel sous la forme d'un schéma bloc, en rappelant les variables d'entrée et de sortie du bloc.

Dans toute la suite du problème vous n'utiliserez pas le résultat de la question I.3.9, et vous prendrez la valeur  $\tau_{dies} = 33ms$

## I – 4 : Approximation d'un retard pur

Vous allez considérer successivement deux modèles simplifiés d'un retard pur de valeur  $\tau$ .

### I.4.1 :

Donnez la fonction de transfert [notée  $R(p)$ ] d'un système constitué d'un retard pur de valeur  $\tau$ .

### I.4.2 :

Calculez les expressions formelles (littérales) du module et de l'argument de cette fonction de transfert.

---

On rappelle le développement limité à l'ordre  $n$  des fonctions suivantes :

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + x^n \varepsilon(x)$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^n + x^n \varepsilon(x)$$

---

Approximation du retard pur par une fonction de transfert du premier ordre :

$$\text{Approx}_1(p) = \frac{1}{1 + a_1 p}$$

### I.4.3 :

Déterminez la valeur du paramètre  $a_1$  de cette première fonction de transfert modélisant le comportement du retard pur, de telle sorte que l'identification qui en découle soit exacte à l'ordre un.

### I.4.4 :

Calculez les expressions formelles (littérales) du module et de l'argument de ce premier modèle. Dans ces expressions, vous remplacerez le paramètre  $a_1$  par sa valeur.

### I.4.5 :

Calculez, pour trois "valeurs remarquables" de la pulsation que vous préciserez, les valeurs de ce module et de cet argument.

---

Approximation du retard pur par la fonction de transfert suivante :

$$\text{Approx}_2(p) = \frac{1 + a_2 p}{1 + b_2 p}. \text{ Cette approximation est dite de Padé d'ordre un.}$$

### I.4.6 :

Déterminez les valeurs des paramètres  $a_2$  et  $b_2$  de cette seconde fonction de transfert modélisant le comportement du retard pur, de telle sorte que l'identification qui en découle soit exacte à l'ordre deux.

### I.4.7 :

Calculez les expressions formelles (littérales) du module et de l'argument de ce second modèle. Dans ces expressions, vous remplacerez les paramètres  $a_2$  et  $b_2$  par leur valeur.

### I.4.8 :

Calculez, pour trois "valeurs remarquables" de la pulsation que vous préciserez, les valeurs de ce module et de cet argument.

Calculez également ces valeurs pour la pulsation  $\omega_2 = \frac{1}{\tau}$

I.4.9 :

Tracez sur un même graphique, sur le document réponse DR2, les courbes de Nyquist correspondant à ces deux approximations ainsi que celle correspondant au retard pur.

Pour faire ces tracés, vous utiliserez les "points remarquables" calculés précédemment.

---

Vous poserez :  $x = \omega\tau$ .

I.4.10 :

Pour chacune des deux fonctions de transfert approximant le retard pur, déterminez numériquement la valeur de la variable 'x' en deçà de laquelle l'erreur relative commise sur le module reste inférieure à 5%. Vous les noterez respectivement  $x_{\max \text{ mod } 1}$  et  $x_{\max \text{ mod } 2}$ .

I.4.11 :

Pour chacune des deux fonctions de transfert approximant le retard pur déterminez numériquement la valeur de la variable 'x' en deçà de laquelle l'erreur relative commise sur l'argument reste inférieure à 10%. Vous les noterez respectivement  $x_{\max \text{ arg } 1}$  et  $x_{\max \text{ arg } 2}$ .

Remarque : compte tenu du caractère non-linéaire des équations à résoudre dans cette question, vous utiliserez une démarche de résolution numérique à l'aide de votre calculatrice. Ce calcul peut être mené quelle que soit votre calculatrice : calcul itératif de la fonction et essais successifs (de type dichotomie) ou programmation ou encore utilisation de fonctions spécifiques (de type "solve") etc.

I.4.12 :

Quelle est l'approximation la plus performante, relativement aux deux critères proposés dans les deux questions précédentes ?

I.4.13 :

Compte tenu de la fonction de transfert obtenue pour le moteur diesel, déterminez les valeurs numériques des paramètres  $a_2$  et  $b_2$  du modèle de Padé d'ordre un correspondant.

I.4.14 :

Donnez finalement la fonction de transfert du moteur diesel dans le cadre de cette approximation de Padé d'ordre un.

I.4.15 :

Dans le cadre de l'approximation de Padé d'ordre un pour le moteur diesel, indiquez jusqu'à quelle pulsation maximale vous pouvez considérer que le modèle se comporte comme le dispositif réel, en tolérant une erreur de 5% sur le module et de 10% sur l'argument.

---

Dans la suite de ce sujet, selon les indications données dans les questions, vous utiliserez ou non cette approximation de la fonction de transfert.

## I – 5 : Modélisation du capteur de vitesse et interfaçage au régulateur 2301

Le ralenti moteur sera réglé de telle sorte que la vitesse minimale du groupe soit la moitié de la vitesse nominale.

Le convertisseur fréquence / tension à l'entrée du 2301 est réalisé de telle manière que lorsque la fréquence balaye toute la plage (de  $f_{\min}$  à  $f_{\max}$ ) sa tension interne (notée  $V_{\text{mes}}$ ) varie linéairement de 0 à 10 V. Ce convertisseur fréquence / tension est supposé parfait et sera modélisé sous la forme d'un gain  $K_{\text{mes\_vit}}$ .

### I.5.1 :

Déterminez la valeur numérique de la fréquence (notée  $f_{\text{mes}}$ ) qui est obtenue en sortie du capteur :

- lorsque le groupe tourne à sa vitesse nominale,
- et lorsqu'il tourne au ralenti.

### I.5.2 :

Donnez la fonction de transfert [notée  $H_{\text{cap\_vit}}(p)$ ] du capteur de vitesse sous la forme d'un schéma bloc, en rappelant les variables d'entrée et de sortie du bloc. Le gain sera noté  $K_{\text{MPU}}$ .

### I.5.3 :

Donnez la valeur numérique de ce gain  $K_{\text{MPU}}$  (dans les unités du système international).

### I.5.4 :

Compte tenu de la plage de variation de vitesse du groupe, indiquez quelle est la gamme de fréquence qu'il faut sélectionner sur le régulateur 2301.

### I.5.5 :

Donnez la valeur numérique du gain  $K_{\text{mes\_vit}}$ .

### I.5.6 :

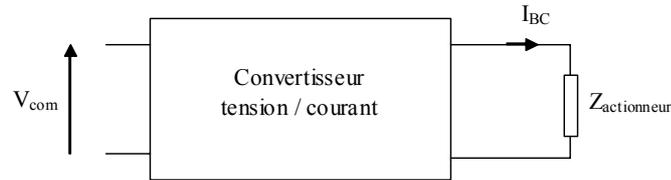
Donnez la fonction de transfert du convertisseur fréquence / tension du 2301 sous la forme d'un schéma bloc, en rappelant les variables d'entrée et de sortie du bloc.

### I.5.7 :

Donnez la valeur numérique de la tension (notée  $V_{\text{mes\_nom}}$ ) obtenue en sortie du convertisseur lorsque le groupe tourne à sa vitesse nominale.

## I – 6 : Modélisation de la sortie du régulateur 2301

Vous considérerez qu'en sortie du régulateur, il y a une boucle de courant commandée en tension (tension dite de commande et notée  $V_{com}$ ) :



### I.6.1 :

Compte tenu des caractéristiques des matériels, précisez quelle est la gamme de courant de sortie qui est la plus adaptée à l'actionneur connecté au régulateur.

On suppose que lorsque la tension d'entrée du convertisseur tension/courant varie entre 0 et 10V, le courant en sortie du régulateur 2301 balaie **la totalité** de la plage de variation prévue (prévue **au sein du régulateur 2301**).

### I.6.2 :

Déterminez la valeur numérique du gain (noté  $K_{BC}$ ) de ce convertisseur.

## I – 7 : Modélisation de la partie mécanique

Dans votre modélisation, le couple de charge (noté  $\Gamma_{ch}$ ) produit par l'alternateur sera considéré comme une perturbation. Le moment d'inertie totale des parties tournantes sera noté  $J_{tot}$ .

### I.7.1 :

Rappelez la relation fondamentale de la dynamique appliquée à un système en rotation autour d'un axe fixe puis écrivez la pour le système diesel – alternateur.

### I.7.2 :

Donnez la valeur numérique de  $J_{tot}$ .

### I.7.3 :

Représentez la fonction de transfert de cette partie mécanique sous forme d'un schéma bloc, en rappelant les variables d'entrée et de sortie du bloc.

## I – 8 : Bilan de la modélisation

### I.8.1 :

Donnez la modélisation complète et exacte (pas d'approximation de Padé) de l'asservissement de vitesse du groupe sous forme classique de schémas blocs en complétant le document réponse DR3.

### I.8.2 :

Donnez l'expression de la transmittance de la chaîne directe  $T_{dir}(p)$  de cet asservissement.

Vous introduirez la notation suivante :  $K_{dir} = \frac{K_{dies} \cdot K_{EG} \cdot K_{BC}}{J_{tot}}$

### I.8.3 :

Calculez la valeur numérique de  $K_{dir}$ .

### I.8.4 :

Donnez l'expression de la transmittance de retour  $T_{ret}(p)$  de cet asservissement.

Vous noterez  $K_{ret}$  le gain de cette transmittance de retour.

### I.8.5 :

Calculez la valeur numérique de  $K_{ret}$ .

### I.8.6 :

Calculez la valeur numérique du produit  $K_{dir} \cdot K_{ret}$

### I.8.7 :

Donnez les valeurs numériques de toutes les **grandeurs de repos** intervenant dans chacun des éléments du système lorsque celui-ci est en fonctionnement à vitesse nominale et que l'alternateur débite sa puissance nominale.

Pour ce qui concerne la position angulaire de l'actionneur, vous centrerez la course utile au milieu de la course disponible.

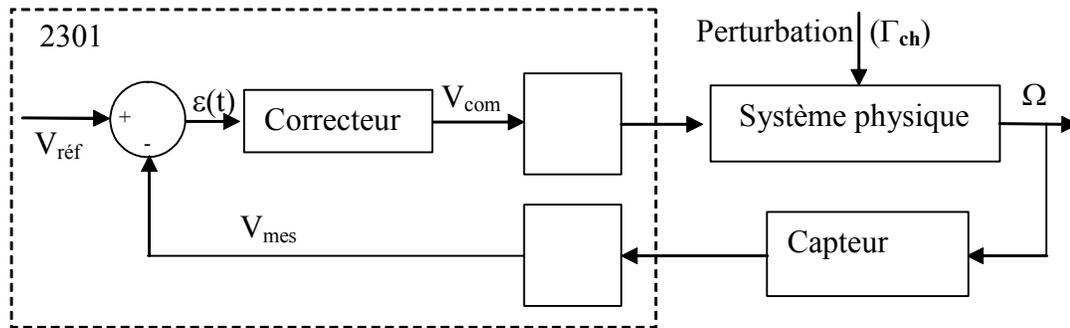
### I.8.8 :

Indiquez pourquoi il était utile de faire une modélisation au sens des variations autour d'un point de repos.

## Partie II : Étude de la régulation de vitesse d'un groupe

Dans cette partie, on s'intéresse au comportement du système lorsque celui-ci fonctionne en régulation : la fréquence du réseau de bord étant désirée constante, il faut maintenir la vitesse du groupe diesel-alternateur constante.

Il y a donc deux entrées sur le système étudié : l'une est la consigne de vitesse (elle est fixe et est portée par la tension  $V_{\text{réf}}$  interne au régulateur 2301) et l'autre est la grandeur de perturbation (le couple de charge  $\Gamma_{\text{ch}}$ ). La sortie du système étudié est la vitesse du groupe notée  $\Omega$  (en  $\text{rad}\cdot\text{sec}^{-1}$ ).



Comme vous le verrez plus loin, l'asservissement de vitesse sera intégré en tant que boucle interne dans le système de gestion de puissance de l'installation électrique. De ce fait, le cahier des charges impose que l'erreur de cet asservissement de vitesse obtenue en régime stabilisé dans le cas d'une entrée de type constante (ou échelon) soit nulle.

Dans toute cette partie vous prendrez les valeurs numériques suivantes :

$$K_{\text{dir}} \cdot K_{\text{ret}} = 0,96$$

$$\tau_{\text{dies}} = 33 \text{ ms}$$

$$\tau_{\text{EG}} = 0,17 \text{ s}$$

### II – 1 : Etude préliminaire

#### II.1.1 :

Donnez l'expression formelle (littérale), notée  $BO(p)$ , de la fonction de transfert exacte (pas d'approximation de Padé) en boucle ouverte de l'asservissement de vitesse :  $BO(p) = \frac{\Delta V_{\text{mes}}(p)}{\Delta V_{\text{com}}(p)}$ .

#### II.1.2 :

Tracez sur le document réponse DR4 le diagramme de Bode asymptotique de cette fonction de transfert  $BO(p)$ . Vous ferez ces tracés à partir des tracés de chacun des termes élémentaires de la fonction de transfert.

Pour ce qui concerne le diagramme de phase, vous utiliserez pour le tracé asymptotique, non pas la fonction de transfert exacte mais plutôt l'approximation de Padé.

#### II.1.3 :

S'il était **ainsi** bouclé sans correcteur (ou avec un correcteur unitaire) ce système serait-il stable ?

Justifiez votre réponse.

## II – 2 : Choix d'un premier type de correcteur

### II.2.1 :

Compte tenu de la forme de la fonction de transfert de la chaîne directe de cet asservissement de vitesse, que pouvez-vous dire de l'erreur statique obtenue dans cet asservissement avec un correcteur élémentaire de type proportionnel.

### II.2.2 :

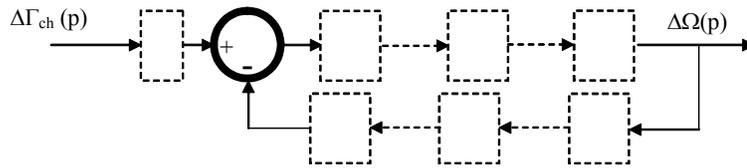
Est-ce conforme au cahier des charges ?

\_\_\_\_\_

Vous allez maintenant considérer le système au sens de la **régulation** (la vitesse de consigne est constante).

### II.2.3 :

Pour cela, représentez le système étudié sous forme de schéma blocs en considérant désormais le couple de charge comme l'entrée. Dans cette représentation, vous ferez apparaître un bloc de type "soustracteur" comme il est d'usage dans les systèmes bouclés :



### II.2.4 :

Calculez l'expression formelle (littérale) de la fonction de transfert exacte (pas d'approximation de Padé) de régulation :  $\frac{\Delta\Omega(p)}{\Delta\Gamma_{ch}(p)}$ .

### II.2.5 :

Calculez l'expression formelle (littérale) de la vitesse en régime permanent obtenue dans le cas d'un échelon de charge  $\Delta\Gamma_0$ .

### II.2.6 :

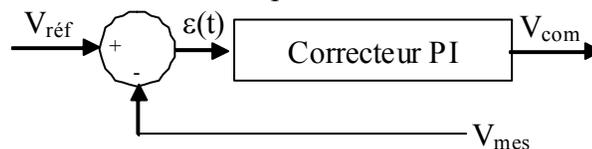
Ce résultat est-il conforme au cahier des charges ?

### II.2.7 :

Proposez un type de correcteur permettant de prendre en compte le résultat de la question précédente.

\_\_\_\_\_

La solution industrielle (Régulateur 2301) est basée sur la mise en place d'un correcteur de type PI. Vous noterez  $C_1(p)$  la fonction de transfert de ce premier correcteur.



### II.2.8 :

Quel est l'intérêt des deux actions (P et I) de ce correcteur ?

II.2.9 :

Donnez la forme générale d'un tel correcteur sous sa forme temporelle, en notant  $K_p$  le coefficient proportionnel et  $K_i$  le coefficient intégral.

II.2.10 :

Mettez ce correcteur sous forme de fonction de transfert canonique  $C_1(p)$  en notant  $\tau_i$  la constante de temps du correcteur. Dans cette expression vous ferez apparaître préférentiellement le paramètre  $K_p$  plutôt que le paramètre  $K_i$ .

II.2.11 :

Exprimez  $\tau_i$  en fonction de  $K_p$  et de  $K_i$ .

II.2.12 :

Tracez le diagramme de Bode asymptotique de ce correcteur  $C_1(p)$ . Portez-y les valeurs remarquables.

\_\_\_\_\_

Vous continuez l'étude du système au sens de la **régulation**.

II.2.13 :

Compte tenu de la présence de ce correcteur, donnez la nouvelle expression formelle (littérale) de la fonction de transfert exacte (pas d'approximation de Padé) du système (au sens de la régulation de vitesse) en boucle ouverte. Vous la noterez  $BO\_C_1(p)$ .

II.2.14 :

Tracez le diagramme de phase asymptotique de cette fonction de transfert en boucle ouverte  $BO\_C_1(p)$  pour les deux valeurs de  $\tau_i$  suivantes :

- premier cas :  $\tau_i > \tau_{EG}$

- second cas :  $\tau_{EG} > \tau_i$  (et  $\tau_i > \frac{\tau_{dies}}{2}$ )

Pour ce tracé asymptotique de la phase, vous utiliserez l'approximation de Padé.

II.2.15 :

Dans ce système de régulation de vitesse, que pouvez-vous dire du fonctionnement obtenu en boucle fermée pour ces deux cas de figure de réglage du correcteur ?

\_\_\_\_\_

Vous considèrerez jusqu'à la fin de ce paragraphe II-2 que  $\tau_i = 10 \tau_{EG}$

II.2.16 :

Avec ce premier réglage du correcteur PI, déterminez la valeur numérique qu'il faut donner à  $K_p$  (le second paramètre) pour obtenir une marge de phase maximale. Vous pourrez faire ce calcul en utilisant une approximation que vous préciserez.

II.2.17 :

Que pouvez-vous dire de la dynamique obtenue en boucle fermée ?

## II – 3 : Mise en place d'un second type de correcteur

Dans la boucle d'asservissement, le régulateur 2301 intègre, **en plus** du correcteur PI, un autre bloc correcteur (mise en cascade dans la chaîne). L'expression de ce nouveau bloc est :

$$C_2(p) = \frac{1 + a\tau_c p}{1 + \tau_c p} \quad \text{avec } a > 1.$$

### II.3.1 :

Comment appelle-t-on ce type de correcteur ?

### II.3.2 :

Quelle est sa fonction ?

### II.3.3 :

Tracez le diagramme de Bode du correcteur  $C_2(p)$ . Portez-y les valeurs remarquables du module et de l'argument.

### II.3.4 :

Sur ce diagramme de Bode, indiquez où se lit le gain du correcteur pour le fonctionnement en régime continu.

### II.3.5 :

Donnez l'expression formelle (littérale) de la pulsation pour laquelle la phase de  $C_2(p)$  est maximale.

### II.3.6 :

Donnez alors l'équation que vérifie cette valeur du maximum de la phase.

\_\_\_\_\_

Désormais, vous considérerez que le correcteur de la boucle de régulation est :

$$C(p) = C_1(p) C_2(p).$$

### II.3.7 :

Compte tenu de ce nouveau correcteur, que pouvez-vous dire de la capacité de réglage de la dynamique du système en boucle fermée ?

## Partie III : Étude de la répartition de puissance - Asservissement de vitesse d'un groupe

### Fonctionnement des alternateurs en parallèle :

Afin de contrôler la répartition de puissance produite par chacun des groupes, il est nécessaire d'adjoindre à chacun des groupes diesel / alternateur une régulation de puissance.

Cette répartition va agir sur la consigne de vitesse de chacun des groupes au travers de la relation  $(N_{\text{réf}} - N_s) + R (P_{\text{alt}} - P_0) = 0$  dans laquelle :

- $N_{\text{réf}}$  est la vitesse de consigne de la régulation de vitesse du groupe considéré, exprimée en  $\text{tr.min}^{-1}$ . En régime permanent, c'est aussi la vitesse de rotation du groupe ( $N$ ) car la régulation de vitesse est réglée pour ne pas avoir d'erreur statique ( $N=N_{\text{réf}}$ ),
- $N_s$  est la vitesse de synchronisme,
- $P_{\text{alt}}$  est la puissance délivrée par l'alternateur du groupe
- et  $P_0$  est la puissance de consigne. C'est la puissance que doit délivrer l'alternateur lorsque  $N=N_s$ .

$R$  est appelé le "gain statique" du régulateur de puissance (en  $\text{tr.min}^{-1} \cdot \text{W}^{-1}$ ).

Chaque groupe fonctionne sur la base d'une relation de ce type qui lui est propre.

Dans toute cette partie vous prendrez les valeurs numériques suivantes :

$$K_{\text{dir}} \cdot K_{\text{ret}} = 0,96 \qquad P_{\text{alt max}} = 5,9 \text{ MW} \qquad \tau_{\text{dies}} = 33 \text{ ms} \qquad \tau_{\text{EG}} = 0,17 \text{ s}$$

### III – 1 : Principe de la régulation avec statisme ("Droop" en anglais)

Lorsque  $P_0$  est choisie constante, on parle de régulation avec statisme. Le statisme (noté  $r$  et

exprimé en %) est alors défini par :  $r = \frac{R \cdot P_{\text{alt max}}}{N_s}$

On choisit de faire fonctionner un des six groupes avec un statisme de 4% et une puissance de consigne réglée à 80% de la puissance maximale que peut délivrer l'alternateur.

#### III.1.1 :

Représentez sur le document réponse DR5 sous la forme de "schéma blocs" la structure de régulation mise en place lors d'un fonctionnement avec statisme.

#### III.1.2 :

Calculez la valeur numérique de la puissance de consigne  $P_0$ .

#### III.1.3 :

Calculez la valeur numérique du "gain statique"  $R$  du régulateur de puissance (en  $\text{tr.min}^{-1} \cdot \text{W}^{-1}$ ).

#### III.1.4 :

Avec ces valeurs, pour ce groupe fonctionnant de manière autonome sur une charge isolée, tracez sur le document réponse DR6 la caractéristique  $P_{\text{alt}} = f(N)$  (la puissance délivrée par l'alternateur en régime permanent en fonction de la vitesse de rotation du groupe) pour des points de repos allant du fonctionnement "à vide" jusqu'au fonctionnement à puissance maximale.

Remarque : Dans cette question, vous ferez abstraction de la caractéristique déjà tracée sur le document réponse DR6.

### III.1.5 :

Précisez les coordonnées des points de fonctionnement suivants :

- fonctionnement à puissance débitée par l'alternateur maximale  $P_{alt\ max}$ ,
  - fonctionnement à puissance débitée par l'alternateur nominale  $P_{alt\ nom}$ ,
  - fonctionnement à vide,
- 

Vous allez étudier ci-dessous l'évolution de la fréquence obtenue en régime permanent dans la charge, lors des divers régimes de fonctionnement, lorsque le régulateur de vitesse fonctionne sur le principe du statisme avec les valeurs de consigne ( $P_0$ ) et de statisme ( $r$ ) spécifiées ci-dessus.

La réglementation internationale maritime stipule que (Extrait de : Lloyd's Register of Shipping – Part 6 – Chapter 2 – Section 1) :

...

1.7 Quality of power supplies :

...

1.7.2 Unless specified otherwise electrical equipment, other than that supplied by battery systems, is to operate satisfactorily with the following simultaneous variations, from their nominal value, when measured at the consumer input terminals.

(a) voltage : permanent variations + 6%, - 10%  
transient variations + 20%, - 15%  
recovery time 1,5 seconds

(b) frequency : permanent variations  $\pm$  5%  
transient variations  $\pm$  10%  
recovery time 5 seconds

...

### III.1.6 :

Indiquez quelle est la fréquence des courants électriques circulant dans la charge alimentée par ce groupe, pour les trois points de fonctionnement définis dans la question précédente.

### III.1.7 :

Calculez l'écart relatif de fréquence (par rapport à la fréquence désirée sur le navire) aux points de fonctionnement à puissance nominal et à vide lorsque le régulateur est réglé avec les valeurs de consigne ( $P_0$ ) et de statisme ( $r$ ) spécifiées ci-dessus.

### III.1.8 :

Commentez le résultat de la question précédente.

---

Le régulateur 2301 intègre cette fonctionnalité de régulation de puissance avec statisme.

### III.1.9 :

Indiquez quelle est (ou quelles sont) la (ou les) entrée(s) sur le bornier du 2301 qui assure(ent) le rebouclage du document réponse DR5.

## III – 2 : Fonctionnement de deux groupes en parallèle

Vous allez étudier maintenant le fonctionnement de deux groupes. Chaque groupe dispose de son **propre** régulateur. Chacun des régulateur prend à sa charge la régulation de vitesse et la régulation de puissance du groupe considéré. Les alternateurs de ces deux groupes débitent sur une charge commune.

Les deux régulateurs sont réglés de telle sorte que chacun des groupes diesel-alternateur engendre comme caractéristique  $P_{alt} = f(N)$  les deux caractéristiques du document réponse DR5. La première (que vous avez tracé) correspond au réglage demandé au paragraphe précédent (statisme noté  $r_1$  de 4% et puissance de consigne  $P_0=80\%$  de  $P_{alt\ max}$ ). La seconde déjà tracée correspond à un statisme de 2% noté  $r_2$  avec une puissance de consigne  $P_0$  toujours réglée à 80% de  $P_{alt\ max}$ .

### III.2.1 :

Que pouvez-vous dire de la vitesse des deux groupes en régime permanent ?

### III.2.2 :

Déterminez l'expression formelle (littérale) de la puissance délivrée en régime permanent à la charge en fonction (entre autres) de la vitesse de rotation  $N$  et des deux statismes  $r_1$  et  $r_2$  .

### III.2.3 :

Calculez la valeur numérique de la puissance maximale (notée  $P_{ch\ max}$ ) que l'ensemble des deux groupes peut délivrer à la charge.

### III.2.4 :

Que pouvez-vous dire du fonctionnement où  $P_{ch} = 0$  ?

### III.2.5 :

Concluez quant aux limites de fonctionnement d'une installation lors d'une stratégie de réglage des régulateurs de puissance par la méthode du statisme.

---

Vous avez vu que dans le principe de la régulation avec statisme, la valeur de la puissance de consigne  $P_0$  est constante. Voici maintenant quelques informations concernant le principe de la répartition de charge isochrone ("Isochronous load sharing" en anglais).

Sur le régulateur de puissance de chaque groupe, plutôt que de garder la puissance de consigne  $P_0$  constante, il est possible de la faire évoluer de telle sorte qu'à chaque point de fonctionnement, la vitesse obtenue en régime permanent soit égale à la vitesse de synchronisme.

Pour obtenir cela, il est nécessaire d'introduire un système qui assure la génération de  $P_0$ . Ce système réalise en fait la gestion de production d'énergie de l'ensemble des groupes : c'est le système de gestion de la production d'énergie (le "Power Managment System" ou PMS). Lors de la mise en place d'un tel système de gestion de la puissance, on parle alors de répartition de charge isochrone, ou de **régulation isochrone**. Le système de gestion de puissance assure alors deux fonctions : la fonction de calcul de la consommation totale de la charge, obtenue en considérant la somme de la production de chacun des alternateurs, et la stratégie de répartition de la production entre les différents groupes.

Les deux structures de régulation sont très proches : dans un fonctionnement avec statisme **comme** pour la régulation isochrone on voit apparaître **la nécessité de disposer d'une boucle interne assurant l'asservissement de vitesse**.

Vous allez donc revenir sur la boucle de vitesse modélisée dans le paragraphe I.8 de la partie I (bilan de la modélisation). Cette boucle a été étudiée au sens de la régulation en partie II.

Vous allez maintenant étudier cette boucle au sens d'un **asservissement** et redimensionner le correcteur en conséquence.

### III – 3 : Réglage du correcteur par la méthode fréquentielle

Le correcteur utilisé dans cette partie est celui dégagé par l'étude de la partie II :

$$C(p) = C_1(p) C_2(p) \quad \text{avec } C_1(p) : \text{correcteur PI} \quad \text{et } C_2(p) = \frac{1 + a\tau_c p}{1 + \tau_c p} \quad (a > 1)$$

Dans la stratégie de réglage qui va suivre, vous positionnez le correcteur relativement aux comportements désirés en régime permanent et en régime dynamique :

Pour ce qui concerne le comportement en régime statique, le cahier des charges impose une erreur statique nulle.

Pour ce qui concerne le comportement en régime dynamique, le réglage est fait au travers d'un choix de valeurs pour la marge de phase et pour la marge de gain : le cahier des charges vous impose une marge de phase de  $60^\circ$  et une marge de gain de 15 db.

Dans un premier temps, vous considérerez pour le bloc du moteur diesel, la fonction de transfert **exacte** (pas d'approximation de Padé).

Les performances attendues pour cet asservissement dans le cas d'une entrée en échelon imposent en basse fréquence une valeur particulière pour le module de la fonction de transfert en boucle ouverte.

#### III.3.1 :

Précisez quelle est cette "valeur".

#### III.3.2 :

Indiquez si cette "valeur" est obtenue dans le cas de cette étude (dans le cas du correcteur décrit plus haut) ?

\_\_\_\_\_

Le correcteur PI est réglé de telle sorte qu'une compensation pôle / zéro soit effectuée.

#### III.3.3 :

Précisez l'expression formelle (littérale) puis la valeur numérique de  $\tau_i$ .

#### III.3.4 :

Compte tenu de ce réglage, déterminez la nouvelle expression de la fonction de transfert de l'asservissement de vitesse en boucle ouverte. Vous la noterez  $BO\_C(p)$  et vous utiliserez les coefficients  $K_{dir}$  et  $K_{ret}$  définis à la partie I.8.

#### III.3.5 :

Compte tenu des marges de gain et de phase fixées ci-dessus, donnez sur le document réponse DR7 l'allure du diagramme de Nyquist que l'on souhaite obtenir pour cette fonction de transfert (indiquez les coordonnées des points remarquables). Vous noterez  $\omega_0$  la pulsation pour laquelle vous avez la marge de phase et  $\omega_1$  celle pour laquelle vous avez la marge de gain.

#### III.3.6 :

Écrivez le jeu d'équations à résoudre pour trouver les valeurs des paramètres de réglage, non encore déterminés, du correcteur.

III.3.7 :

Combien y a-t-il d'équations indépendantes dans ce système ?

III.3.8 :

Combien y a-t-il d'inconnues ?

\_\_\_\_\_

On introduit donc une nouvelle contrainte liée à la rapidité de l'asservissement. Cette contrainte, répercutée sur la fonction de transfert en **boucle ouverte**, impose que la bande passante en boucle **ouverte** soit de 1 rad/sec. La bande passante étant définie ici comme la pulsation limite pour laquelle le module est plus grand ou égal à un (0 db).

III.3.9 :

Écrivez le nouveau jeu d'équations à résoudre pour trouver les valeurs des derniers paramètres de réglage du correcteur.

\_\_\_\_\_

Pour ce jeu d'équations, en admettant qu'il existe une solution mathématique physiquement réalisable (paramètres tous réels et positifs), elle ne peut être obtenue que par des méthodes numériques traitées par ordinateur (système d'équations non linéaires).

Pour mener ce calcul dans le cadre de cette étude, vous allez donc travailler sur un réglage "a priori" : **vous centrerez l'action du correcteur  $C_2(p)$  sur la pulsation  $\omega_0$ .**

Notez qu'alors, vous devez relâcher l'une des contraintes du cahier des charges. Vous ignorez donc la contrainte sur la marge de gain. La contrainte sur la marge de phase est, elle, conservée. Vous vérifierez a posteriori que le cahier des charges est respecté sur la marge de gain.

III.3.10 :

A partir de cette nouvelle contrainte, déterminer l'expression formelle (littérale) de l'équation permettant le calcul du paramètre 'a' du correcteur  $C_2(p)$ .

Déduisez-en la valeur numérique de ce paramètre 'a'.

Remarque : compte tenu du caractère non linéaire de l'équation à résoudre dans cette question, vous utiliserez une démarche de résolution numérique à l'aide de votre calculatrice. Ce calcul peut être mené quelle que soit votre calculatrice : calcul itératif de la fonction et essais successifs (de type dichotomie) ou programmation ou utilisation de fonctions spécifiques (de type "solve") etc.

\_\_\_\_\_

Pour toute la suite de cette partie II, vous prendrez pour valeur numérique du paramètre 'a' la valeur suivante :  $a = 16$

III.3.11 :

Déduisez en la valeur numérique du paramètre  $\tau_c$  du correcteur  $C_2(p)$ .

III.3.12 :

Déduisez en la valeur numérique du paramètre  $K_p$  du correcteur  $C_1(p)$ .

III.3.13 :

Compte tenu de ces réglages, calculez l'expression numérique de la fonction de transfert corrigée en boucle ouverte  $BO\_C(p)$ .

### III.3.14 :

Tracez sur le document réponse DR8 le diagramme de Bode asymptotique du système en boucle ouverte corrigé BO\_C(p).

Pour ce qui concerne le diagramme de phase, vous utiliserez pour le tracé asymptotique, non pas la fonction de transfert exacte mais plutôt l'approximation de Padé.

### III.3.15 :

Estimez graphiquement la marge de gain du système ainsi réglé.

### III.3.16 :

Respectez-vous le cahier des charges ?

## **III – 4 : Comportement dynamique de l'asservissement**

Vous considèrerez désormais que le réglage du correcteur C(p) est celui obtenu au terme du paragraphe précédent.

Afin de pouvoir calculer une expression formelle (littérale) de la fonction de transfert du système en boucle fermée qui soit **exploitable** dans le cadre de ce problème, vous allez maintenant considérer pour le modèle du moteur diesel, l'approximation de Padé d'ordre 1.

### III.4.1 :

Déterminez l'expression formelle (littérale) de la fonction de transfert du système asservi en boucle fermée. Vous écrirez cette fonction de transfert sous la forme :

$BF(p) = G_{BF} \frac{\text{Polynôme\_numérateur}(p)}{\text{Polynôme\_dénominateur}(p)}$ , avec  $G_{BF}$  un gain et avec chacun des polynômes sous la forme :  $1 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots$

### III.4.2 :

Calculez les valeurs numériques du gain et de chacun des coefficients des deux polynômes de cette fonction de transfert.

Vous prendrez désormais les valeurs numériques suivantes pour les pôles et les zéros de cette fonction de transfert en boucle fermée:

$$BF(p) = K \cdot \frac{\prod_i (p - z_i)}{\prod_j (p - p_j)} \quad \text{où} \quad K = -27,9253$$

$$z_1 = 60,6061$$

$$z_2 = -0,25$$

$$p_1 = -60,7463$$

$$p_2 = -2,36413$$

$$p_3 = -1,11824$$

$$p_4 = -0,377389$$

### III.4.3 :

Calculez le module de cette fonction de transfert en basse fréquence.

### III.4.4 :

Portez ces pôles et ces zéros dans le plan complexe. Vous utiliserez la représentation classique : les pôles seront représentés par des croix (x) et les zéros par des ronds (o). Si vous le jugez nécessaire, vous pourrez faire plusieurs tracés avec des échelles différentes (zoom).

III.4.5 :

Indiquez quels sont les pôles dominants ?

III.4.6 :

Indiquez quels sont le (ou les) pôle(s) et/ou le (ou les) zéro(s) qui a (ont) peu d'influence sur le comportement dynamique de l'asservissement ?

III.4.7 :

Quelle conclusion tirez-vous des deux questions précédentes ?

\_\_\_\_\_

Désormais, vous considèrerez, pour le modèle du moteur diesel, un **gain pur** !

III.4.8 :

Recalculez l'expression formelle (littérale) de la fonction de transfert du système asservi en boucle fermée. Vous écrirez à nouveau cette fonction de transfert sous la forme :  $BF(p) = G_{BF} \frac{\text{Polynôme\_numérateur}(p)}{\text{Polynôme\_dénominateur}(p)}$ , avec  $G_{BF}$  un gain et avec chacun des polynômes sous la forme :  $1 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots$

III.4.9 :

Calculez les valeurs numériques du gain et de chacun des coefficients des deux polynômes de cette fonction de transfert.

\_\_\_\_\_

Vous prendrez désormais les valeurs numériques suivantes pour les pôles et les zéros de cette fonction de transfert :

$$BF(p) = K \cdot \frac{\prod_i (p - z_i)}{\prod_j (p - p_j)} \quad \text{où} \quad K = 27,9253$$

$z_1 = -0,25$                        $p_1 = -2,61803$                        $p_2 = -1$                        $p_3 = -0,381966$

III.4.10 :

Donnez l'expression formelle (littérale) de l'amplitude de l'échelon (notée  $\Delta V_{ref\_0}$ ) qu'il faut appliquer en entrée de cette boucle d'asservissement pour obtenir en régime établi une variation de vitesse du groupe de 3% à partir de la vitesse nominale (modélisation faite autour du point de fonctionnement nominal).

III.4.11 :

Calculez la valeur numérique de l'amplitude de cet échelon  $\Delta V_{ref\_0}$ .

\_\_\_\_\_

Le système étant à son point de fonctionnement nominal on applique en entrée de l'asservissement à l'instant  $t=0$  un échelon de tension d'amplitude  $\Delta V_{ref\_0}$  calculée à la question précédente.

III.4.12 :

Déterminez l'expression de  $\Delta\Omega(p)$ . Pour cette expression, vous utiliserez une écriture où apparaissent des termes de la forme  $(1 + \tau_j p)$  et vous noterez  $\Delta\Omega_\infty$  la valeur finale de  $\Delta\Omega(t)$ .

Vous donnerez les expressions formelles (littérales) des constantes de temps  $\tau_j$  et de  $\Delta\Omega_\infty$ .

III.4.13 :

Donnez les valeurs numériques des constantes de temps  $\tau_j$  et de  $\Delta\Omega_\infty$ .

III.4.14 :

En utilisant les tables de transformées de Laplace des fonctions usuelles fournies en annexe E, déduisez l'expression formelle (littérale) temporelle de la vitesse du groupe  $\Omega(t)$ .

III.4.15 :

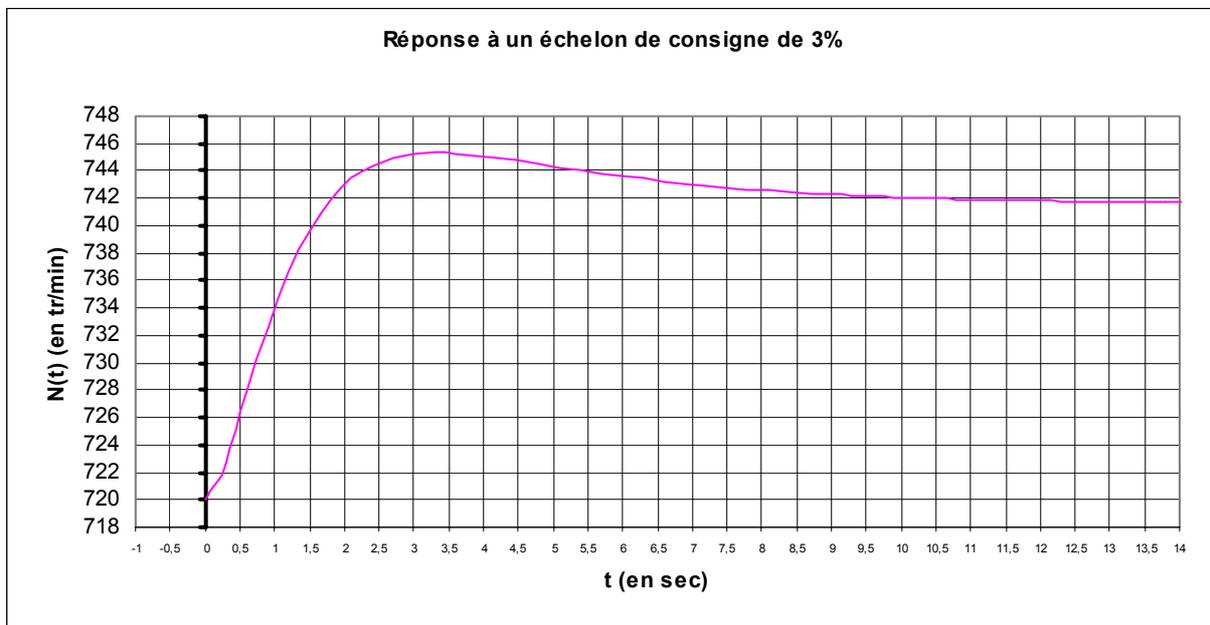
Calculez les valeurs numériques des coefficients intervenants sur chacun des termes de cette expression.

III.4.16 :

Donnez finalement l'expression numérique de  $N(t)$ .

---

Le tracé de la courbe  $N(t)$  correspondant à ce comportement est le suivant :



III.4.17 :

Commentez cette courbe.

III.4.18 :

Indiquez quelle est l'influence du paramètre  $\Delta V_{ref\_0}$  sur cette courbe ?

III.4.19 :

Obtiendriez-vous la même forme de courbe pour un échelon correspondant à une variation de vitesse de 20%, à partir d'un fonctionnement à vitesse nominale sur une charge nominale ? Justifiez votre réponse de manière chiffrée.

III.4.20 :

Reprenez les schémas blocs de la modélisation de l'asservissement de vitesse de la question I.8.1 : modifiez cette modélisation en y portant les principaux éléments non linéaires qui existent selon vous en réalité dans cet asservissement.

## Partie IV : Étude de l'asservissement numérique de vitesse d'un groupe

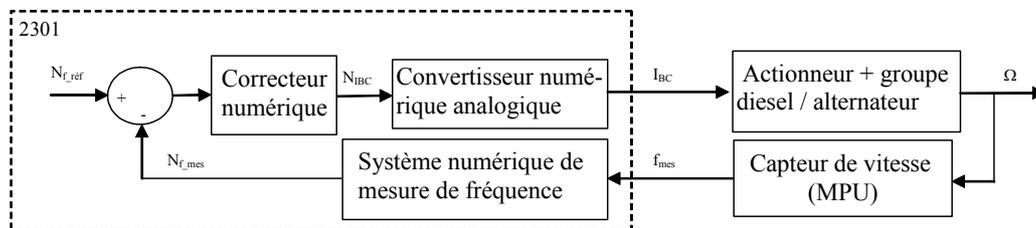
Dans cette partie, vous allez étudier la mise en œuvre d'un asservissement numérique de la vitesse d'un groupe.

Dans cette nouvelle étude, la vitesse du groupe est toujours transmise au régulateur 2301 à partir du signal issu du capteur de vitesse (MPU). Cependant, compte tenu du caractère facilement numérisable de ce signal issu du capteur de vitesse (mesure de la fréquence à l'aide d'un système numérique à base de compteurs), il est utilisé directement (suppression du convertisseur fréquence/tension) comme entrée du 2301 (accès à l'information "vitesse de rotation du groupe"). Le gain du bloc numérique assurant cette mesure de fréquence est noté  $K_{\text{sys\_num}}$  et sa sortie est notée  $N_{f\_mes}$ .

Du fait de ce changement, la grandeur de référence de l'asservissement de vitesse, homogène à ce nouveau signal de retour, sera notée  $N_{f\_réf}$ .

Pour ce qui concerne la capacité d'action du régulateur, vous considèrerez dans cette partie que le courant de la boucle de courant en sortie du régulateur 2301 est directement issu d'un convertisseur numérique analogique 8 bits dont le gain est noté  $K_{CNA}$ . La plage de variation du courant de sortie est de 0 à 200mA. La grandeur de commande est donc désormais l'entrée de ce convertisseur et est notée  $N_{IBC}$ . Le comportement de la sortie du convertisseur numérique analogique entre deux instants d'échantillonnage est celui d'un bloqueur d'ordre 0.

La structure générale de l'asservissement étudié sera donc la suivante :



Dans toute cette étude, le moteur diesel est modélisé par un gain pur.

La période d'échantillonnage est notée  $T_e$ .

L'étude faite ici concerne l'asservissement de vitesse. En terme de fonctionnement autour d'un point de repos la grandeur perturbatrice est donc considérée comme nulle.

On rappelle que la fonction de transfert en  $p$  d'un bloqueur d'ordre 0 s'écrit :

$$\text{Bloq}(p) = \frac{1 - e^{-T_e p}}{p}$$

Dans toute cette partie vous prendrez les valeurs numériques suivantes :

$$K_{\text{sys\_num}} = 1 \qquad K_{CNA} = \frac{0,2A}{2^8} = 7,8125 \cdot 10^{-4}$$

## IV – 1 : Modélisation d'un groupe

### IV.1.1 :

Complétez le document réponse DR9 en donnant sous la forme traditionnelle de schéma blocs les expressions formelles (littérales) des fonctions de transfert en  $p$  apparaissant dans la modélisation de cet asservissement de vitesse.

### IV.1.2 :

Déterminez l'expression formelle (littérale) de la transmittance **directe de la partie continue apparaissant** dans cet asservissement :  $T_{dir}(p)$ .

Soit la fonction de transfert suivante:  $T(p) = \frac{1}{(1 + \tau p)p^2}$

### IV.1.3 :

Faites une décomposition en éléments simples de cette fonction de transfert  $T(p)$ .

### IV.1.4 :

**En partant du résultat de la question précédente** et en utilisant les tables de transformées en  $Z$  de l'annexe F, déterminez l'expression formelle (littérale) de la transformée en  $Z$  du transfert de boucle de cet asservissement :  $T_{BO}(z) = \frac{\Delta N_{f\_mes}(z)}{\Delta N_{IBC}(z)}$ .

Vous vous contenterez dans cette expression de mettre la fonction de transfert en  $Z$  sous forme de somme de transformées en  $Z$  des termes élémentaires issus de la décomposition précédente. Vous ne ferez donc pas ici de réduction au même dénominateur.

### IV.1.5 :

En utilisant maintenant directement la table de transformée en  $Z$  de l'annexe F, déterminez à nouveau l'expression formelle (littérale) de la transformée en  $Z$  du transfert de boucle de cet asservissement :  $T_{BO}(z) = \frac{\Delta N_{f\_mes}(z)}{\Delta N_{IBC}(z)}$ . Vous mettrez cette fois le résultat sous la forme suivante :

$T_{BO}(z) = G \frac{(1 + az^{-1})z^{-1}}{(1 + bz^{-1})(1 + cz^{-1})}$  où  $G$ ,  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des coefficients dont vous préciserez les expressions formelles (littérales).

Vous prendrez comme valeur de période d'échantillonnage, la valeur  $T_e = 0,2$  sec.

### IV.1.6 :

Calculez les valeurs numériques des coefficients  $G$ ,  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

## IV – 2 : Mise en place d'un correcteur par la méthode des pôles dominants

Dans cette partie, vous écrirez les diverses expressions formelles (littérales) des grandeurs demandées à partir de l'expression formelle de la chaîne directe suivante :

$$T_{BO}(z) = G \frac{(1 + az^{-1})z^{-1}}{(1 + bz^{-1})(1 - z^{-1})}$$

Dans un premier temps, on veut mettre en place une correction pour obtenir **dans la chaîne directe corrigée** une double intégration.

### IV.2.1 :

Déterminez l'expression formelle (littérale) du correcteur numérique  $C_1(z)$  qui permet de satisfaire cette condition.

---

Vous chercherez ensuite à réaliser **en plus de la correction précédente** (mise en cascade dans la chaîne), une compensation d'un pôle et une compensation du zéro.

### IV.2.2 :

Déterminez la nouvelle expression formelle (littérale) du correcteur. Vous la noterez  $C_2(z)$ .

### IV.2.3 :

Déterminez l'expression formelle (littérale) de la fonction de transfert corrigée en boucle ouverte, lors de la mise en œuvre du correcteur  $C_2$ . Vous noterez cette fonction de transfert en  $Z$  :  $TC_2(z)$

### IV.2.4 :

Déterminez alors l'expression formelle (littérale) de la fonction de transfert obtenue en boucle fermée :  $BF_{C_2}(z) = \frac{\Delta\Omega(z)}{\Delta N_{f\_réf}(z)}$ . Vous écrirez cette fonction de transfert sous la forme :

$BF_{C_2}(z) = G_{BF} \frac{\text{Polynôme\_numérateur}(z)}{\text{Polynôme\_dénominateur}(z)}$ , avec  $G_{BF}$  un gain et avec chacun des polynômes sous la forme de polynômes en puissances décroissantes de  $Z$  :  $1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots$

### IV.2.5 :

Que pouvez-vous dire de la stabilité de ce système bouclé ?

### IV.2.6 :

Pouviez-vous prévoir ce résultat ?

---

Vous ajouterez des possibilité de réglage au correcteur déjà mis en œuvre, en introduisant deux paramètres supplémentaires ( $K_c$  et  $n$ ) au travers de la correction **supplémentaire** (mise en cascade dans la chaîne) suivante :  $K_c (1 + n z^{-1})$ . Vous noterez le correcteur **complet** ainsi obtenu  $C_3(z)$ .

### IV.2.7 :

Déterminez l'expression formelle (littérale)  $TC_3(z)$  de la fonction de transfert corrigée en boucle ouverte, lors de la mise en œuvre de ce nouveau correcteur  $C_3$ .

IV.2.8 :

Déterminez alors l'expression formelle (littérale) de la nouvelle fonction de transfert obtenue en boucle fermée :  $BF_{C_3}(z) = \frac{\Delta\Omega(z)}{\Delta N_{f\_réf}(z)}$

---

**Comportement du second ordre**

Vous allez calculer les coefficients  $K_c$  et  $n$  du correcteur  $C_3$  de telle sorte que les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée ainsi obtenue soient dominants et qu'ils correspondent à ceux d'un système du second ordre que vous allez fixer.

IV.2.9 :

Donnez l'expression formelle (littérale) de la fonction de transfert en  $p$  d'un système continu du type passe bas du second ordre. Vous noterez  $G_{pb}$  son gain statique,  $m$  la valeur de son amortissement et  $\omega_n$  sa pulsation naturelle (ou pulsation caractéristique).

IV.2.10 :

Donnez l'intervalle dans lequel doit se trouver l'amortissement  $m$  pour obtenir, lors d'une réponse indicielle de ce système en  $p$ , un comportement sans dépassement. Vous noterez  $m_1$  la valeur de la borne inférieure de cet intervalle. Donnez la valeur numérique de  $m_1$ .

IV.2.11 :

Donnez la valeur numérique notée  $m_2$  de l'amortissement qui permet, lors d'une réponse indicielle de ce même système en  $p$ , d'obtenir le temps de réponse à 5% minimum.

A partir de maintenant et jusqu'à la fin du problème vous considérerez que le coefficient d'amortissement du système du second ordre  $m$  est tel que:  $m \leq m_1$

IV.2.12 :

Pour ces deux valeurs de l'amortissement ( $m_1$  et  $m_2$ ), placez les pôles de cette fonction de transfert dans le plan complexe. Vous expliquerez ce positionnement dans le plan complexe en indiquant les valeurs remarquables de votre construction graphique.

IV.2.13 :

Donnez l'expression formelle (littérale) des coordonnées d'un de ces pôles.

IV.2.14 :

Indiquez quelle est la relation qui existe entre le pôle  $p_i$  d'une fonction de transfert continue en  $p$  et le pôle  $z_i$  de la fonction de transfert en  $Z$  correspondante.

IV.2.15 :

Des questions précédentes, déduisez l'expression formelle (littérale) du dénominateur d'une fonction de transfert en  $Z$  correspondant à un comportement du second ordre en  $p$  pour lequel l'amortissement est noté  $m$  ( $m \leq m_1$ ) et la pulsation naturelle (ou pulsation caractéristique) est notée  $\omega_n$ .

Vous mettrez ce dénominateur sous la forme d'un polynôme en  $Z$  en puissances décroissantes de  $Z$  :  $D(z) = 1 + \text{coef}_1 z^{-1} + \text{coef}_2 z^{-2}$

Exprimez les coefficients  $\text{coef}_1$  et  $\text{coef}_2$  en fonction de  $\omega_n$ ,  $m$  et  $T_e$ .

---

Dans l'asservissement numérique, on souhaite obtenir des pôles correspondants à un système du second ordre dont le temps de réponse à 5% est de 4 secondes, et qui ait comme valeur d'amortissement  $m=m_1$  (calculée précédemment).

IV.2.16 :

A partir de l'annexe G, donnez la valeur numérique de la pulsation naturelle (ou pulsation caractéristique)  $\omega_n$  du système correspondant.

IV.2.17 :

Donnez les valeurs numériques des coefficients  $\text{coef}_1$  et  $\text{coef}_2$  du polynôme en  $Z$  correspondant.

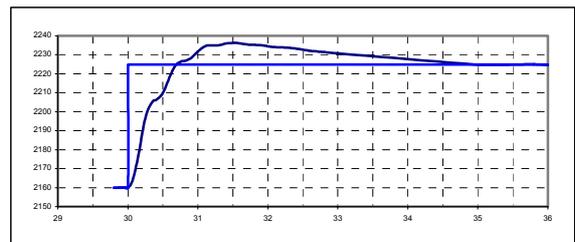
IV.2.18 :

Calculez alors les coefficients  $K_c$  et  $n$  du filtre numérique  $C_3$  permettant d'obtenir ce comportement en boucle fermée.

IV.2.19 :

Donnez finalement l'expression numérique complète du correcteur  $C_3(z)$ .

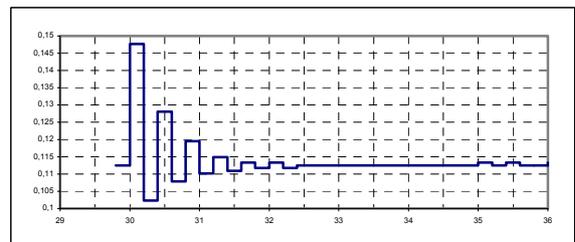
Dans le cadre de la réponse à un échelon de consigne de 3%, la mise en place de ce correcteur numérique donne lieu au comportement théorique ci-contre.



Sur la figure du haut, vous visualisez :

$N_{f\_réf}$  et  
la fréquence de retour  $f_{mes}$  (en Hz).

Sur la figure du bas vous visualisez le signal de commande de la boucle de courant  $I_{BC}$  (en A) en fonction du temps.



IV.2.20 :

Obtenez-vous le comportement désiré ?  
Pourquoi ?

Dans toute la suite de cette partie IV vous prendrez les valeurs numériques suivantes :  
 $G = 0,618$        $a=0,68$        $b= - 0,31$        $K_c=0,68$        $n= - 0,9$

## IV – 3 : Mise en place technique d'un correcteur numérique

### IV.3.1 :

Donnez l'équation récurrente numérique correspondant au filtre  $C_3(z)$ . Vous utiliserez l'indice  $k$  pour les rangs ( $k$ ,  $k-1$ ,  $k-2$ , etc.) des échantillons.

Les coefficients de ce filtre sont codés dans un format Q1.15 signé, parfois aussi appelé format Q15(16) signé.

### IV.3.2 :

Donnez le poids des différents bits pour un nombre binaire codé sous cette forme.

### IV.3.3 :

Donnez le quantum de représentation obtenu avec ce format de nombre.

### IV.3.4 :

Donnez les valeurs minimales et maximales que l'on peut coder avec ce format de nombre. Indiquez les valeurs binaires (ou hexadécimales) correspondantes.

### IV.3.5 :

Codez les différents coefficients du filtre numérique en utilisant ce format Q1.15 signé.

## IV – 4 : Contrôle par retour d'état

Dans cette partie, vous considérerez le système d'état suivant (avec les notations usuelles des matrices) :

$$\begin{cases} [X(k+1)] = [A] [X(k)] + [B] U(k) \\ [Y(k)] = [C] [X(k)] + [D] U(k) \end{cases}$$

où l'entrée est notée  $U(k)$  et correspond à  $U(k) = \Delta N_{IBC}(k)$

où la sortie est notée  $Y(k)$  et correspond maintenant à  $Y(k) = \Delta N_{f\_mes}(k)$

et où  $[X]$  est un vecteur d'état à deux composantes:  $[X] = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

### IV.4.1 :

Précisez le nom donné à la matrice  $[B]$

### IV.4.2 :

Précisez le nom donné à la matrice  $[C]$

### IV.4.3 :

Précisez le nom donné à la matrice  $[D]$

---

Soit le système suivant ( $c=-1$  et  $a$ ,  $b$  et  $G$  inchangés) :

$$[A] = \begin{bmatrix} -(b+c) & -bc \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad [B] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad [C] = [G \quad aG] \quad [D] = [0]$$

### IV.4.4 :

Déterminez les expressions formelles (littérales) des deux composantes  $x_1(z)$  et  $x_2(z)$  du vecteur d'état  $[X]$ .

### IV.4.5 :

Déterminez l'expression formelle (littérale) de la fonction de transfert en  $Z$  correspondant à ce système :  $T_{VE}(z) = \frac{\Delta N_{f\_mes}(z)}{\Delta N_{IBC}(z)}$ . Vous écrirez cette fonction de transfert sous la forme d'une

fraction de deux polynômes en puissances croissantes de  $Z$  :  $T_{VE}(z) = \frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_n}{z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n}$ .

### IV.4.6 :

Donnez l'expression du polynôme caractéristique en  $Z$  correspondant à cette fonction de transfert en  $Z$ . Vous le donnerez en puissance croissante de  $Z$  avec un coefficient unitaire sur le terme de puissance le plus élevé:  $P(z) = a_n + a_{n-1} z + \dots + a_1 z^2 + z^n$

### IV.4.7 :

Compte tenu de la forme des matrices, précisez le nom donné à cette représentation matricielle du système.

### IV.4.8 :

Donnez une autre expression (notée  $[A_2]$ ) de la matrice  $[A]$  correspondant à la forme compagne associée à ce polynôme caractéristique et appelée "forme canonique de commandabilité". Vous ne donnerez **pas** les matrices  $[B_2]$ ,  $[C_2]$  et  $[D_2]$  associées.

---

Vous revenez maintenant au système défini par les matrices  $[A]$ ,  $[B]$ ,  $[C]$  et  $[D]$  données plus haut.

IV.4.9 :

Donnez les valeurs numériques des quatre matrices définissant le système.

IV.4.10 :

Calculez la matrice d'observabilité.

IV.4.11 :

Précisez si ce système est observable ou non.

IV.4.12 :

Calculez la matrice de commandabilité (ou de gouvernabilité).

IV.4.13 :

Précisez si ce système est commandable ou non.

---

Vous allez maintenant mettre en place une commande par retour d'état. Vous noterez  $[L]$  la matrice de retour d'état. Vous noterez  $V(z)$  la nouvelle entrée de ce système bouclé.

IV.4.14 :

Représentez sous forme d'un schéma blocs la structure de cette commande par retour d'état. Vous y porterez les différentes variables :  $U$ ,  $X$ ,  $Y$  et  $V$ .

IV.4.15 :

Déterminez l'expression formelle (littérale) de la nouvelle matrice d'évolution du système ainsi bouclé.

IV.4.16 :

Compte tenu de la forme particulière de cette nouvelle matrice d'évolution du système déterminez l'expression formelle (littérale) du polynôme caractéristique du système bouclé.

---

On souhaite placer les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée. Le cahier des charges impose d'obtenir en boucle fermée le comportement de type second ordre fixé à la question Q.IV.2.15 (application numérique en Q.IV.2.17).

IV.4.17 :

Déterminez l'expression formelle (littérale) de la matrice de retour d'état permettant d'obtenir ce comportement.

IV.4.18 :

Calculez la valeur numérique de cette matrice  $[L]$ .

## **Annexes**

Annexe A- Moteur diesel Wartsila 16V32

Annexe B- Actionneur Woodward EG 10P

Annexe C- Capteur magnétique Woodward

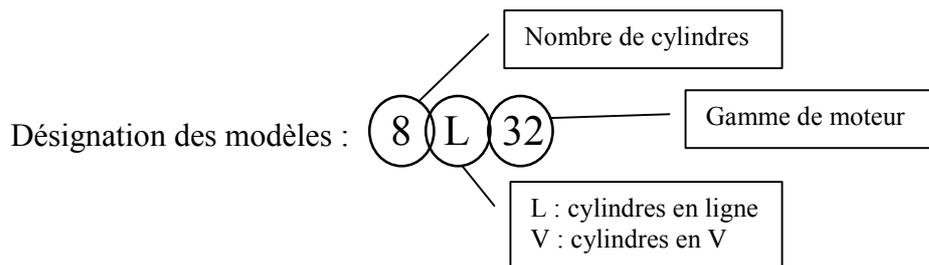
Annexe D- Régulateur de vitesse 2301 Woodward

Annexe E- Transformées de Laplace de fonctions usuelles

Annexe F- Transformées en z de fonctions usuelles

Annexe G- Temps de réponse réduit d'un système du second ordre

**Annexe A : Moteur diesel Wartsila**  
(extrait de la documentation : "Technology Review"  
[http://www.wartsila.com/english/pdf/w32\\_tech\\_review.pdf](http://www.wartsila.com/english/pdf/w32_tech_review.pdf))



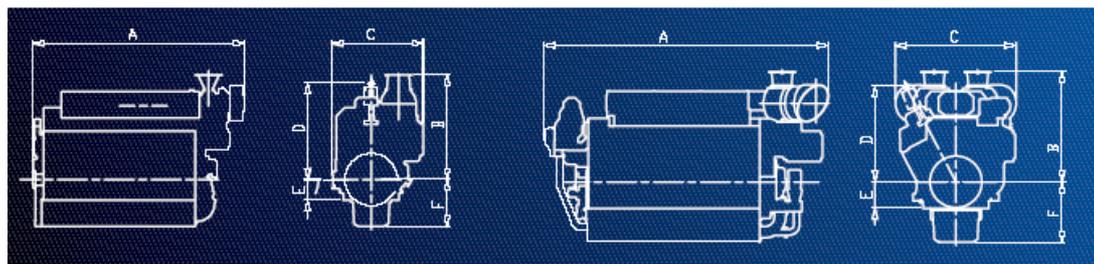
Engine Type	Rated power : Propulsion Engine		Output	
	720 rpm		750 rpm	
	kW	BHP	kW	BHP
6L32	2 700	3 670	2 760	3 750
8L32	3 600	4 890	3 680	5 000
9L32	4 050	5 610	4 140	5 630
12V32	6 400	7 340	5 520	7 510
16V32	7 200	9 790	7 360	10 010
18V32	8 100	11 010	8 280	11 260

(rpm = rotation per minute)  
(BHP = Brake Horse Power)

Moment d'inertie des parties tournantes :  $J_{dies} = 550 \text{ Kg m}^2$

Principal engine dimensions (mm) and weights (tonne)							
Engine Type	A	B	C	D	E	F	Weight ton
6L32	5 110	2 553	2 207	2 346	600	1 160	32
8L32	6 405	2 806	2 207	2 346	600	1 160	42
9L32	6 895	2 806	2 207	2 346	600	1 160	48
12V32	6 868	2 680	2 920	2 080	650	1 472	55
16V32	8 206	2 910	3 296	2 080	650	1 472	67
18V32	8 766	2 910	3 296	2 080	650	1 472	75

*Main*  
**Technical Data**



## Le cycle d'un moteur diesel sur quatre temps

Les quatre temps du moteur diesel sont les suivants :

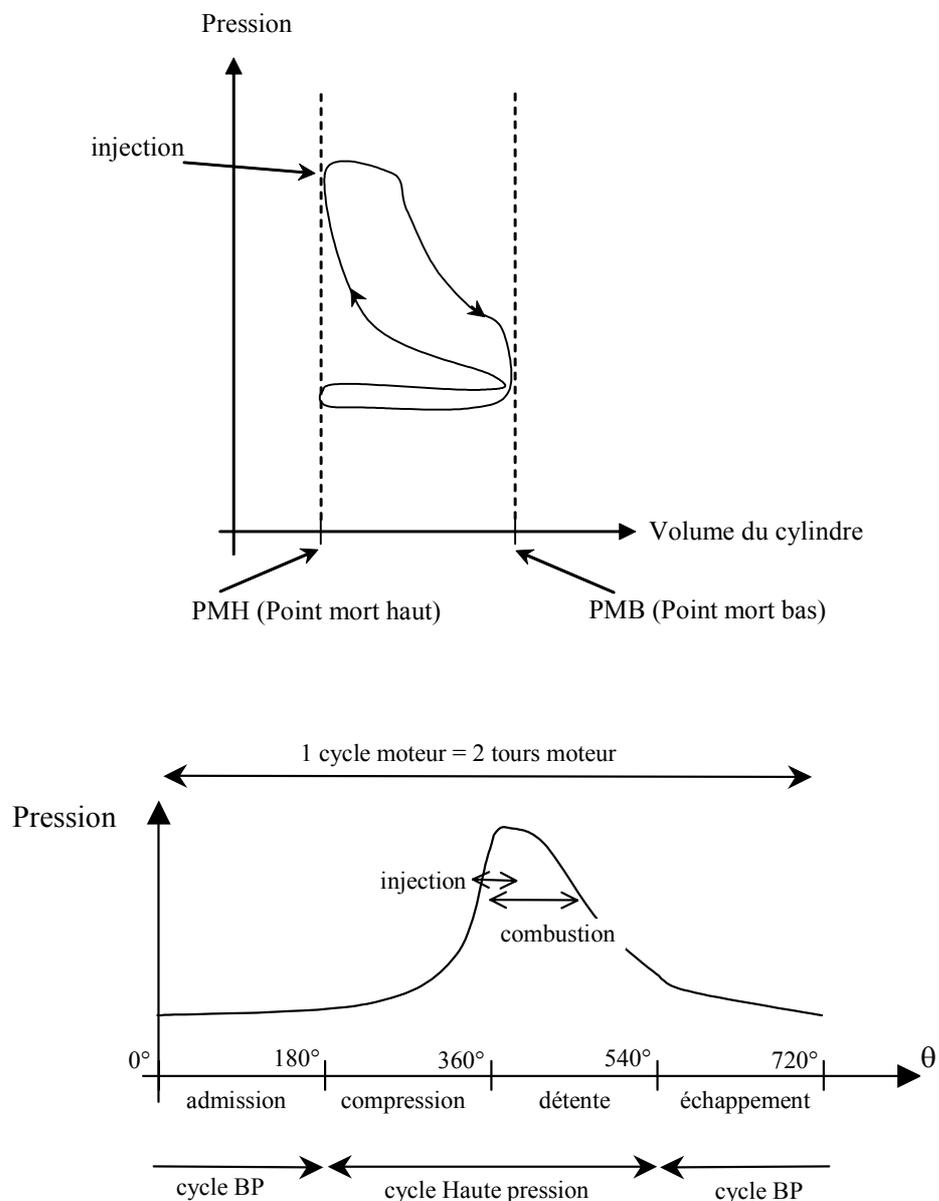
- compression
- détente
- échappement
- aspiration / admission

L'auto déclenchement de la combustion se fait lorsque la compression permet d'obtenir les conditions de pression et de température d'auto-inflammation.

Dans le cylindre, le milieu est hétérogène (air + gasoil). L'air est donc tout d'abord comprimé, puis le combustible est injecté en fin de compression.

Le couple moteur généré donne lieu à la détente.

Représentation **simplifiée** du cycle d'un moteur quatre temps :





## EG-3P/EG-6P/EG-10P Proportional Actuators

### APPLICATIONS

The EG-3P/6P/10P (proportional) actuators are designed for use on diesel, gas, and gasoline engines, or turbines. They are particularly well suited for use in control systems requiring a proportional mechanical output or a proportional electrical input.

### DESCRIPTION

The EG-3P/6P/10P actuators convert an electrical signal to a proportional rotary output shaft position to control the flow of fuel or energy medium to a prime mover. These actuators are suitable for controlling diesel and gas engines or steam and industrial-commercial gas turbines driving alternators, dc generators, pumps, compressors, papermaking machines, or locomotives. A Woodward hydraulic amplifier can provide larger work capacities.

The actuator provides the "muscle" for a Woodward 2301A, 723, 723PLUS, or similar integrating electric control system. The actuator will provide a mechanical output position in proportion to a dc control signal increasing from a nominal minimum to a maximum value.

### STANDARD FEATURES

Critical moving parts are made from either case hardened, through hardened, or surface-nitrited steels. All o-rings and shaft seals are made of a fluoro-elastomer base. All moving parts are submerged in oil. The actuators may be mounted either vertically or horizontally.



### SPECIAL FEATURES

The actuators can be used for installations where prime movers operate in tandem to drive a common load. With two actuators connected in series, only one electric control is required to supply a common signal to each prime mover's actuator. These actuators are also recommended for applications involving unattended starts.

#### Oil Pump Model

The actuator with an oil pump requires a drive from the prime mover or other means, such as an electric motor, to rotate the pilot-valve bushing and to power the pump gears to develop the required oil pressure. The actuator does not have its own oil sump.

#### Electric Motor Drive

An electric-motor drive which includes a self-contained sump is available for use with the EG-6P/10P. The motors are available in ac and dc configurations in most common voltages.

- Proportional electric mechanical transducer
- Rotary output
- 4.5, 6, or 10 lb-ft (6.1, 8.1, or 13.6 N·m) work capacity
- Oil motor or oil pump option
- UL & CSA-listed units available for Class 1, Division 2, Groups B, C, D

### Oil Motor Model

An oil motor actuator requires a supply of 80 to 500 psi (552 to 3448 kPa) pressure oil from an external source to rotate the pilot valve bushing and to provide the required work. Work output and stalled torque of the oil motor model are in direct proportion to the supply pressure.

### Compensation

Many EG actuators operate with oil supplied directly from the prime mover. Certain multiviscosity motor oils require a compensation system within the actuator to provide needed stability. A needle valve is included in the compensation system to allow response adjustment.

### Hazardous Environments

#### UL Listing:

The following UL-listed actuators are available:

#### EG-3P

Class 1, Division 2, Groups B, C, D

#### EG-10P

Class 1, Division 1, Groups B, C, D  
Class 1, Division 2, Groups B, C, D, T3  
Class 1, Division 2, Groups C, D, T3

#### EG-10P with RVDT

Class 1, Division 1, Groups B, C, D  
Class 1, Division 2, Groups B, D, T3

### EG-10PS

Class 1, Division 1, Group D  
Class 1, Division 2, Group D, T3

**Note:** EG-10P oil-motor models with Class 1, Groups C and D approval are limited to a maximum of 500 psi (3448 kPa) inlet pressure.

### CSA Listing:

The following CSA-listed actuators are available:

#### EG-10P

Class 1, Division 1, Groups B, C, D

#### EG-10P with RVDT

Class 1, Division 2, Groups B, D, T3

#### EG-10PS

Class 1, Division 2, Group D, T3

### Radiation Resistance

Radiation-resistant parts are available for special applications.

### Position Feedback

A position feedback transducer (RVDT) is available to monitor output shaft position.

**Note:** Unless otherwise specified, these actuators are tested and shipped for vertical operation. When used in a horizontal application, these actuators will have an 8 degree shift in terminal shaft calibration.

## SPECIFICATIONS

### All Models

Output Shaft .....	0.375"-36 serrations (standard/EG-3P) both sides of the case; 0.500"-36 serrations (standard/EG-6P/10P) either side of the case. Special output shafts are available.
Angular Travel .....	42° nominal travel available with 28° travel from no load to full load at rated speed recommended.
Calibration .....	2° to 3° off minimum shaft position at 20 mA. 36° ±3° additional travel at 160 mA. Special calibrations are available with a minimum of 80 mA required for full stroke.
Hysteresis .....	Within 3% of maximum stroke.
Linearity .....	Within 0.5%
Temperature Drift .....	Nominally ±1° of output per 100 °F/56 °C.
Transducer Coil Resistance .....	30 to 35 Ω at 20 °C/68 °F.
Nominal Coil Input Current Range .....	20 to 160 mA for single or two actuators operating from one electric control.
Electrical Connector .....	4-pin MS-33682-14S-2P. UL design does not have connector.
Hydraulic Oil Supply Fluid .....	Hydrocarbon oil. Consult Woodward for recommended synthetic oils. If multiviscosity oils are used, the compensated model is suggested.
Hydraulic Oil Viscosity .....	100 to 200 SUS at operating temperature recommended. 50 SUS minimum, 3000 SUS maximum (7.5 CST to 850 CST).
Oil Temperatures of Continuous Operation .....	140 to 200 °F/60 to 93 °C depending on oil viscosity.
Ambient Temperature Range .....	-20 to +200 °F/-29 to +93 °C. The primary temperature concern is for the hydraulic fluid properties in the actuator.
Case and Base Construction .....	Cast or ductile iron.
Cover, Subcap, and Drain Adapter .....	Cast aluminum.
Mounting Configuration .....	Vertical (or horizontal with proper adjustments; non-interchangeable).
Mounting Studs .....	Two 5/16" diameter (EG-3P); four 5/16" diameter (EG-6P/10P).

### References

Manual 82560	EG-3P Actuator
Manual 82566	EG-6P/10P Actuator
Manual 56102	Hydraulic Amplifier (Electrically Controlled)
Manual 25071	Oils for Hydraulic Controls

**Oil Pump Models (EG-3P/10P)**

Work Output .....	EG-3P—Maximum 4.5 lb-ft (6.1 N·m). Travel is 2/3 full travel for a work output of 3.0 lb-ft (4.1 N·m). Stalled torque rating is 6.2 lb-ft (8.4 N·m). EG-10P—Maximum 9.3 lb-ft (12.6 N·m). Travel is 2/3 full travel for a work output of 6.2 lb-ft (8.4 N·m). Stalled torque rating is 12.8 lb-ft (17.4 N·m).
Time Constant .....	0.08 second (EG-3P); 0.17 second (EG-10P).
Hydraulic Source .....	Engine lubricating system or a separate sump.
Supply Pressure .....	EG-3P—1 ft (300 mm) of lift to a maximum of 100 psi (690 kPa). EG-10P—1 ft (300 mm) of lift to a maximum of 50 psi (345 kPa).
Flow .....	Peak demand of 2 US gal/min (7.6 L/min) during transients; steady-state flow of 0.5 US gal/min (1.9 L/min) with 250 SUS oil supply.
Filter .....	20 to 25 µm (nominal).
Pump Capacity .....	92.7 cubic inches (1519 cm <sup>3</sup> )/minute/1000 rpm.
Pump Power Required .....	EG-3P—0.5 hp (373 W) at 1800 rpm recommended for motor drive. EG-10P—0.18 hp (134 W) at 1000 rpm required for EG-10P. 0.5 hp (373 W) at 1000 rpm recommended for motor drive.
Supply Inlet .....	0.250"-18 NPTF (2). Use one or supply through mounting surface.
Drain .....	11/32" dia. base, must have free discharge. For horizontal mounting, use 0.250-18 NPTF in cover.
Weight .....	EG-3P—9.25 lb (4.2 kg). EG-10P—16.0 lb (7.3 kg).
Drive Rotation .....	Plugged for either clockwise or counterclockwise.
Recommended Drive Speed .....	1500 to 4000 rpm.
Drive Coupling .....	EG-3P—.562-6 spline extends 0.375" (9.5 mm) from mounting hub (standard). EG-10P—.562-6 spline extends 0.562" (14.3 mm) from mounting surface (standard).

**Oil Motor (EG-3P/10P)**

Work Output:	Recommended Output Shaft			
	Actuator Operating Oil Pressure	Maximum Work Output	Travel is 2/3 Full Travel for a Work Output of:	
EG-3P	400 psi 2758 kPa	4.5lb-ft 6.1 N·m	3.0 lb-ft	4.1 N·m
	300 2068	3.3 4.5	2.2	3.0
	200 1379	2.2 3.0	1.4	1.9
	100 690	1.1 1.5	0.7	0.9
EG-10P	400 2758	9.3 12.6	6.2	8.4
	300 2068	7.0 9.5	4.7	6.4
	200 1379	4.6 6.2	3.1	4.2
	100 690	2.3 3.1	1.5	2.0
Time Constant .....	EG-3P— $0.5P^{-1/2} + 0.0028P^{1/2}$ sec EG-10P— $1.06P^{-1/2} + 0.0059P^{1/2}$ sec. where P=supply pressure in psig (1 psig=6.895 kPa).			
Supply Pressures .....	80 to 500 psi (552 to 3448 kPa). Pressures outside this range are not recommended.			
Supply Flow .....	Peak demand of 4 US gal/min (15 L/min) during transients. Steady-state flow 1.4 US gal/min (5.3 L/min) maximum, depending on orifice size and operating pressure.			
Filter .....	10 to 15 µm (nominal).			
Pressure Inlet .....	0.250"-18 NPTF to pilot valve.			
Orifice (to oil motor supply):	Supply Pressure (psi)	(kPa)	Orifice Diameter (inch)	(mm)
	80 to <100	552 to <690	0.076	1.9
	100 to 175	690 to 1207	0.062	1.6
	>175 to 300	>1207 to 2068	0.055	1.4
	>300 to 500	>2068 to 3448	0.047	1.2
Drain .....	0.75"-14 NPTF on drain adapter. Must have free discharge. For horizontal mounting, use 0.250"-18 NPTF in cover.			
Weight .....	EG-3P—11 lb (5 kg). EG-10P—17 lb (8 kg).			

La roue dentée montée sur l'arbre du moteur diesel est munie **de 180 dents**



Product Specification  
02010B

## Magnetic Pickups (MPUs) for sensing prime mover speed

### FUNCTION

To control the speed of a prime mover, speed controls compare actual speed to desired, or set, speed. The speed sensor most often used to detect prime mover speed is the magnetic pickup (MPU).

When a magnetic material (usually a gear tooth driven by the prime mover) passes through the magnetic field at the end of the magnetic pickup, a voltage is developed. The frequency of this voltage is translated by the speed control into a signal which accurately depicts the speed of the prime mover.



- Produces electrical frequency
- Easily installed on engine
- Requires no energizing circuit from control
- Used with all electronic controls
- Available for hazardous location installation

### INSTALLATION

The MPU is usually mounted radially to the gear, either through the housing or on a rigid bracket. If the MPU must be mounted off the face of the gear, be sure to check for gear end play in addition to gear runout.

### TYPES OF MPUs

Magnetic pickups are available in different lengths and mounting thread sizes. Those commonly used with Woodward controls are listed on the next page.

The standard MPU requires a mating connector which is not included with the basic pickup. Be sure to order the complete assembly which includes the connector assembly and the MPU. Unless a standard pickup is ordered as a replacement, the complete assembly should be ordered to ensure that the connector will be available.

### SETTING THE GAP

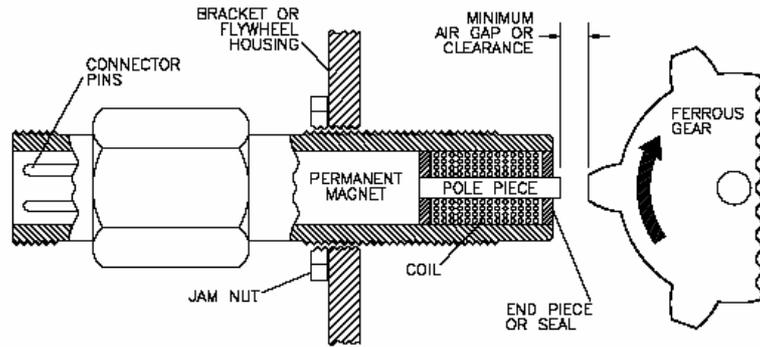
The gap between the end of the MPU and the gear tooth is set at 0.25 to 1.02 mm (0.010 to 0.040 inch) at the closest point. The MPU will be damaged if it touches the moving gear. A properly installed MPU will provide as much as 50 Vac (rms); most Woodward controls require a minimum of 1.5 Vac at the lowest speed. Voltage decreases as the MPU is moved farther from the gear. If the gap between the pickup and the gear cannot be measured directly, it can be determined by counting the number of turns the pickup is backed away from the gear. One full turn counterclockwise will move the MPU out 0.0555 inch (1.5 mm for the metric model).

Woodward  
Industrial Controls  
PO Box 1519  
Fort Collins CO, USA  
80522-1519  
1000 East Drake Road  
Fort Collins CO 80525  
Ph: +1 (970) 482-5811  
Fax: +1 (970) 498-3058

**Distributors & Service**  
Woodward has an international network of distributors and service facilities. For your nearest representative, call the Fort Collins plant or see the Worldwide Directory on our website.

**Corporate Headquarters**  
Rockford IL, USA  
Ph: +1 (815) 877-7441

www.woodward.com

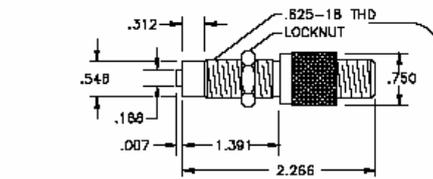


OUTPUT FREQUENCY OF MAGNETIC PICKUP IN HERTZ

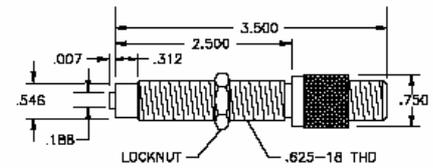
$$\text{Hz} = \frac{\text{NO. OF GEAR TEETH} \times \text{GEAR RPM}}{60}$$

EN-0122  
97-04-23

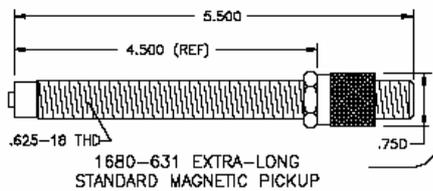
**Magnetic Pickup**



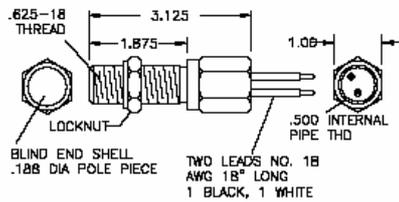
202-816 STANDARD SHORT MAGNETIC PICKUP



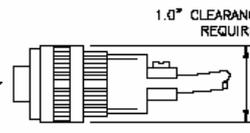
168D-622 STANDARD LONG MAGNETIC PICKUP



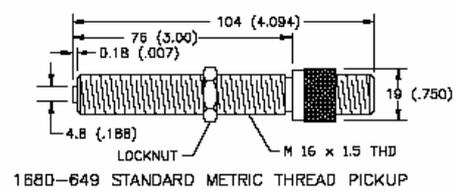
1680-631 EXTRA-LONG STANDARD MAGNETIC PICKUP



1680-609 EXPLOSION-PROOF MAGNETIC PICKUP  
(SEE NOTE BELOW)



MATING CONNECTOR



168D-649 STANDARD METRIC THREAD PICKUP

**NOTE:**  
1680-609 IS UL LISTED AND CSA CERTIFIED FOR HAZARDOUS LOCATION CLASS 1, DIVISION 1, GROUP A, B, C, D, CLASS 2, DIVISION 1, GROUP E, F, G.

626-101  
97-04-22

**Outline Drawing**  
(Do not use for construction)

More information in manual 82510.

# Magnetic Pickups and Proximity Switches for Electronic Controls

## Magnetic Speed Pickup

The magnetic speed pickup (MPU) is used to detect the speed of the prime mover. It is necessary when the prime mover drives something other than an alternator, and is often used where an alternator is driven directly by the prime mover and when a control signal is necessary before the alternator comes up to its proper output voltage. A speed sensor circuit, either a section on the governor amplifier chassis or a separate unit, is needed to convert the MPU's output signal to one usable by the governor amplifier.

The magnetic pickup produces a voltage output when any magnetic material moves through the magnetic field at the end of the pickup. Since most engines and turbines have flywheels or other large gears made of magnetic material (usually iron or steel), magnetic pickups can usually be installed without adding attachments to a gear or shaft. Nonmagnetic materials, such as aluminum, brass, and some stainless steels, will not excite the magnetic pickup.

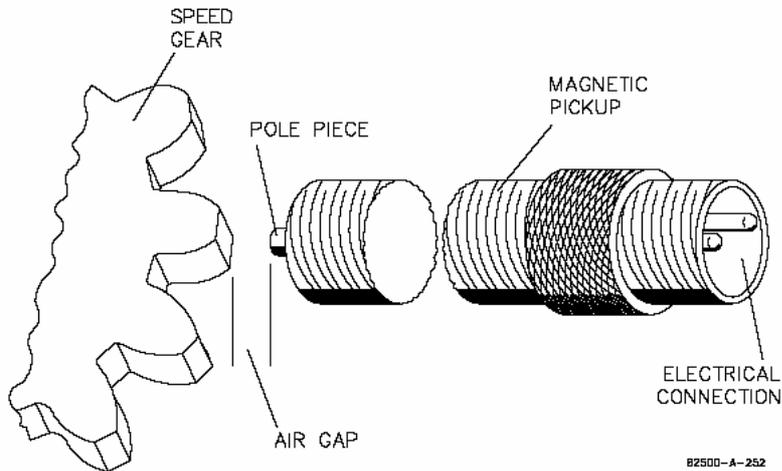
The MPU makes use of a "stray magnetic field" and no provision for return magnetic circuits or paths is necessary. Any device which produces a dynamic discontinuity of magnetic material in the field of the pickup will produce an electrical voltage. Although gears are the normal devices measured by an MPU, other devices such as a vibrating surface, moving bar, crank, wheel spokes, or a steel screw head mounted on some moving surface will work equally well if surface speed and other factors are taken into account. The MPU may be excited by a keyway or slot in a wheel, but there is likely to be an unwanted background signal due to varying density or eccentricity of the material. It is better to excite the MPU from a protrusion on the surface. This places the pickup at a relatively great distance from the materials between excitation periods and it is less likely to pick up stray signals.

The output voltage of a magnetic pickup is affected by three factors.

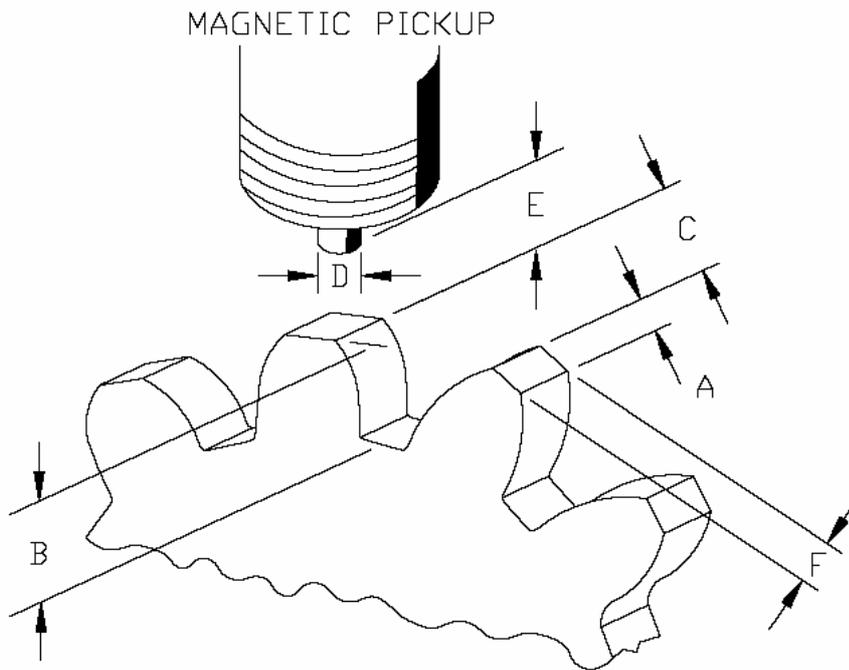
- Voltage increases with increases of the surface speed of the monitored magnetic material.
- Voltage decreases as the air gap between the magnetic pickup and the surface of the gear tooth is increased.
- Voltage waveform is determined by the size and shape of the gear tooth in relation to the size and shape of the pole piece.

With any given speed and clearance conditions, a maximum power output will result when the field is filled with a relatively infinite mass of magnetic material at one instant and a complete absence of such material the next. A reasonable approach to these conditions exists when the cross-section of the exciting masses is equal to or greater than that of the pole piece, and the space between is equal to or greater than three times the diameter of the pole piece (see Figure 1).

As the magnetic pickup-gear relationship begins to deviate from the specifications listed above, the MPU output waveform may deteriorate to an unacceptable shape. Because the speed sensor detects zero-crossings, the waveform should cross zero only twice for each tooth (once going positive and once going negative, see Figure 2).



82500-A-252



825-252a  
98-12-11 skw

**Figure 1. Magnetic Pickup Dimensions**

In Figure 1, the optimum dimensions of A, B, C, and F are given as they relate to D, the diameter of the pole piece of the magnetic pickup. The optimum relationship for maximum output is as follows:

- A equal to or greater than D
- B equal to or greater than C
- C equal to or greater than three times D
- F equal to or greater than D

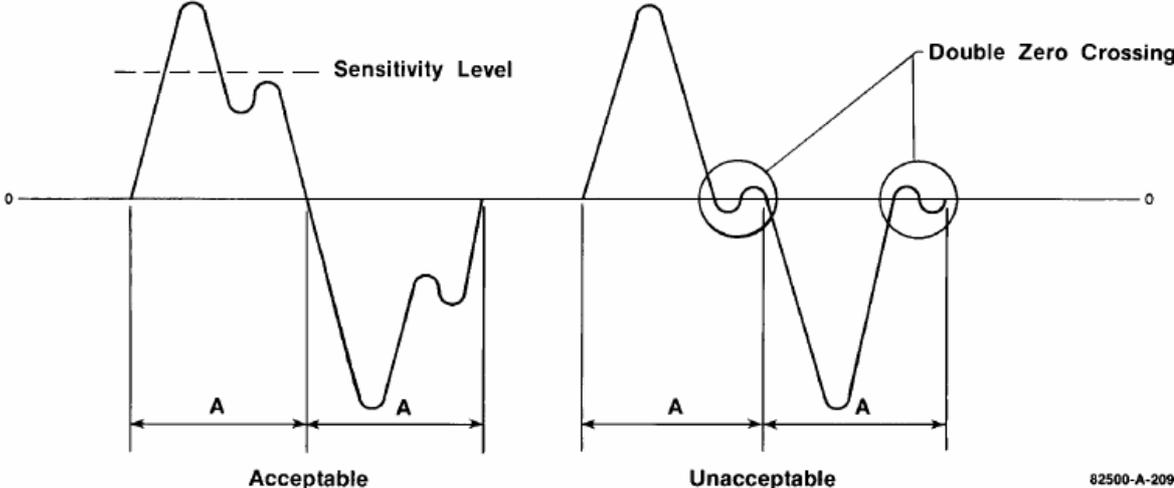
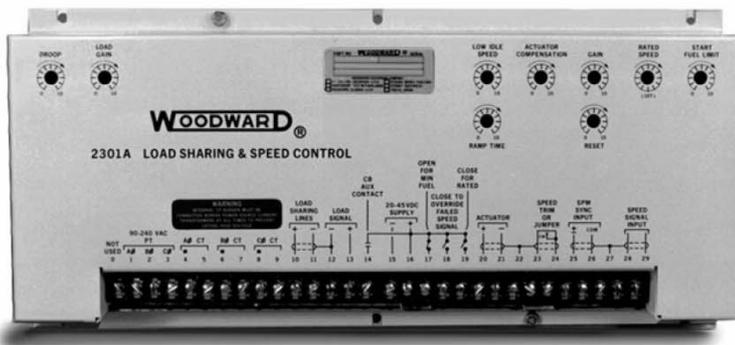


Figure 2. Magnetic Pickup Output Waveforms



## 2301A Load Sharing and Speed Control



- Low- and High-Voltage Models
- Idle and Rated Speed Settings
- Adjustable Idle to Rated Speed Linear Ramps
- Start Fuel Limiting
- Failed Speed Sensor Protection
- Four Switch Selectable Speed Ranges
- Isochronous Load Sharing
- EU Directive Compliant (low voltage models)

### APPLICATIONS

The 2301A Load Sharing and Speed Controls are designed for use in electric generator systems where multi-unit load sharing is desired. 2301A controls may be used with diesel, gas or gasoline engines, or steam or gas turbines.

Controls are available:

- For applications requiring droop and/ or isochronous speed control
- In forward- or reverse-acting models
- For single or tandem actuator installations
- With accelerating or decelerating ramps
- In several speed ranges

### DESCRIPTION

Automatic, adjustable start fuel limiting regulates the maximum fuel setting while the engine is starting. This helps decrease pollution and engine wear.

Each 2301A control has a self-contained load sensor. Most models provide a 0-200 mA output signal, designed to control Woodward EG, EGB, PB, TM, and 2301 actuators. 0–20 mA output is available for special applications. The output signal is

proportional to the fuel setting needed to attain the desired speed/load. Position feedback from the actuator is not required. The 2301A controls are compatible with Woodward SPM-A Synchronizers, Automatic Generator Loading Controls, Process Import/Export Controls, and Automatic Power Transfer and Load Controls

### RELIABLE CONTROL: SIMPLE ADJUSTMENTS

The 2310A Load Sharing and Speed Controls stand up well in harsh environments. Built-in protection guards against electromagnetic interference/radio frequency interference (EMI/RFI), humidity, dust and vibration.

The 2301A control contains a single printed circuit board. All potentiometers are accessible from the front of the chassis. Speed range is set on an internal dip switch, accessible from inside the cover of the control. Speeds are set according to the speed sensor frequency in Hertz. External rated speed adjustment can be connected for remote speed change and manual operation. An optional deceleration ramp is available.

## SPECIFICATIONS

---

### Power Supply

High Voltage Model..... 90–150 Vdc or 88–132 Vac, 12 W, Low voltage of 75 Vdc (60

Vac) and high voltage of 200 Vdc (140 Vac) for up to 5 minutes

Low Voltage Model..... 20–40 Vdc, 12 W--After power-up, a supply voltage as low as

10 Vdc or as high as 77 Vdc for up to 5 minutes

### Control Characteristics

Steady State Speed Band...  $\pm 1/4$  of 1% of rated speed

Load Sharing..... Within  $\pm 5\%$  of rated load with speed settings matched

### Load Sensing

3-phase potentials..... 90–240 Vac, 45–66 Hz; maximum load: 3 VA per phase

3-phase currents ..... 3–7 A at full load; maximum load: 1 VA

Speed Ranges (switch selectable) • 500–1500 Hz • 1000–3000 Hz  
• 2000–6000 Hz • 4000–12000 Hz

Speed Sensing..... 1–30 Vac; maximum load: 1 at 1 kW

Outputs..... • 0–200 mA, 30–40  $\Omega$  • 0–400 mA, 30–40  $\Omega$   
• 0–20 mA, 0–600  $\Omega$ , or • 0–200 mA, 60–80  $\Omega$  for tandem actuators

### Adjustments

Rated Speed ..... Sets engine speed over specified range. External remote input accessible.

Idle Speed ..... Sets engine idle speed at 30%–100% of rated speed

Ramp Times ..... Idle to rated speed: 0–10 second acceleration time  
Rated to idle speed: 0–10 second deceleration time with special decel ramp. (Rated to idle is instantaneous without special ramp.)

Start Fuel Limit ..... 25%–100% of specified maximum actuator current.  
Start fuel limit cannot be used with reverse-acting controls.

Gain, Reset, Actuator Compensatio .... Sets dynamic response. Adjustable to accommodate diesel or gas engines, or turbine systems.

Load Gain..... Provides calibration of the base load level on an individual generator or the load sharing feature when two or more generators are paralleled.

Droop..... Provides 0%–10% reduction in reference speed between no load and full load for base load conditions.

### Options

SPM-A Synchronizer..... -5 to +5 Vdc for  $\pm 3\%$  speed change or -1.5 to +1.5 Vdc for  $\pm 1\%$  speed change; maximum load: 100W

Speed Trim..... 0 to 10% speed decrease with 0 to 100 W pot

Minimum Fuel..... The minimum-fuel signal is an optional means for a normal shutdown. Opening an external contact in series with terminal 17 and the control's dc switch power will send a minimum-fuel signal to the actuator.

Droop..... The droop contact is wired in series with the auxiliary circuit breaker contact and terminal 14, and the control's dc switch power. Isochronous operation is selected when both the droop contact and the auxiliary circuit breaker contact are closed.

Failed Speed Signal Override .. An external contact to override the failed speed protective circuit when required for start-up.

Idle/Rated Ramp ..... An external contact to accelerate from idle to rated speed when the contact is closed. Rated-to-idle ramp is available only on special 2301A controls.

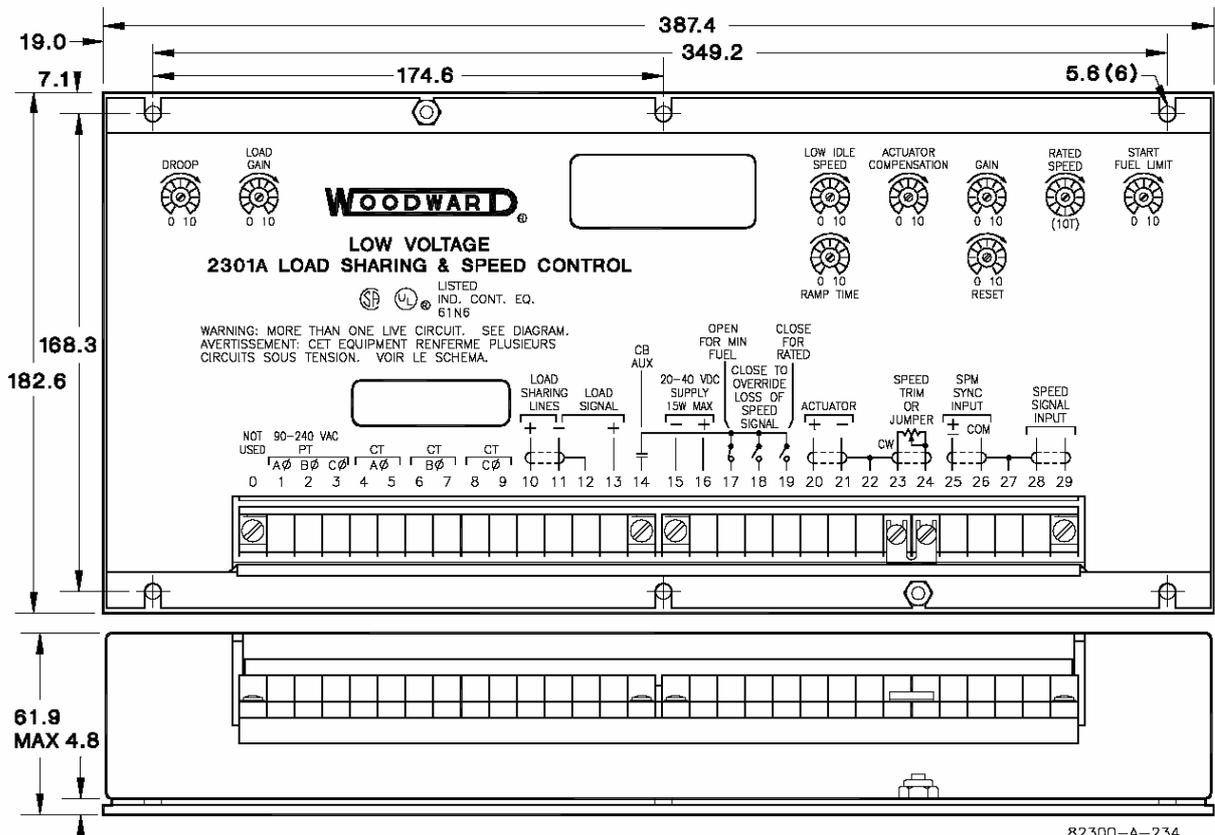
# SPECIFICATIONS (Continued)

## Environmental Specifications

Operating Temperature ..... -40 to +85 °C (-40 to +185 °F)  
 Storage Temperature ..... -55 to +105 °C (-67 to +221 °F)  
 Maximum Ambient Humidity .... 95% at 38 °C (+100 °F)  
 Vibration and Shock Tests .. Vibration tested at 4 Gs between 5 and 500 Hz.  
 Shock tested at 60 Gs.

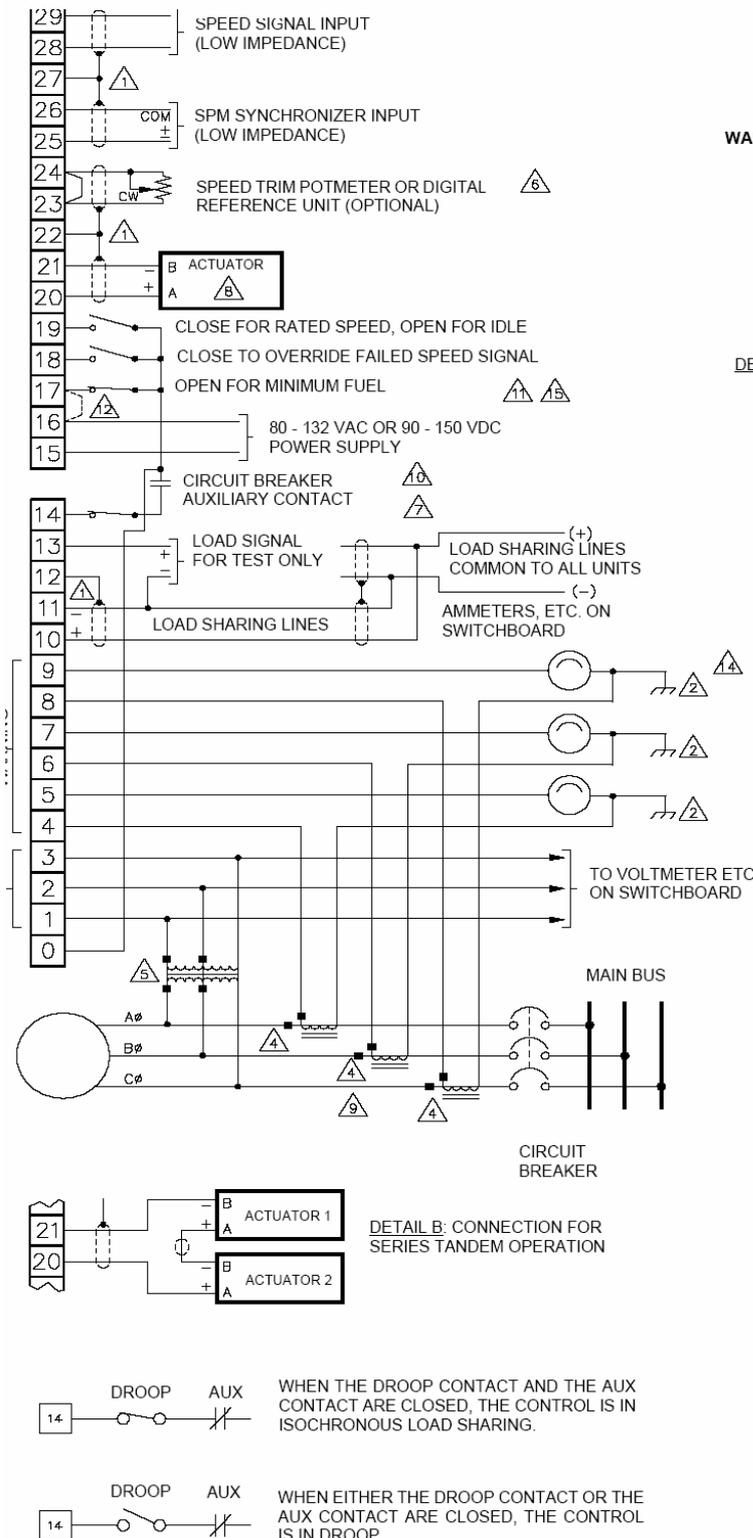
## Compliance

EU Directive ..... Compliant (low voltage models)  
 UL ..... Listed (all models)  
 cUL ..... Listed (low voltage models)  
 CSA ..... Listed (high voltage models)

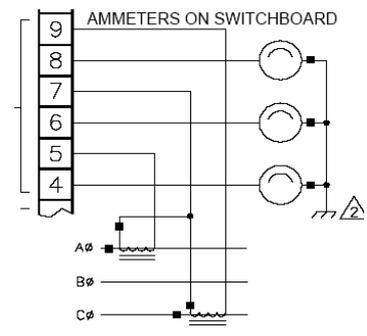


82300-A-234  
90-07-30 MCL

2301A LSSC Outline Drawing



**WARNING** ⚠



**DETAIL A:** OPTIONAL CURRENT TRANSFORMER

- ⚠ SHIELDED WIRES TO BE TWISTED PAIRS, WITH SHIELD GROUNDED AT CONTROL END ONLY.
- ⚡ POINT OF GROUNDING IF REQ. BY WIRING CODE
- ⚠ INTERNAL CURRENT TRANSFORMER BURDEN MUST BE CONNECTED ACROSS POWER SOURCE CURRENT TRANSFORMERS AT ALL TIMES, TO PREVENT HIGH VOLTAGES.
- ⚠ CURRENT TRANSFORMERS (CT) SHOULD BE SIZED TO PRODUCE 5A SECONDARY CURRENT WITH MAXIMUM GENERATOR CURRENT. CT BURDEN IS LESS THAN 0.1 VA PER PHASE
- ⚠ THREE PHASE POWER TRANSFORMER SHOULD BE WIRED IN THE CORRECT POTENTIAL LEG AND MUST BE PHASED AS FOLLOWS:  
 PHASE A: POTENTIAL TERMINAL 1, WITH RESPECT TO NEUTRAL, IN PHASE WITH CT TERMINAL 4 TO 5.  
 PHASE B: POTENTIAL TERMINAL 2, WITH RESPECT TO NEUTRAL, IN PHASE WITH CT TERMINAL 6 TO 7.  
 PHASE C: POTENTIAL TERMINAL 3, WITH RESPECT TO NEUTRAL, IN PHASE WITH CT TERMINAL 8 TO 9.
- ⚠ REMOVE JUMPER BETWEEN 23 AND 24, IF SPEED TRIM POTMETER OR DIGITAL REFERENCE UNIT IS USED. USE SPEED TRIM POTMETER OF 100Ω, 10W.
- ⚠ FOR ISOCH CONTROL, WITHOUT SWITCH, SET DROOP POTMETER MAX. CCW AND REPLACE DROOP SWITCH WITH JUMPER. IF DROOP POTMETER IS NOT MAX CCW, CONTROL IS IN DROOP WHEN SWITCH OR AUX CONTACT IS OPEN
- ⚠ FOR SERIES OF TANDEM OPERATION, SEE "B".
- ⚠ FOR OPTIONAL CT CONNECTION, SEE "A".
- ⚠ CIRCUIT BREAKER AUXILIARY CONTACT CLOSSES WHEN CIRCUIT BREAKER CLOSSES.
- ⚠ **WARNING:** DO NOT USE FOR EMERGENCY SHUT DOWN. THE ENGINE SHOULD BE EQUIPPED WITH A SEPARATE SHUTDOWN DEVICE(S), TO PROTECT AGAINST RUNAWAY OR DAMAGE TO THE ENGINE AND INJURY TO PERSONS.
- ⚠ APPLY SWITCH POWER FROM TERMINAL "0" ONLY. TERMINAL 1 MUST NOT BE JUMPERED TO 17 ON HIGH VOLTAGE MODELS.
- ⚠ IF METERS ARE NOT USED, JPERS MUST BE INSTALLED IN PLACE OF METERS SHOWN.
- ⚠ IF MINIMUM FUEL SWITCH IS NOT USED, JUMPER TERMINAL 17 TO 0.

Figure 2-8 2301A Control Wiring Diagram

## Annexe E : Transformées de Laplace de fonctions usuelles

D'après "Dynamique de la commande linéaire" par J.Ch. Gille P. Decaulne M. Pélegrin chez Dunod

Fonctions avec zéros	
F(p)	f(t) pour t>0
$\frac{1+ap}{1+\frac{2z}{\omega_n}p+\frac{p^2}{\omega_n^2}}$	$\omega_n \sqrt{\frac{1-2az\omega_n+a^2\omega_n^2}{1-z^2}} e^{-z\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-z^2} t + \psi)$ <p style="margin-left: 20px;">où <math>\psi = \arctg\left(\frac{a\omega_n \sqrt{1-z^2}}{1-az\omega_n}\right)</math></p>
$\frac{1+ap}{(1+Tp)\left(1+\frac{2z}{\omega_n}p+\frac{p^2}{\omega_n^2}\right)}$	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-z^2}} \sqrt{\frac{1-2az\omega_n+a^2\omega_n^2}{1-2Tz\omega_n+T^2\omega_n^2}} e^{-z\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-z^2} t + \psi) + \frac{(T-a)\omega_n^2}{1-2Tz\omega_n+T^2\omega_n^2} e^{-\frac{t}{T}}$ <p style="margin-left: 20px;">où <math>\psi = \arctg\left(\frac{a\omega_n \sqrt{1-z^2}}{1-az\omega_n}\right) - \arctg\left(\frac{T\omega_n \sqrt{1-z^2}}{1-Tz\omega_n}\right)</math></p>
$\frac{1+ap}{(1+T_1p)(1+T_2p)}$	$\frac{T_1-a}{T_1(T_1-T_2)} e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2-a}{T_2(T_1-T_2)} e^{-\frac{t}{T_2}}$
$\frac{1+ap}{(1+Tp)^2}$	$\left(\frac{T-a}{T^3} t + \frac{a}{T^2}\right) e^{-\frac{t}{T}}$
$\frac{1+ap}{(1+Tp)^2 \left(1+\frac{p^2}{\omega_n^2}\right)}$	$\frac{\omega_n \sqrt{1+a^2\omega_n^2}}{1+T^2\omega_n^2} \sin(\omega_n t + \psi) + \left[ \frac{\omega_n^2(T-a)}{T(1+T^2\omega_n^2)} t + \frac{\omega_n^2(2T+aT^2\omega_n^2-a)}{(1+T^2\omega_n^2)^2} \right] e^{-\frac{t}{T}}$ <p style="margin-left: 20px;">où <math>\psi = \arctg(a\omega_n) - 2 \cdot \arctg(T\omega_n)</math></p>
$\frac{1+ap}{(1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p)}$	$\frac{T_1-a}{(T_1-T_2)(T_1-T_3)} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2-a}{(T_2-T_1)(T_2-T_3)} e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{T_3-a}{(T_3-T_1)(T_3-T_2)} e^{-\frac{t}{T_3}}$

F(p)	f(t) pour t>0
$\frac{1+ap}{(1+T_1p)(1+T_2p)^2}$	$\frac{T_1-a}{(T_1-T_2)^2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \left[ \frac{T_2-a}{T_2^2(T_2-T_1)} t + \frac{a-T_1}{(T_2-T_1)^2} \right] e^{-\frac{t}{T_2}}$
$\frac{1+ap}{p \left( 1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2} \right)}$	$1 + \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} \sqrt{1-2az\omega_n + a^2\omega_n^2} e^{-z\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-z^2} t + \psi)$ <p>où <math>\psi = \arctg\left(\frac{a\omega_n \sqrt{1-z^2}}{1-az\omega_n}\right) - \arctg\left(\frac{\sqrt{1-z^2}}{-z}\right)</math></p>
$\frac{1+ap}{p(1+Tp)}$	$1 + \frac{a-T}{T} e^{-\frac{t}{T}}$
$\frac{1+ap}{p(1+Tp) \left( 1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2} \right)}$	$1 + \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} \sqrt{1-2Tz\omega_n + T^2\omega_n^2} e^{-z\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-z^2} t + \psi) + \frac{T\omega_n^2(a-T)}{1-2Tz\omega_n + T^2\omega_n^2} e^{-\frac{t}{T}}$ <p>où <math>\psi = \arctg\left(\frac{a\omega_n \sqrt{1-z^2}}{1-az\omega_n}\right) - \arctg\left(\frac{T\omega_n \sqrt{1-z^2}}{1-Tz\omega_n}\right) - \arctg\left(\frac{\sqrt{1-z^2}}{-z}\right)</math></p>
$\frac{1+ap}{p(1+T_1p)(1+T_2p)}$	$1 + \frac{T_1-a}{(T_2-T_1)} e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2-a}{(T_2-T_1)} e^{-\frac{t}{T_2}}$
$\frac{1+ap}{p(1+Tp)^2}$	$1 + \left[ \frac{a-T}{T^2} t - 1 \right] e^{-\frac{t}{T}}$
$\frac{1+ap}{p(1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p)}$	$1 - \frac{T_1(T_1-a)}{(T_1-T_2)(T_1-T_3)} e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2(T_2-a)}{(T_2-T_1)(T_2-T_3)} e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{T_3(T_3-a)}{(T_3-T_1)(T_3-T_2)} e^{-\frac{t}{T_3}}$

## Annexe F : Transformées en z de fonctions usuelles

D'après "Systèmes et asservissements linéaires échantillonnés" par Y. Sévely chez Dunod Université. (La période d'échantillonnage est notée T)

G(p)	G(t)	G(z)
$e^{-kTp}$	$\delta(t-kT)$	$z^{-k}$
1	$\delta(t)$	1 ou $z^{-0}$
$\frac{1}{p}$	$u(t)$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{p^2}$	t	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{p^3}$	$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{T^2z(z+1)}{2(z-1)^3}$
$\frac{1}{p+a}$	$e^{-at}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
$\frac{1}{(p+a)^2}$	$te^{-at}$	$\frac{Tze^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$
$\frac{1}{(p+a)^3}$	$\frac{t^2}{2}e^{-at}$	$\frac{T^2e^{-aT}z}{2(z-e^{-aT})^2} + \frac{T^2e^{-2aT}z}{(z-e^{-aT})^3}$
$\frac{a}{p(p+a)}$	$1-e^{-at}$	$\frac{(1-e^{-aT})z}{(z-1)(z-e^{-aT})}$
$\frac{a}{p^2(p+a)}$	$t - \frac{1-e^{-at}}{a}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{(1-e^{-aT})z}{a(z-1)(z-e^{-aT})}$
$\frac{a}{p^3(p+a)}$	$\frac{1}{2}\left(t^2 - \frac{2}{a}t + \frac{2}{a^2} - \frac{2}{a^2}e^{-at}\right)$	$\frac{T^2z}{(z-1)^3} + \frac{(aT-2)Tz}{2a(z-1)^2} + \frac{z}{a^2(z-1)} - \frac{z}{a^2(z-e^{-aT})}$
$\frac{\omega_0}{p^2 + \omega_0^2}$	$\sin(\omega_0 t)$	$\frac{z \sin(\omega_0 T)}{z^2 - 2z \cos(\omega_0 T) + 1}$
$\frac{p}{p^2 + \omega_0^2}$	$\cos(\omega_0 t)$	$\frac{z(z - \cos(\omega_0 T))}{z^2 - 2z \cos(\omega_0 T) + 1}$
$\frac{\omega_0}{(p+a)^2 + \omega_0^2}$	$e^{-at} \sin(\omega_0 t)$	$\frac{ze^{-aT} \sin(\omega_0 T)}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos(\omega_0 T) + e^{-2aT}}$
$\frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega_0^2}$	$e^{-at} \cos(\omega_0 t)$	$\frac{z^2 - ze^{-aT} \cos(\omega_0 T)}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos(\omega_0 T) + e^{-2aT}}$

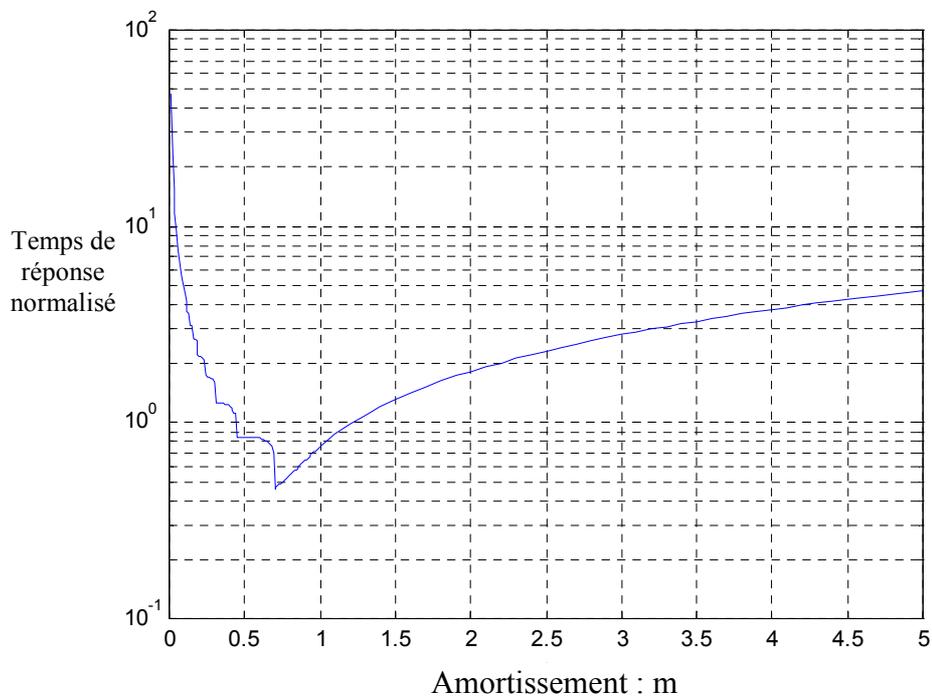
## Annexe G : Temps de réponse réduit d'un système du second ordre dans le cas d'une réponse à un échelon

Soit la fonction de transfert du second ordre :

$$H(p) = \frac{1}{1 + 2m \frac{p}{\omega_n} + \left(\frac{p}{\omega_n}\right)^2} \quad \text{où } m \text{ est l'amortissement réduit,}$$

$\omega_n$  est la pulsation naturelle.

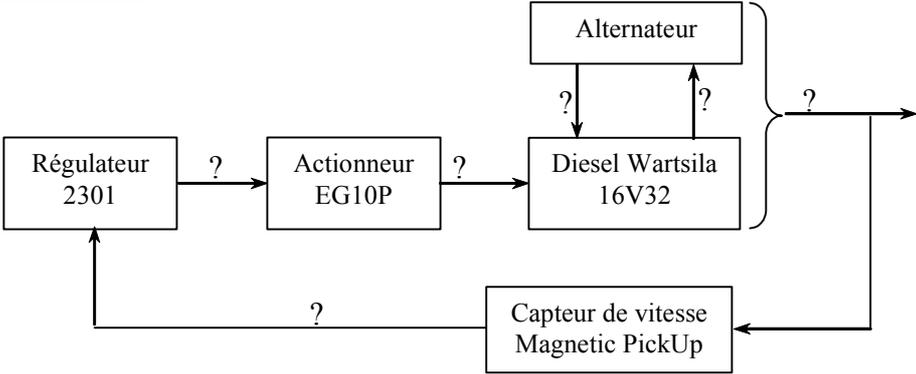
Temps de réponse normalisé  $\frac{\omega_n \times t_{r5\%}}{2\pi}$  en fonction de l'amortissement





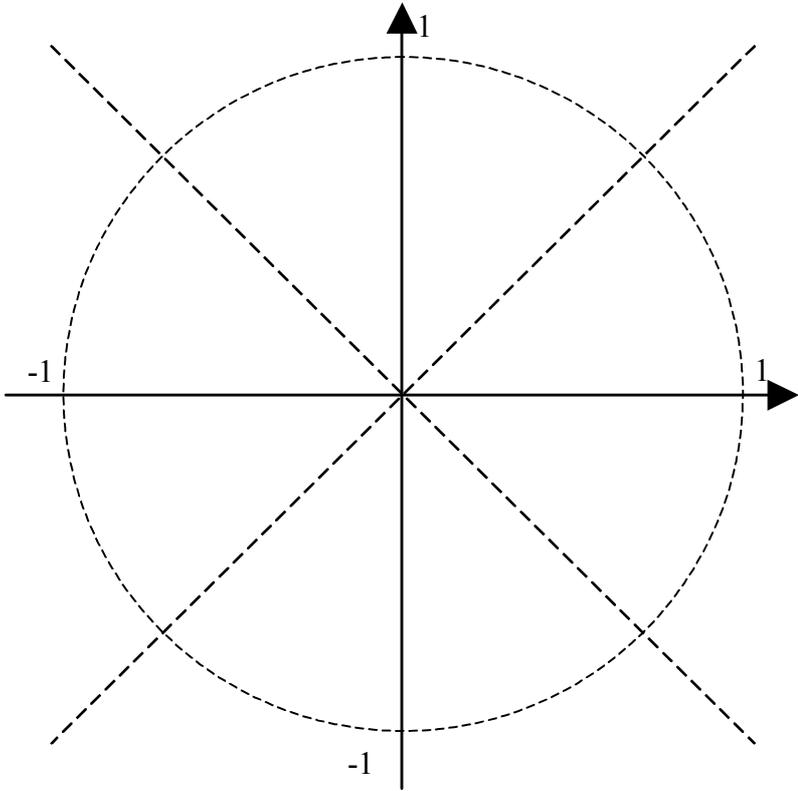
**DR1**

Question I.1.1 :



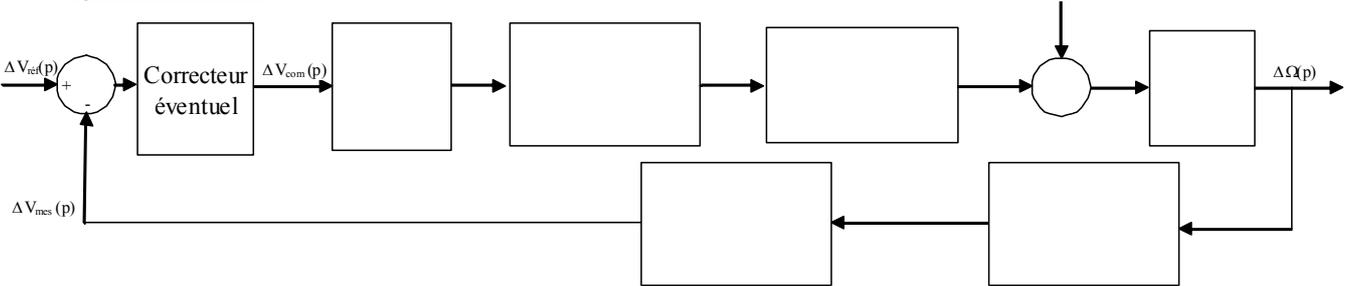
**DR2**

Question I.4.9 :



**DR3**

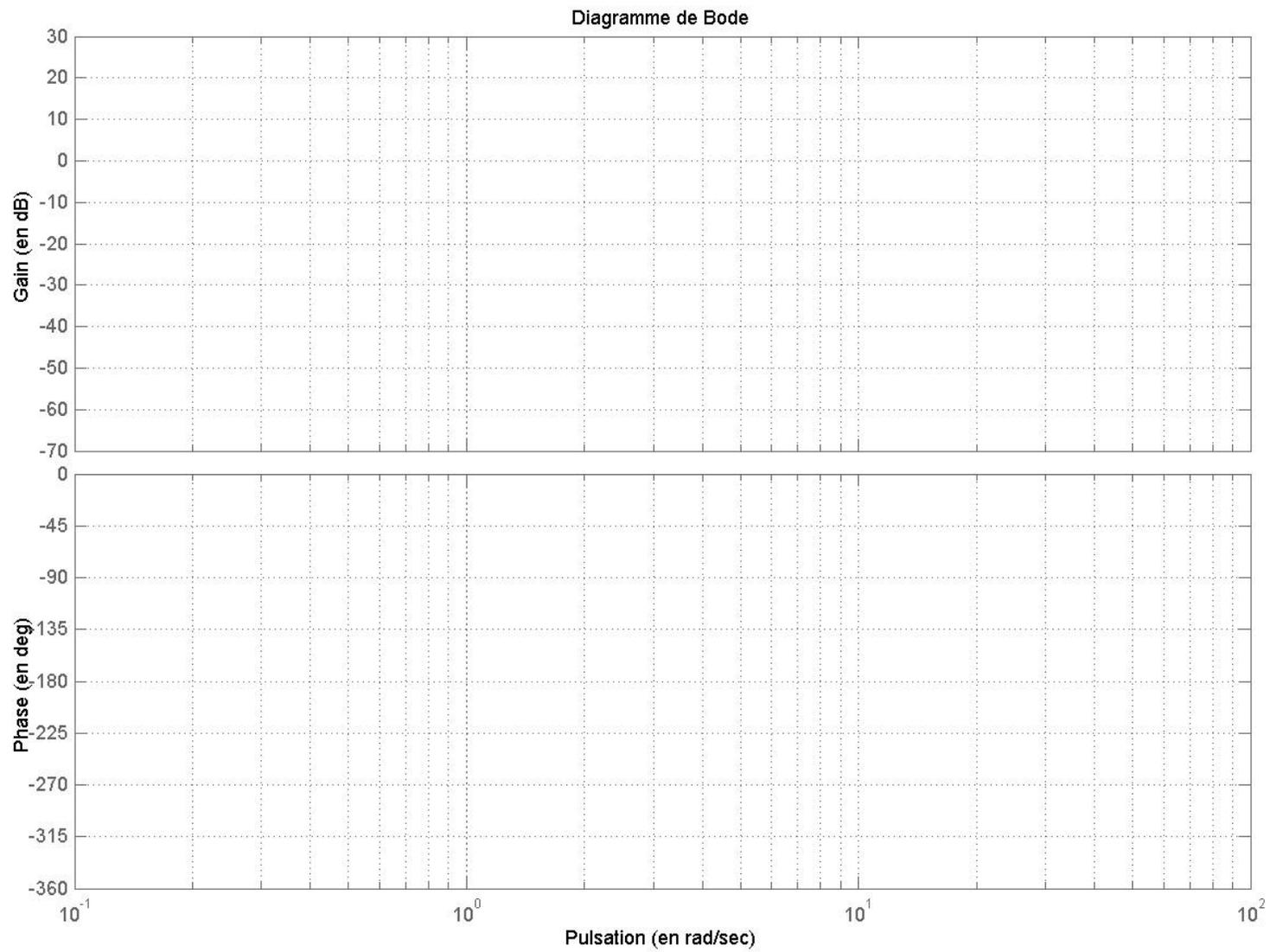
Question I.8.1 :



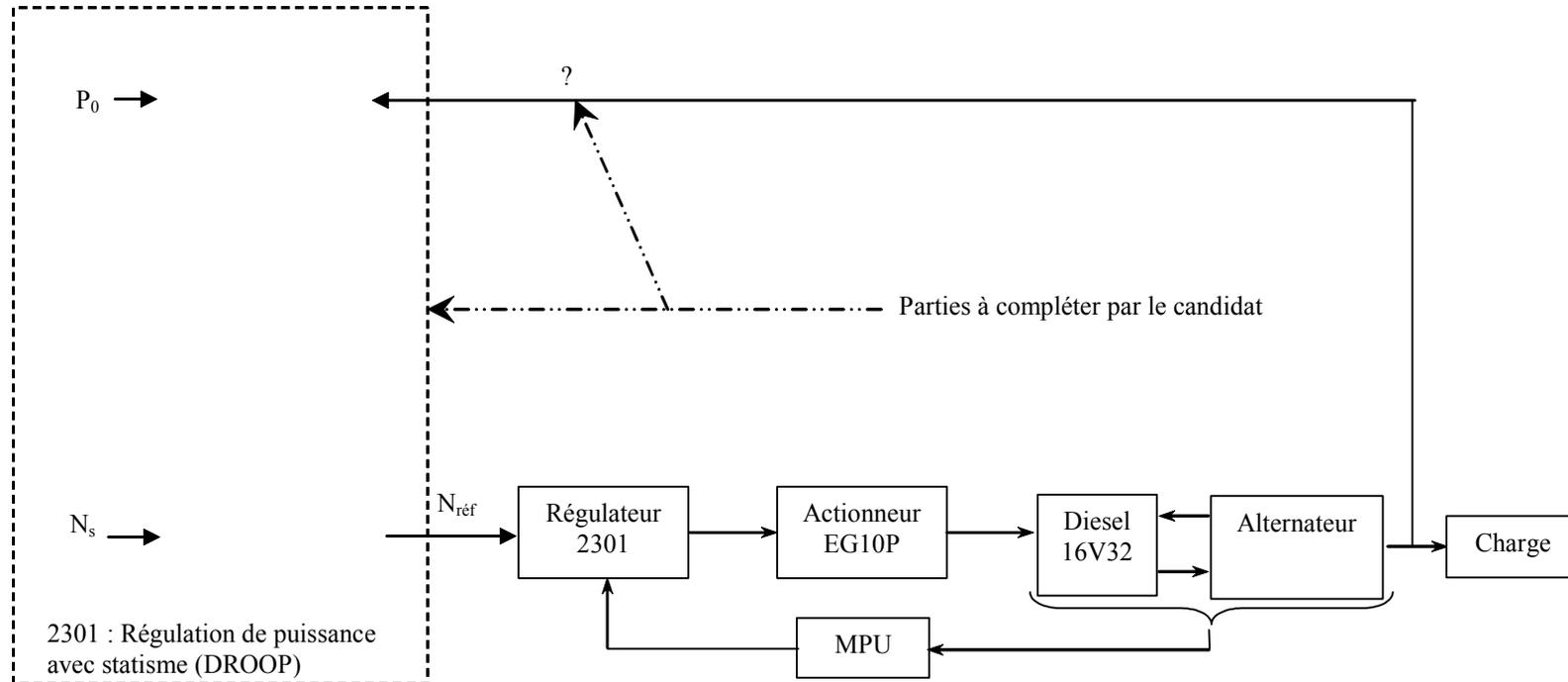
**DR4**

**Question II.1.2 :**

**BO(p)**

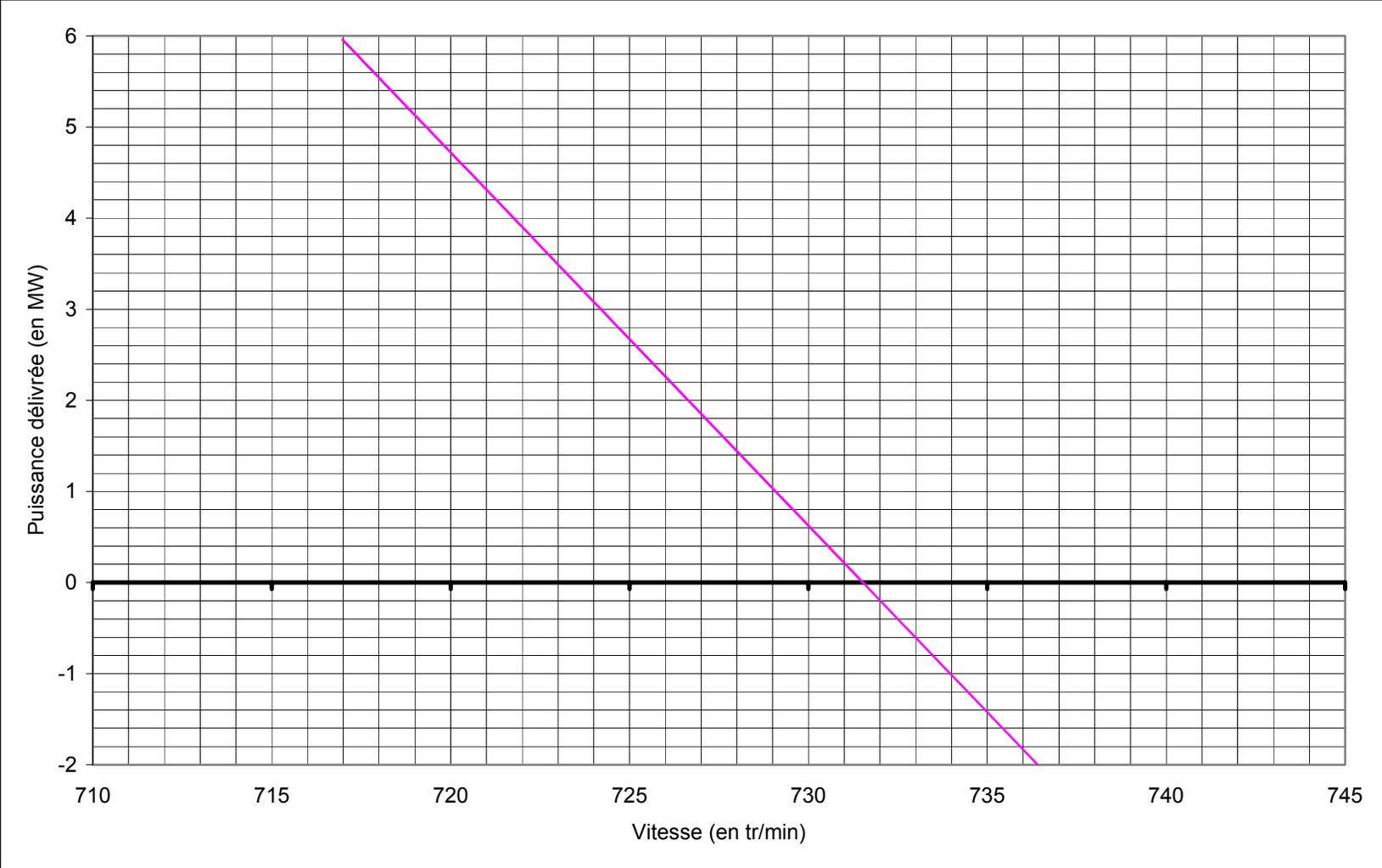


Question III.1.1 :



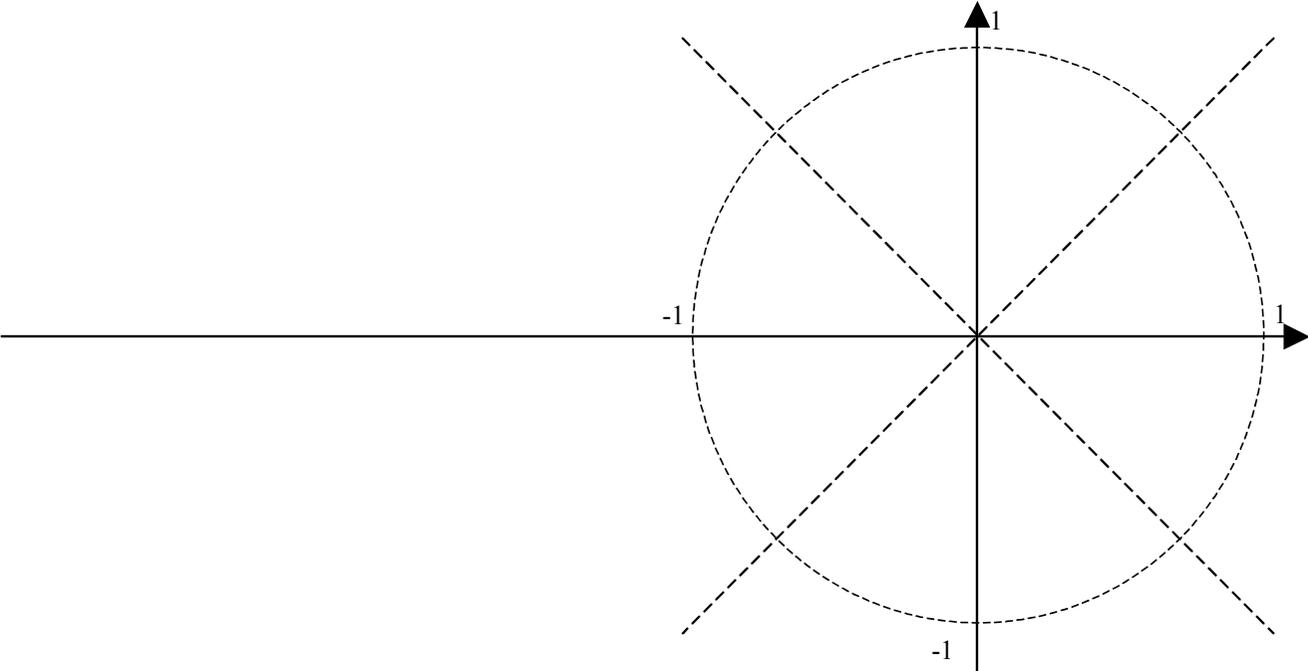
**DR6**

Question III.1.4 :



**DR7**

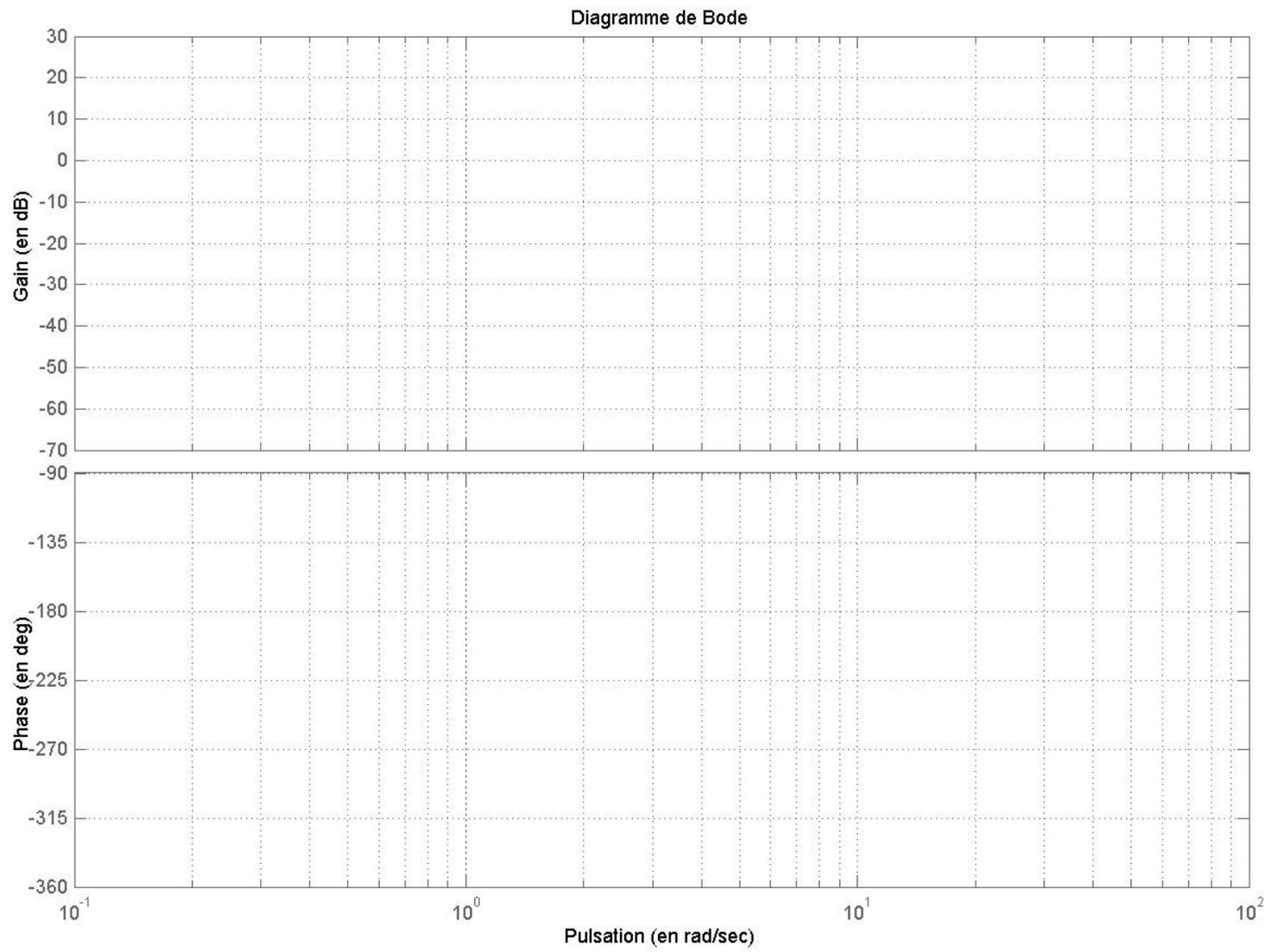
Question III.3.5 :



**DR8**

**Question III.3.14 :**

**BO\_C (p)**



Question IV.1.1 :

