

## Section : GÉNIE ELECTRIQUE

Option A : ELECTRONIQUE ET INFORMATIQUE INDUSTRIELLE  
Option B : ELECTROTECHNIQUE ET ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

## ÉTUDE D'UN PROBLEME D'AUTOMATISATION

## UNITE AUTOMATIQUE DE VISSAGE

**Corrigé de la partie 1****Etude mécanique des déplacements sur X-Y.****1.1 Trajectoire et efforts moyens (autres que axiaux) appliqués pendant la translation et notés  $F_m$ .**

1.1.1 A partir des données techniques générales et de l'annexes 1, calculer la longueur des trajectoires en X et en Y qui permettent d'implanter les vis 1 à 4 ; La position initiale étant celle de la vis 1. Justifier l'ordre de vissage car la trajectoire choisie n'est pas minimisée.

Axe X :

Vis 1 -&gt; vis 2 : 12,367 mm

$T_x = 153,409 \text{ mm}$

Vis 2 -&gt; vis 3 : 37,664 mm

Vis 3 -&gt; vis 4 : 103,378 mm

Axe Y :

Vis 1 -&gt; vis 2 : 62,497 mm

Vis 2 -&gt; vis 3 : 90,984 mm

Vis 3 -&gt; vis 4 : 56,957 mm

$T_y = 210,438 \text{ mm}$

L'ordre de vissage fait apparaître une sorte de spirale partant du centre de la pièce. L'objectif étant de ne pas déformer la pièce en adoptant une symétrie dans le vissage. La trajectoire totale n'est pas optimisée.

Les trajectoires totales pour le vissage complet d'un bloc font apparaître :

- 1 374 mm suivant X

- 1 835 mm suivant Y

1.1.2 A partir des données techniques générales, des annexes 1.2 et 1.3, calculer l'effort moyen (mean equivalent load)  $F_m$ , lié à la charge translaté, à respecter pour satisfaire la contrainte de durée de vie imposée (on veillera à prendre la contrainte la plus exigeante).

Durée de vie demandée par le cahier des charges :

$$L_{10h(\text{besoin})} = 10 \times 7\,000 = 70\,000 \text{ h}$$

Longueur totale de déplacement suivant X en 70 000 h :

$$L_{10(\text{besoin})} = 94 \times 70\,000 \times 1,374 = 9,04 \times 10^6 \text{ m}$$

Calcul de  $F_m$  à ne pas dépasser pour respecter la durée de vie en mètres:

$$L_{10} = \left( \frac{C}{F_m} \right)^3 \cdot 10^5 \quad \rightarrow \quad F_m < \frac{C}{\sqrt[3]{L_{10(\text{besoin})} \cdot 10^{-5}}} \quad \text{avec } C = 25\,340 \text{ N}$$

$$F_m < 5\,646 \text{ N}$$

Calcul de  $F_m$  à ne pas dépasser pour respecter la durée de vie en heures:

$$L_{10} = L_{10h} \cdot 60 \cdot v \quad \rightarrow \quad F_m < \frac{C}{\sqrt[3]{L_{10h(\text{besoin})} \cdot 60 \cdot v \cdot 10^{-5}}} \quad \text{avec } C = 25\,340 \text{ N}$$

On calcule v : la vitesse de pallier est  $v_{\text{pallier}} = 1,2 \text{ m/s} = 72 \text{ m/mN}$

- annexe 1.3, abaque CKK20-145 on choisit un « diamètre x pas » = 20 x 20
- $v_{\max} = 76 \text{ m/mn}$ .

$F_m < 1\,721 \text{ N}$  Valeur à retenir car la plus faible

1.1.3 Quelle masse totale maximale  $m_{fr\,MAX}$  peut-on envisager de déplacer dans ces conditions (voir l'annexe 1.3)

$$m_{fr\,MAX} = F_m / g \text{ avec } g = 9,81 \text{ m/s}^2 \text{ (accélération de la pesanteur)}$$

$$m_{fr\,MAX} = 175 \text{ kg}$$

## 1.2 Vérification de la validité des choix technologiques effectués pour l'axe X.

L'ensemble représente une masse à translater  $m_{fr} = 18 \text{ kg}$  (dont 13 kg pour l'axe Y équipé de son moteur).

1.2.1 A partir des données techniques générales et des annexes 1.3 à 1.5 :

- Choisir le diamètre et le pas des vis à billes pour l'application.
- Indiquer le couple moteur maximum autorisé.
- Indiquer la vitesse maximum la vitesse maximum d'utilisation du moteur  $n_{\max}$  (en tr/mn).
- Calculer le moment d'inertie total  $J_{TOT}$ .

Axe X :

$$do \times p = 20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$$

Couple  $M_{PER}$  : Annexe 3 CKK20-145, 20 x 20 →  $M_{PER} = 17 \text{ N.m}$

Vitesse max :

Doc. CKK 20-145

$$v_{\max} = 76 \text{ m/min}$$

$$n_{\max} = \frac{v_{\max} \cdot 1000}{P}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p=20\text{mm} \\ v_{\max}=76\text{m/mn} \end{array} \right.$$

$$n_{\max} = 3\,800 \text{ t/mn}$$

Calcul de  $J_{TOT}$  :

$$J_{TOT} = J_{fr} + J_M \quad \text{avec } J_{fr} = J_s + J_K + J_{BR}$$

Doc. MKD 41B

$$J_M = 170 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$$

$$J_{BR} = 16 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$$

Doc. CKK20-145

$$J_K = 42,3 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$$

$$J_s = (K_1 + K_2 \cdot L + K_3 \cdot m_{fr}) 170 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$$

Doc. CKK20-145 (20 x 20, 2 carriages)

$$K_1 = 42,575, K_2 = 0,0741, K_3 = 10,132$$

$$J_s = 271,634 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$$

$$J_{TOT} = 500 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$$

Le fabricant de l'axe impose l'utilisation d'un moteur tel que  $J_M > J_{fr} / 6$ .

$J_M$  est le moment d'inertie du moteur (frein non pris en compte).

$J_{fr}$  est le moment d'inertie de toutes les charges additionnelles.

1.2.2 Donner une explication pertinente quant à cette exigence.

Eléments de réponse : si le moment d'inertie  $J_{fr}$  de la charge, ramené sur l'arbre moteur, est trop important par rapport à celui du rotor, il rend impossible le réglage correct des boucles de contrôle du variateur associé au moteur (les plages de réglage sont limitées). D'autres part les vibrations générées par un impact de charge se trouvent amplifiées et reportées coté rotor du moteur. Ce point est mis en évidence quantitativement dans la partie 3.

1.2.3 A partir des annexes 1.6 et 1.7, vérifier que le moteur choisi répond aux contraintes déterminées précédemment. Préciser les 3 critères les plus importants.

3 Critères : vitesse, couple, moment d'inertie

vitesse :

Le moteur doit pouvoir atteindre  $n_{\max} = 3\,800$  t/mn  $\rightarrow$  vitesse nominale  $n_N = 6\,000$  t/mn

Couple :

Le couple max. autorisé pour l'axe est  $M_{\text{PER}} = 17$  N.m

Doc. MKD041B  $\rightarrow$  couple max. développé par le moteur

$$M_{\max} = 11,3 \text{ Nm} < M_{\text{PER}}$$

Moments d'inertie :

$$J_M > \frac{J_{\text{fr}}}{6} \text{ avec } J_{\text{fr}} = J_s + J_K + J_{\text{BR}}$$

Il faut donc  $J_M > 54,99 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$

Doc. MKD041B  $\rightarrow$

$$J_M = 170 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$$

### 1.3 Etude d'un déplacement à profil de vitesse trapézoïdal.

1.3.1 Compléter le document réponse 1 qui représente le déplacement de la vis 10 à la vis 11.

Tracer les évolutions de :

- la vitesse tangentielle  $V(t)$
- le couple  $M(t)$
- la vitesse tangentielle  $V(x)$  ou  $x$  est la position relative par rapport à la vis 10

Pour chaque chronogramme, préciser les valeurs numériques caractéristiques sur les axes.

distance en  $X$  entre les vis 10 et 11  $\rightarrow d = 137,384 + 15,497 = 152,88$  mm

vitesse tangentielle  $V(t)$  et  $V(x)$  (phase d'accélération):

$$v(t) = A \cdot t = \frac{dx}{dt} \rightarrow x(t) = A \frac{t^2}{2} \text{ avec } A = 20 \text{ m/s}^2$$

Par élimination de la variable  $t$ , on en déduit l'expression de  $v(x)$  :  $v(x) = \sqrt{2 \cdot A \cdot x}$

Temps mis pour atteindre le pallier :  $\Delta t = 1,2/20 = 60$  ms.

Distance parcourue pendant l'accélération :

$$\text{Après } 60 \text{ ms} \rightarrow x(60 \text{ ms}) = 20 \cdot (0,06)^2 / 2 = 36 \text{ mm}$$

Abscisse du début de décélération :  $152,88 - 36 = 116,88$  mm

Distance parcourue pendant le pallier :  $114,384 - 36 = 80,88$  mm

Début de la décélération :  $60 \text{ ms} + 80,88 / 1\,200 = 127,40$  ms.

Temps mis pour atteindre la vis 11 :  $127,40 + 60 = 187,40$  ms.

Couple  $M$  :  $M = J_{\text{TOT}} \frac{d\Omega}{dt} + Mr$

On cherche la relation :  $\Omega_{\text{moteur}} (\text{rad/s}) \rightarrow v_{\text{axe}} (\text{m/s})$ ,

à partir de  $n = \frac{v \cdot 1000}{p}$  avec le pas  $p = 20$  mm, on trouve :  $n$  (tr/mn) = 50 v (m/mn) ,

donc : 
$$\Omega(\text{rad/s}) = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{\pi \cdot 50}{30} \cdot v(\text{m/mn})$$

$$\Omega(\text{rad/s}) = 5,23 \cdot v(\text{m/mn}) = 5,23 \cdot 60 \cdot v(\text{m/s}) = 314 \cdot v(\text{m/s})$$

d'où l'équation modifiée :

$$M = 314 \cdot J_{\text{TOT}} \frac{dv}{dt} + M_r \text{ avec } M_r = 0,77 \text{ Nm (annexe 1.5).}$$

en phase d'accélération, on a :  $\frac{dv}{dt} = 20 \text{ m/s}^{-2} \rightarrow M = 3,9 \text{ N.m}$

en phase d'accélération, on a :  $\frac{dv}{dt} = -20 \text{ m/s}^{-2} \rightarrow M = -2,37 \text{ N.m}$

Pour les tracés : voir document réponse 1.

1.3.2 Compléter le schéma bloc du document réponse 1 ; Celui-ci établit un modèle dynamique de la fonction liant  $X(p)$  à  $M(p)$  ( $p$  est la variable de Laplace).

Voir document réponse 1.

#### **1.4 Réflexion et proposition pédagogiques.**

1.4.1 Pour la masse utile ( $M_u$ ) maximale, calculer l'inertie ( $J_{\text{TOT}}$ ) totale ramenée sur l'arbre moteur. On négligera l'inertie du réducteur.

$$J_{\text{TOT}} = J_{\text{CHARGE}} + J_{M+fr}$$

L'identité de l'énergie cinétique considérée coté charge puis sur l'arbre moteur implique :

$$\frac{1}{2}(M_u + M_s)V^2 = \frac{1}{2}J_{\text{CHARGE}} \cdot \Omega^2 \Rightarrow J_{\text{CHARGE}} = (M_u + M_s) \left(\frac{V}{\Omega}\right)^2$$

Translation de 0,17 m pour  $2\pi / K_R$  rad de rotation moteur  $\rightarrow V/\Omega = 16,9 \cdot 10^{-4} \text{ m/rad}$   
 $J_{\text{CHARGE}} = 107 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$  et  $J_{M+fr} = 63 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$   $J_{\text{TOT}} = 170 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$

En admettant que les pertes dans la chaîne de transmission sont essentiellement dues à des frottements secs, calculer le couple de frottement  $M_R$  ramené sur l'arbre moteur.

$$\text{Pertes} = (1 - \eta_T) \cdot M \cdot \Omega = M_R \cdot \Omega \rightarrow M_R = (1 - \eta_T) \cdot M \rightarrow \boxed{M_R = 0,3 \text{ N.m}}$$

L'axe est utilisable avec une accélération maximale  $A_{\text{MAX}} = 5 \text{ m/s}^2$  et une vitesse maximale de palier  $V_{\text{PALIER}} = 0,25 \text{ m/s}$ .

Pour effectuer l'analyse des similitudes, on peut calculer :

$$\boxed{n_{\text{PALIER}} = 2\ 825 \text{ tr/mn}} \text{ et le couple d'accélération } \boxed{J_{\text{TOT}} d\Omega/dt = 0,503 \text{ N.m}}$$

1.4.2 Compléter le tableau du document réponse 2. Celui-ci doit faire la synthèse des similitudes qui apparaissent les plus fondamentales, ceci pour la crédibilité du sous-système didactique censé avoir un comportement similaire au sous-système réel.

Sur ce même document réponse, compléter le polygone de similitude puis conclure.

Voir document réponse 2 (en fin de corrigé de partie 1).

1.4.3 Définir le niveau de formation visé. Quel(s) objectif(s), en terme de transmission de savoir, peut-on envisager ?

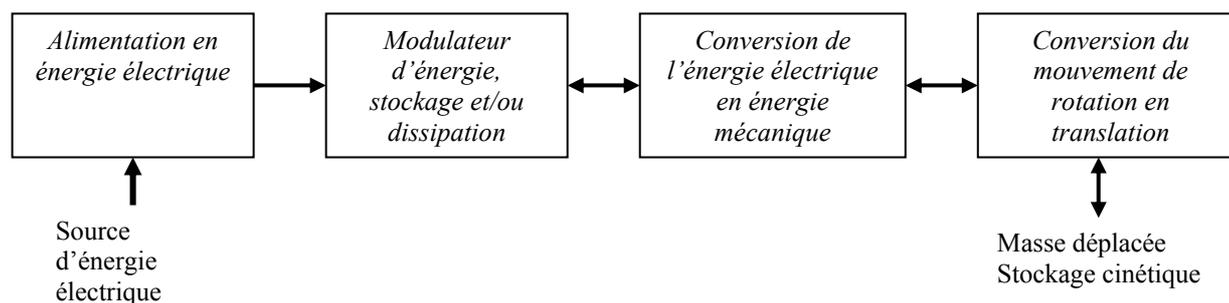
Rédiger un point d'expérimentation. Définir les pré-requis nécessaires, décrire les procédures, définir le temps imparti et l'exploitation visée.

On propose d'utiliser ce sous système didactisé avec une classe de Terminale S, en sciences de l'ingénieur (SI). La formation en SI repose sur 4 axes dont la chaîne d'énergie de produits pluritechnologiques. Parmi les thématiques de T.P. à réaliser, on trouve l'étude du comportement dynamique et énergétique des systèmes.

Thème	Compétences attendues	Savoirs et savoir-faire associés
Etude dynamique d'un solide en translation	Appliquer le principe fondamental de la dynamique: définir et quantifier les efforts moteur et résistant, le moment d'inertie et l'accélération linéaire ou angulaire. En déduire la force ou le couple en accélération constante.	Mouvement d'un solide indéformable
Chaîne d'énergie directe et inverse : Réversibilité Architecture, puissance, rendement	Analyser et déterminer les modes de fonctionnement, en déduire le sens de circulation du flux d'énergie, Reconnaître la réversibilité des éléments fonctionnels de la chaîne (transmission, conversion, alimentation).	Les actionneurs L'analyse fonctionnelle Comportement énergétique des systèmes

#### Exemple d'expérimentation.

Le point d'expérimentation proposé est abordé dans le déroulement du TP après que l'élève ait analysé l'architecture de la chaîne d'énergie et identifié ses principaux constituants fonctionnels.



Dans la plage hebdomadaire de cours en classe entière, le concept d'énergie cinétique et l'acquisition des connaissances associée ont été étudiés. L'expérimentation demandée est envisagée sur 3 heures.

1 L'axe est utilisé en commande manuelle (cycle pendulaire avec évolution trapézoïdale de la vitesse). On utilise un oscilloscope qui offre la fonction « produit des 2 voies ».

- 1.1 Visualiser sur l'oscilloscope les chronogrammes images de la vitesse et du couple. (les coefficients de sensibilité des capteurs sont fournis).
- 1.2 Régler la vitesse de palier au maximum possible.
- 1.3 Régler l'accélération pour qu'elle ne dure que 15% du temps de cycle. (contrainte liée au cahier des charges).
- 1.4 Mesurer à partir de l'oscilloscope la vitesse et l'accélération obtenues.
- 1.5 Faire apparaître sur l'oscilloscope la puissance mécanique (produit des voies).
- 1.6 Relever ces chronogrammes et indiquer les valeurs numériques caractéristiques (en W, Nm et m/s).

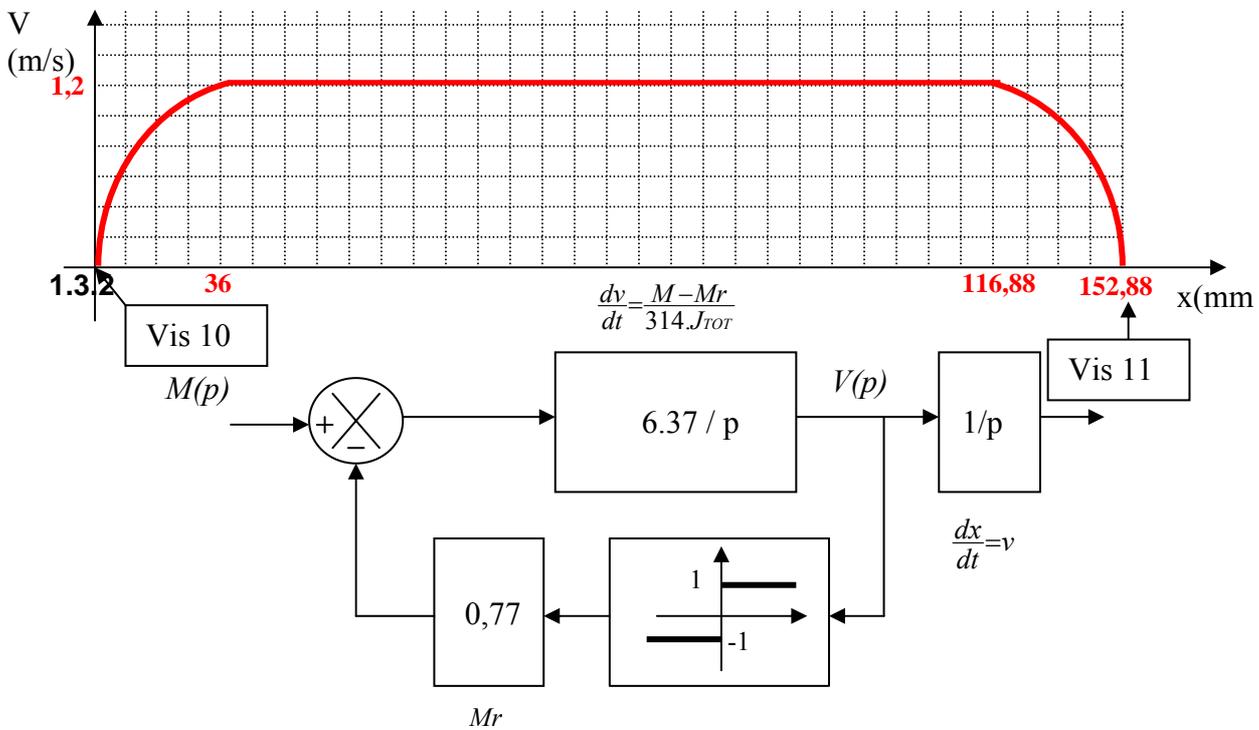
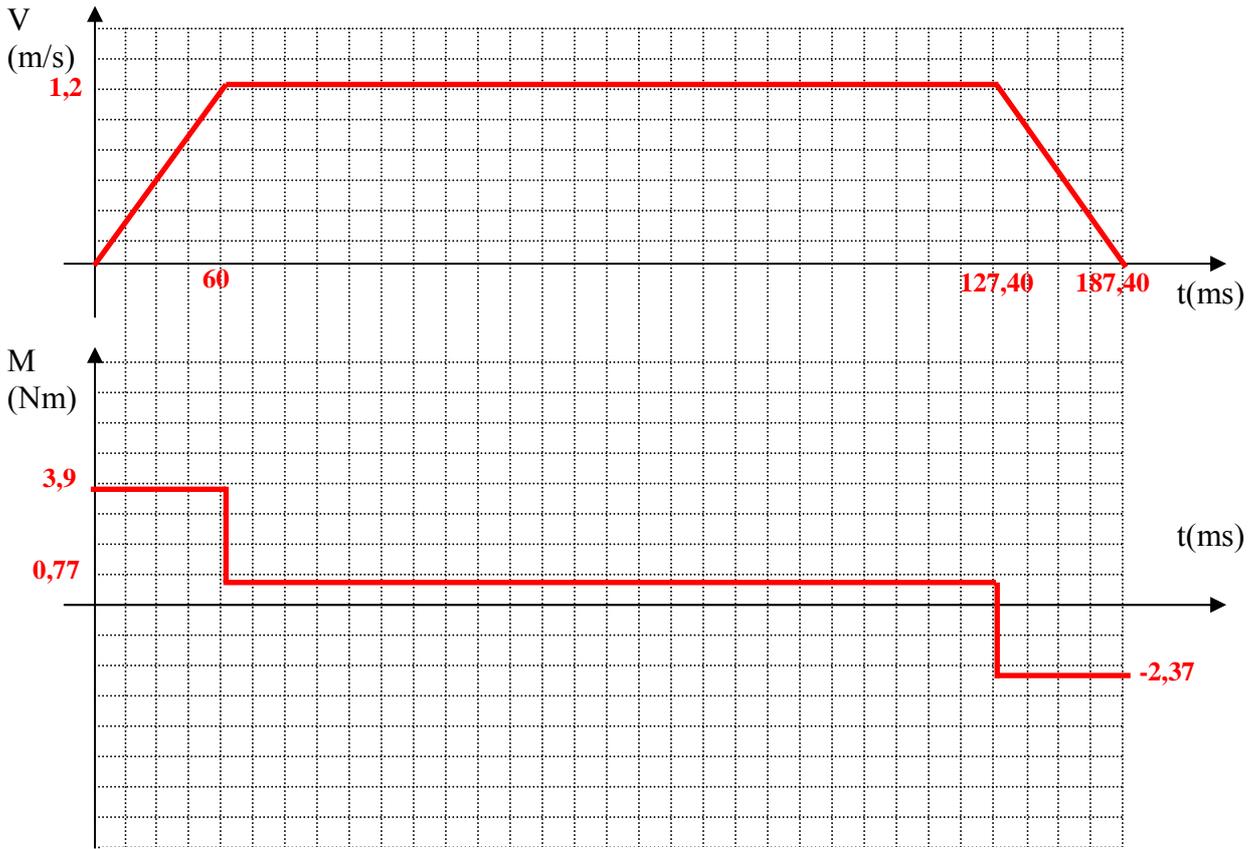
#### Exploitation

2 Evaluer les énergies mises en jeu (par approximation des aires sur le chronogrammes de la puissance) pour les différentes phases de fonctionnement.

A partir des données numériques de l'annexe 1.8, comparer les résultats expérimentaux a ceux prévisibles théoriquement.

Pour chaque phase de fonctionnement (accélération, vitesse constante, décélération), préciser les trajets de circulation des énergies.

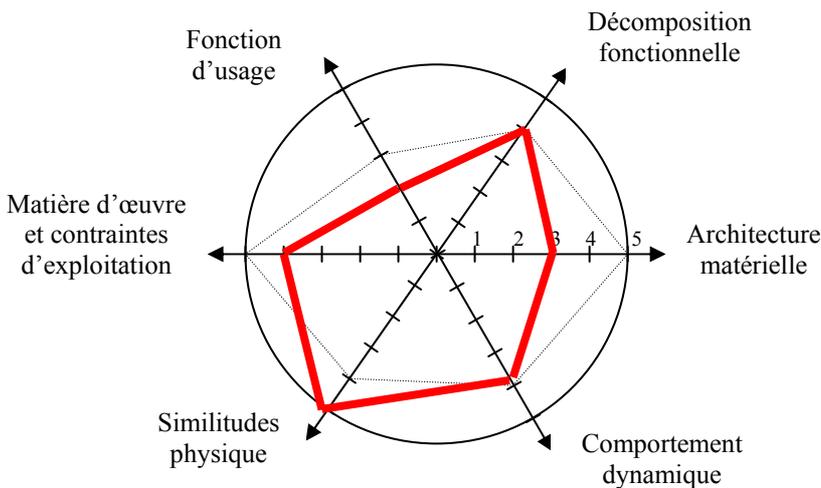
1.3.1



1.4.2

Elément de comparaison	Axe de l'unité de vissage FABRICOM	Axe didactisé	commentaires
Fonction d'usage	Positionner des vis sur une pièce mécanique	Déplacer des caisses d'objets (transgerbeur)	Relativement éloignées
Matière d'œuvre et contraintes d'exploitation	Déplace une visseuse qui implante les vis Profil trapézoïdal de vitesse. Rapidité attendue	Transporte des objets (transgerbeur) Profil trapézoïdal de vitesse. Rapidité attendue	Assez comparable sur le plan des contraintes d'exploitation. Déplace une masse
Architecture mécanique	Moteur fixe + système vis-écrou à billes	Moteur embarqué + système pignon-crémaillère fixe	Précisions très différentes Motorisation identique
Motorisation	électrique brushless	électrique brushless	Comparable
Similitude physique	Translation mécanique, énergie cinétique, réducteur, frottements positionnement	Translation mécanique, énergie cinétique, réducteur, frottements positionnement	Comparable
Comportement dynamique moteur et motorisation	$J_{TOT} d\Omega/dt = 3,13 \text{ N.m}$ $M_R = 0,77 \text{ N.m}$ $n_{PALIER} = 3\ 800 \text{ tr /mn}$ Nominal moteur 2,7 N.m 6 000 tr /mn	$J_{TOT} d\Omega/dt = 0,503 \text{ N.m}$ $M_R = 0,3 \text{ N.m}$ $n_{PALIER} = 2\ 825 \text{ tr /mn}$ Nominal moteur 1.2 N.m 3 000 tr /mn	Accélération qui sollicite moins le moteur pour l'axe didactisé. Puissances nominales dans un rapport 4,5

Polygone des similitudes



Utilisation du polygone

Affecter aux différents critères une note de 0 à 5 (5 = similitude quasi parfaite) puis relier les points entre eux à l'exemple du trait pointillé.

Conclusion

Le sous-système didactisé permettra d'effectuer une caractérisation cohérente du comportement physique et dynamique de l'axe électrique. C'est sur le plan de la fonction d'usage et de la matière d'œuvre que le support didactique est le plus éloigné de la machine d'assemblage mais les contraintes d'exploitation restent semblables.

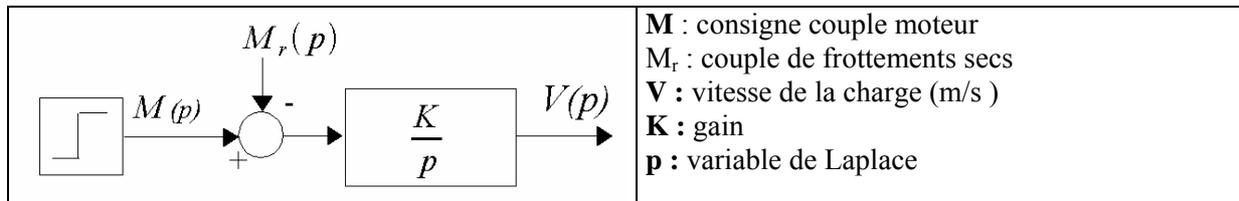
## Corrigé de la partie 2

### Etude des boucles d'asservissement

#### 2.1 Asservissement de vitesse.

##### 2.1.1 Modélisation

On adopte le modèle linéaire initial ci dessous:



Calculer K sachant que lors d'un essai de réponse à un échelon de couple ( $M - M_r = 1\text{Nm}$ ), la vitesse initialement nulle a atteint 1 m/s en 200 ms.

L'équation d'évolution de la vitesse est :  $V(t) = K.t.(M - M_r)$  avec  $K = 5 \text{ N/m/s}^{-2}$ .

##### 2.1.2 Correction Proportionnelle :

$$C_V(p) = K_o$$

On applique à l'entrée de l'asservissement un échelon de vitesse d'amplitude  $V_o$ . Donner les expressions littérales de l'erreur statique de vitesse  $\epsilon_{s1}$  en tenant compte de l'amplitude  $V_o$ .

On trouve : 
$$\epsilon_V(p) = \frac{p}{p + K.K_o} \cdot V_{\text{ref}}(p) + \frac{K}{p + K.K_o} M_r(p)$$

Pour  $M < M_{ro}$  : le moteur ne tourne pas,  $V(t) = 0$  et  $M_r(t) = 0$  d'où  $\epsilon_{s1} = V_o$

Pour  $M \geq M_{ro}$  : on a 
$$\epsilon_V(p) = \frac{p}{p + K.K_o} \cdot \frac{V_o}{p} + \frac{K}{p + K.K_o} \cdot \frac{M_{ro}}{p}$$

$$\epsilon_{s1} = p\epsilon_V(p)|_{p=0} = \frac{M_{ro}}{K_o}$$

##### 2.1.3 Correction Proportionnelle / Intégrale :

$$C_V(p) = \frac{K_o}{p} \cdot (1 + \tau_i p)$$

2.1.3.1 Donner l'expression littérale de l'erreur  $\epsilon_V(p)$  en fonction de  $V_{\text{ref}}(p)$ ,  $M_r(p)$ ,  $K_o$  et  $\tau_i$ .

On trouve : 
$$\epsilon_V(p) = \frac{p^2}{p^2 + K.K_o(1 + \tau_i p)} \cdot V_{\text{ref}}(p) - \frac{K.p}{p^2 + K.K_o(1 + \tau_i p)} M_r(p)$$

2.1.3.2 On applique à l'entrée de l'asservissement un échelon de vitesse d'amplitude  $V_o$ . Donner l'expression littérale de l'erreur statique de vitesse  $\epsilon_{s2}$  et justifier le rôle du correcteur.

$$V_{\text{ref}}(p) = \frac{V_o}{p} \text{ et } M_r(p) = \frac{M_{ro}}{p} \text{ d'où } \epsilon_V(p) = \frac{p}{p^2 + K.K_o(1 + \tau_i p)} \cdot V_o + \frac{K}{p^2 + K.K_o(1 + \tau_i p)} \cdot M_{ro}$$

$$\varepsilon_{s_2} = p \cdot \varepsilon_V(p) \Big|_{p \rightarrow 0} = \frac{p^2}{p^2 + K \cdot K_o (1 + \tau_i \cdot p)} \cdot V_o \Big|_{p \rightarrow 0} + \frac{K \cdot p}{p^2 + K \cdot K_o (1 + \tau_i \cdot p)} \cdot M_{ro} \Big|_{p \rightarrow 0} = 0$$

Le correcteur P/I permet d'éliminer l'erreur statique de vitesse.

2.1.3.3 On applique à l'entrée de l'asservissement une rampe de vitesse de pente  $R_o$ . Donner l'expression de l'erreur de traînage  $\varepsilon_{T_2}$ .

$$V_{ref}(p) = \frac{R_o}{p^2} \text{ et } M_r(p) = \frac{M_{ro}}{p} \text{ d'où } \varepsilon_V(p) = \frac{1}{p^2 + K \cdot K_o (1 + \tau_i \cdot p)} \cdot R_o + \frac{K}{p^2 + K \cdot K_o (1 + \tau_i \cdot p)} \cdot M_{ro}$$

$$\varepsilon_{T_2} = p \cdot \varepsilon_V(p) \Big|_{p \rightarrow 0} = \frac{p}{p^2 + K \cdot K_o (1 + \tau_i \cdot p)} \cdot R_o \Big|_{p \rightarrow 0} + \frac{K \cdot p}{p^2 + K \cdot K_o (1 + \tau_i \cdot p)} \cdot M_{ro} \Big|_{p \rightarrow 0} = 0$$

Dans la suite nous nous intéresserons aux comportements dynamiques autour d'un point de repos. En conséquence, nous négligerons l'effet du couple de frottement sec :  $M_r(p) = 0$  quelque soit  $V(p)$ .

2.1.3.4 Calculer les constantes  $K_o$  et  $\tau_i$  permettant d'obtenir une marge de phase de  $45^\circ$  à la pulsation  $\omega_c = 2000 \text{ rad/s}$ . (imposé par la dynamique de la boucle de couple)

On doit avoir, pour le système en boucle ouverte, une phase égale à  $-135^\circ$ . Le système apporte un déphasage constant et égal à  $-90^\circ$ . Le correcteur doit donc amener un déphasage de  $-45^\circ$  à la pulsation  $\omega_c = 2000 \text{ rad/s}$ .

Le déphasage de  $C_v(p)$  s'écrit :  $\varphi_C = \text{Argument de } K_o \left( \frac{1}{j\omega} + \tau_i \right)$  soit pour  $\omega = \omega_c$  :

$$\varphi_C = \arctg\left(\frac{-1}{\tau_i \cdot \omega_c}\right) = -45^\circ \text{ d'où } \left(\frac{-1}{\tau_i \cdot \omega_c}\right) = -1 \rightarrow \omega_c = \frac{1}{\tau_i} = 2000 \text{ rad/s}$$

$$\rightarrow \tau_i = 5 \cdot 10^{-4}$$

A cette pulsation le gain apporté par le correcteur est :

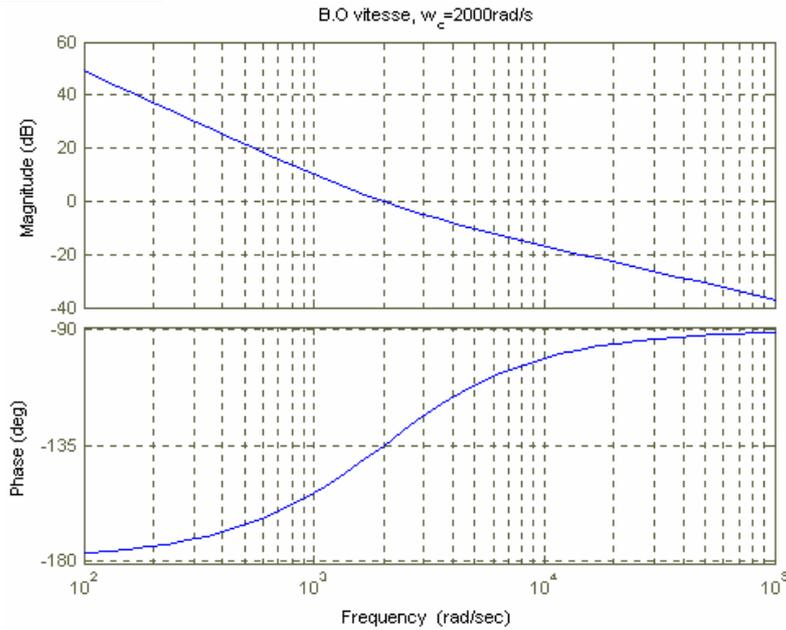
$$G_c = K_o \sqrt{\tau_i^2 + \frac{1}{\omega_c^2}} = K_o \sqrt{2 \cdot \tau_i^2} = \sqrt{2} \cdot K_o \cdot \tau_i$$

A cette pulsation le gain apporté par le système est :  $G_s = \frac{5}{\omega_c} = \frac{5}{2000} = 0,0025$ . La marge de phase est définie

pour un gain en boucle ouverte unitaire soit :  $G_{BO} = G_s \cdot G_c = 1$  d'où  $K_o = \frac{\omega_c^2}{5 \cdot \sqrt{2}} = 5,65e^5$ .

2.1.3.5 Tracer la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BOI}(p)$  sur le document réponse 3.

Courbes de Bode de la boucle ouverte



**2.1.4 Activité pédagogique - Réglage expérimental d'un correcteur**

2.1.4.1 Après avoir analysé les différents oscillogrammes de l'annexe 2.1 :

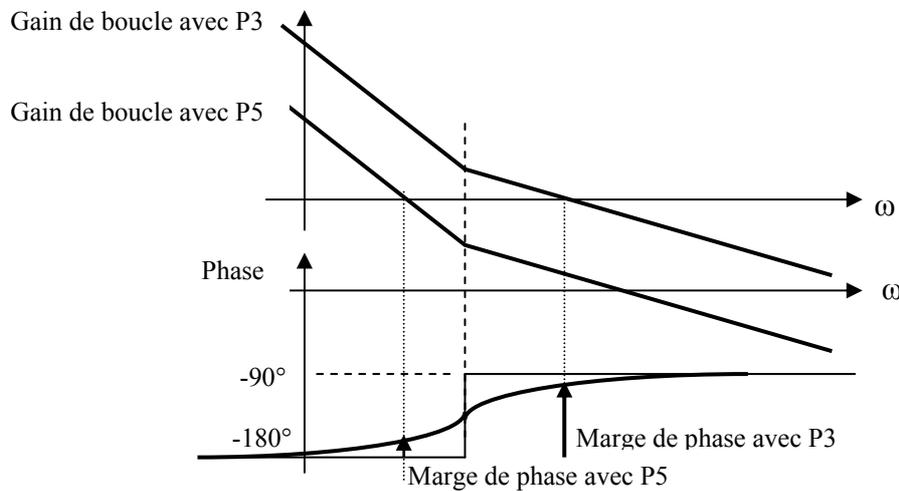
- Donner l'erreur statique absolue de vitesse dans les conditions du graphe 3.
- P1 est-il plus grand que P2 ? Justifier la réponse.
- P3 est-il plus grand que P5 ? Justifier la réponse.

Dans les conditions du graphe 3, il n'y a pas d'action « intégrale » dans la boucle de vitesse. Il existe en conséquence une erreur statique liée au couple résistant. Cette erreur est annulée dans les conditions du graphe 4 car l'action « intégrale » a été ajoutée. On note une demi-division d'évolution de la vitesse de régime permanent d'un graphe à l'autre, ce qui correspond à :

0,0375 m/s

P2 est plus grand que P1 car le réglage P2 entraîne une diminution de l'erreur statique et du temps de réponse de la boucle de vitesse.

P3 est plus grand que P5 car il implique un comportement stable et sans dépassement pour la boucle d'asservissement de vitesse, ce qui n'est pas le cas pour P5. En effet la modélisation montre qu'une faible action proportionnelle dégrade la marge de phase de la boucle car la fonction de transfert  $V(p) / M(p)$  est assimilable à un intégrateur pur (modélisation en 2.1.1). Les diagrammes de Bode qui suivent confirment ce comportement expérimental.



Vous enseignez à des étudiants de BTS / IUT qui possèdent les connaissances théoriques leur permettant de comprendre la problématique liée aux asservissements (précision, stabilité, correction proportionnelle – intégrale ...).

2.1.4.2 Détaillez l'approche pédagogique qui vous permettrait de conduire ces étudiants à réaliser de façon expérimentale un réglage satisfaisant du correcteur de la boucle de vitesse sur le système didactisé des annexes 1.8 et 2.1.

Vous préciserez l'état initial des réglages et détaillerez les ressources complémentaires éventuelles à fournir aux étudiants. Présentez votre démarche de façon structurée.

Cette expérimentation en classe de 2<sup>ème</sup> année (BTS / IUT), est envisageable au cours d'une séance d'essais de systèmes.

#### Pré-requis théoriques :

Connaissances sur les systèmes bouclés :

- Définition de la précision, de la stabilité. Diagrammes de Bode et marge de phase.
- Correction proportionnelle : influence du gain de boucle sur la précision, sur la stabilité.
- Correction proportionnelle-intégrale : annulation de l'erreur, conséquence sur la stabilité.

#### Préparation.

Lors d'une préparation, l'étudiant a localisé sur le schéma synoptique du variateur les paramètres de réglage qui concernent la boucle de vitesse du variateur. Il dispose de la documentation constructeur du variateur.

#### Procédure de réglage.

Le réglage initial est très mauvais, par exemple celui du graphe 1 de l'annexe 2.1. L'étudiant peut ainsi mettre en évidence les inconvénients du mauvais réglage : déplacement saccadé, vibrations importantes, à-coups qui sollicitent fortement la transmission mécanique...

#### Action proportionnelle.

Le premier réglage (avec une action proportionnelle uniquement) est donné à l'étudiant : par exemple celui qui correspond au graphe 2 de l'annexe 2.1. Le déplacement devient très lent alors que la consigne de vitesse est restée inchangée.

Il doit ensuite doubler l'action proportionnelle et constater une augmentation de la vitesse de palier. Il peut ainsi conclure sur l'inconvénient de l'erreur statique de vitesse et l'incidence de l'action proportionnelle sur celle-ci.

A ce niveau du T.P., l'étudiant doit faire appel à un document ressource qui présente la modélisation de la question 2.1 (avec valeurs numériques fournies) et expression de l'erreur statique de vitesse. Une simulation informatique peut également être exploitée.

La suite du réglage consiste à appliquer la méthode souvent préconisée par les constructeurs : augmenter l'action proportionnelle jusqu'à obtenir des vibrations (oscillations sur le couple) puis revenir en arrière d'un facteur 4.

#### Action intégrale.

On indique à l'étudiant un réglage de départ (grande constante de temps). Le profil de vitesse reste inchangé (une erreur statique peut encore être observée et il n'est pas trapézoïdal). L'étudiant doit alors diminuer cette constante de temps jusqu'à voir apparaître des oscillations dues à l'insuffisance de marge de phase.

Un document ressource présentant les diagrammes de Bode du modèle du système avec correcteur PI doit être disponible pour qu'il soit possible de comprendre l'influence de la constante de temps de l'intégrateur sur la stabilité du système. Une simulation informatique peut également être exploitée.

L'étudiant laisse le système avec un réglage satisfaisant.

### **2.1.5 Filtre de boucle**

2.1.5.1 A partir de l'annexe 1. Expliciter le rôle du paramètre P-0-0004.

Le paramètre P-0-0004 est la constante de temps d'un filtre passe bas. Ce filtre permet de limiter la bande passante de la consigne de couple pour éviter les saturations des commandes.

2.1.5.2 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO2}(p)$  tenant compte de ce filtre de boucle en considérant qu'il possède un gain unitaire.

On appelle  $T_F$  la constante de temps du filtre de boucle. La fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit

$$\text{donc : } H_{BO2}(p) = \frac{K_o}{p} \cdot (1 + \tau_i p) \cdot \frac{K}{p} \cdot \frac{1}{(1 + T_F p)} = \frac{K_o \cdot K}{p^2} \cdot \frac{(1 + \tau_i p)}{(1 + T_F p)}$$

2.1.5.3 En appliquant le critère de Routh, calculer la valeur limite de  $T_F$  permettant de garantir un système stable en boucle fermée.

La fonction de transfert en B.F s'écrit :

$$H_{BF2}(p) = \frac{K_o \cdot K(1 + \tau_i p)}{K_o \cdot K(1 + \tau_i p) + p^2(1 + T_F p)} = \frac{K_o \cdot K(1 + \tau_i p)}{T_F p^3 + p^2 + K_o \cdot K \tau_i p + K_o \cdot K}$$

Le dénominateur s'écrit :  $\text{Den}(p) = T_F p^3 + p^2 + K_o \cdot K \tau_i p + K_o \cdot K = \alpha_o p^3 + \alpha_1 p^2 + \alpha_2 p + \alpha_3$

Le critère de Routh impose :

- aucun des  $\alpha_i$  ne doit être nul,
- tous les  $\alpha_i$  doivent être de même signe,

On forme le tableau :

$$\begin{array}{cc} \alpha_o & \alpha_2 \\ \alpha_1 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \end{array}$$

- tous les coefficients de la première colonne doivent être de même signe.

On calcule  $\beta_1 = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 - \alpha_o \cdot \alpha_3}{\alpha_1} > 0$  d'où  $K_o \cdot K \tau_i - T_F \cdot K_o \cdot K > 0$  et  $T_F < \tau_i$

$$\underline{T_F < 5.10^{-4} \text{ s}} \text{ ou encore } \omega_F = \frac{1}{T_F} > \omega_i = 2000 \text{ rad/s}$$

2.1.5.4 Calculer la valeur limite de TF qui ne dégrade pas la marge de phase (établie à la question 2.1.3.4) de plus de 5°.

Le filtre de boucle apporte un retard de phase d'expression  $\varphi = -\arctg(T_F \omega)$ . On recherche la valeur de  $T_F$  donnant  $\varphi > -5^\circ$ . On trouve  $T_F > 43,7 \mu\text{s}$ .

## 2.2 Asservissement de position.

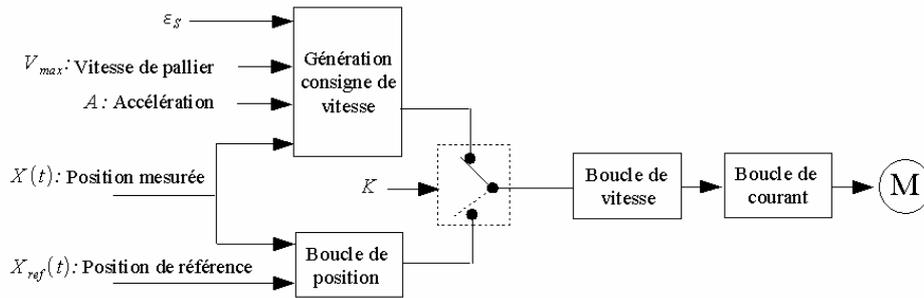
L'asservissement de position est décomposé en deux modes :

- **un mode boucle ouverte ou génération de consigne de vitesse** : la consigne de vitesse  $V_{\text{ref}}(t)$  est élaborée à partir de la connaissance du profil de vitesse défini par A et  $V_{\text{max}}$  et de la mesure de position  $X(t)$ .
- **un mode boucle fermée** : la consigne de vitesse est générée par une boucle de régulation à partir de la position de référence  $X_{\text{ref}}(t)$  et de la mesure de position  $X(t)$ .

Le passage d'un mode à l'autre se fait en fonction de la distance entre  $X_{\text{ref}}(t)$  et  $X(t)$ . On définit  $\varepsilon_s$  le seuil de passage d'un mode à l'autre, on a alors :

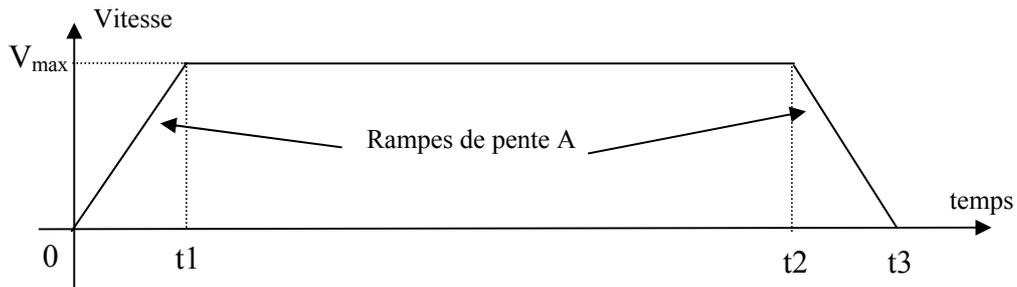
$$\varepsilon_X = |X_{\text{ref}} - X| > \varepsilon_s \rightarrow \text{mode boucle ouverte}$$

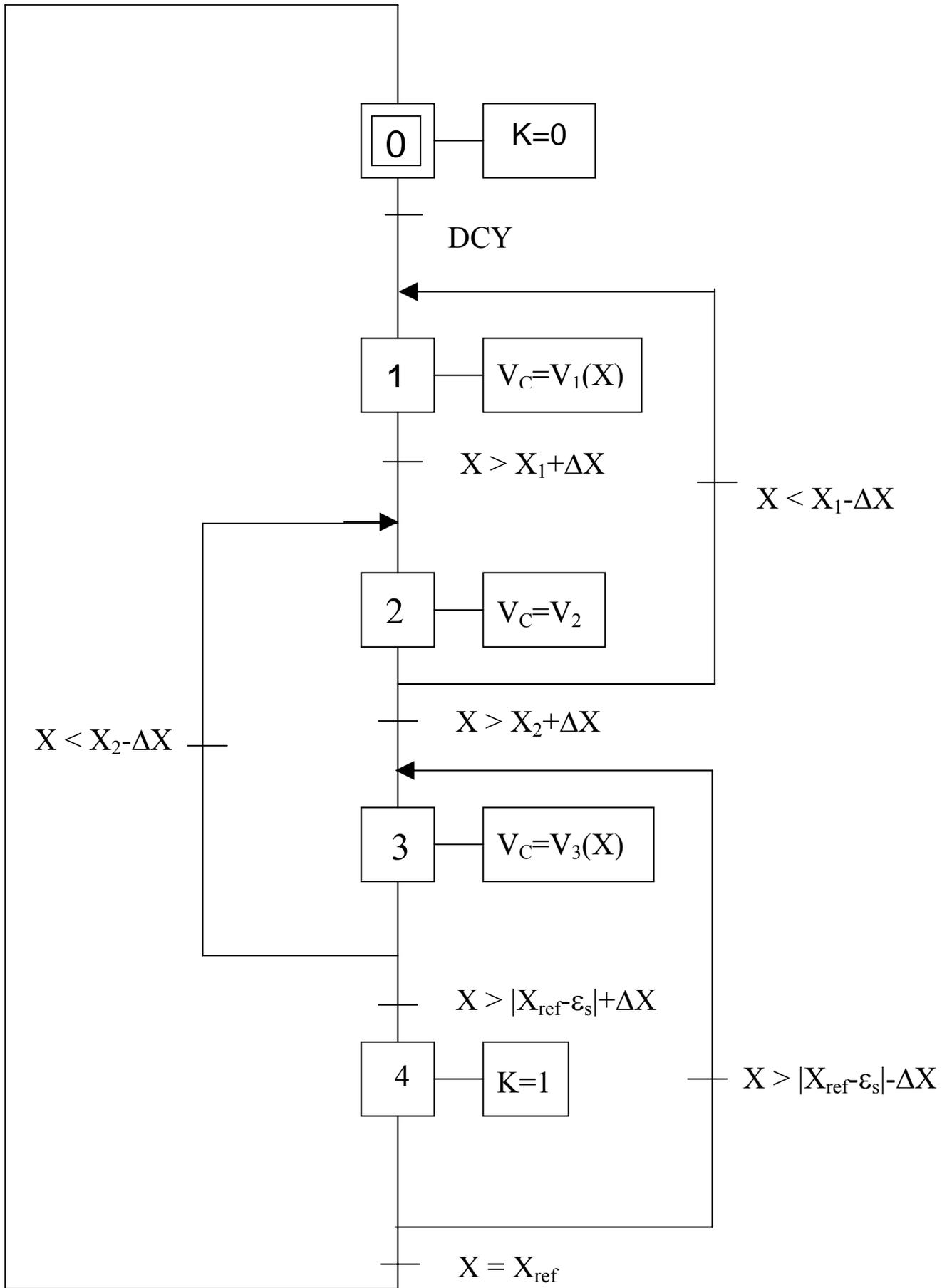
$$\varepsilon_X = |X_{\text{ref}} - X| < \varepsilon_s \rightarrow \text{mode boucle fermée}$$



### 2.2.1 Fonctionnement en boucle ouverte

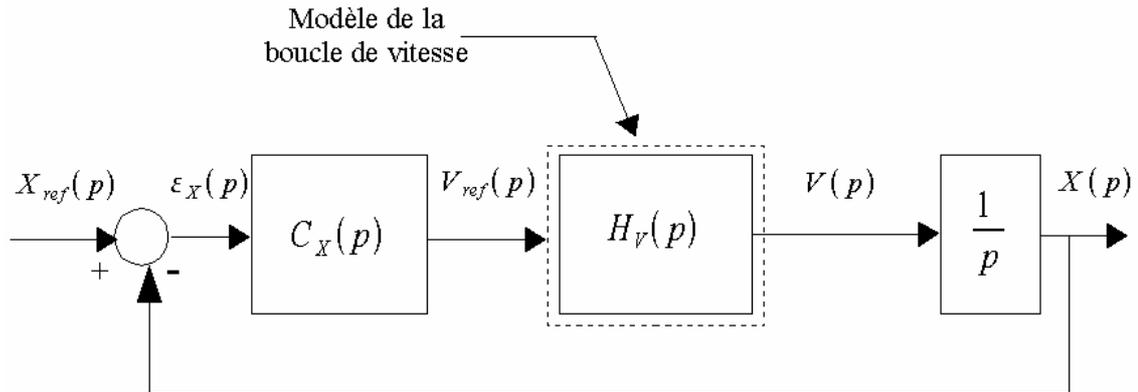
Proposer un « GRAFCET » permettant de générer la consigne de vitesse à partir de ce profil. On ne considèrera qu'un déplacement vers les X positifs.





## Fonctionnement en boucle fermée

La boucle de position fait alors apparaître le schéma fonctionnel suivant :



La consigne de position est un échelon d'amplitude  $X_0$ .

Le correcteur utilisé est un correcteur proportionnel de fonction de transfert :  $C_X(p) = K_1$

2.2.2.1 Donner, sans calcul, la valeur de l'erreur statique de position. Justifier votre réponse.

La boucle ouverte fait apparaître un intégrateur : l'erreur statique en réponse à un échelon de position est donc nulle.

2.2.2.2 On donne, en annexe 2, les diagrammes de Bode du système en boucle ouverte pour  $K_1 = 1$ . On propose d'utiliser la fonction de transfert ci-dessous pour modéliser le système en boucle ouverte. Identifier les valeurs numériques de  $G_a$  et  $\tau_a$ .

$$H_{BOa}(p) = \frac{G_a}{p(1 + \tau_a p)}$$

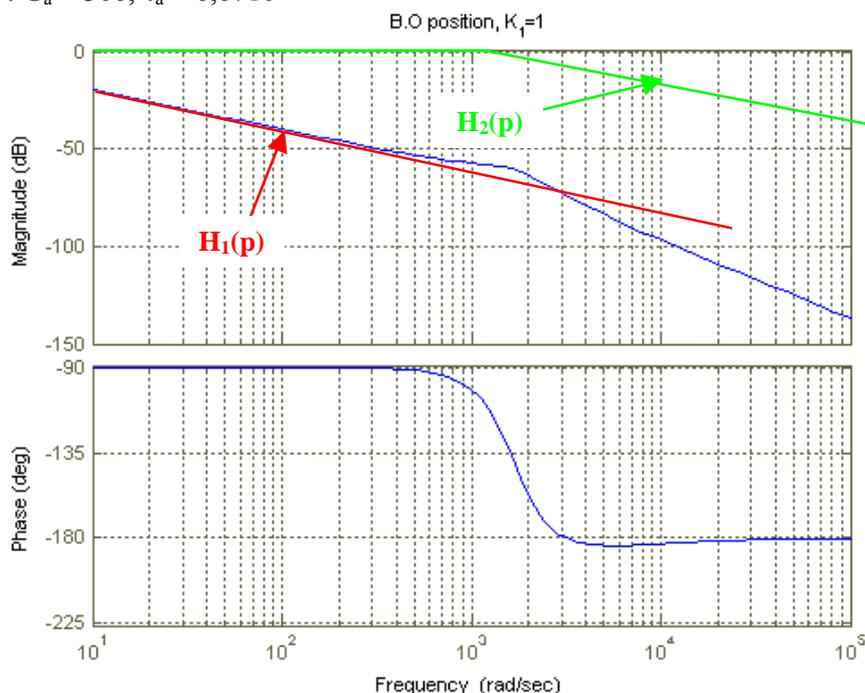
→ numérotation superflue.

2.2.2.3 Identifier les valeurs numériques de  $G_a$  et  $\tau_a$ .

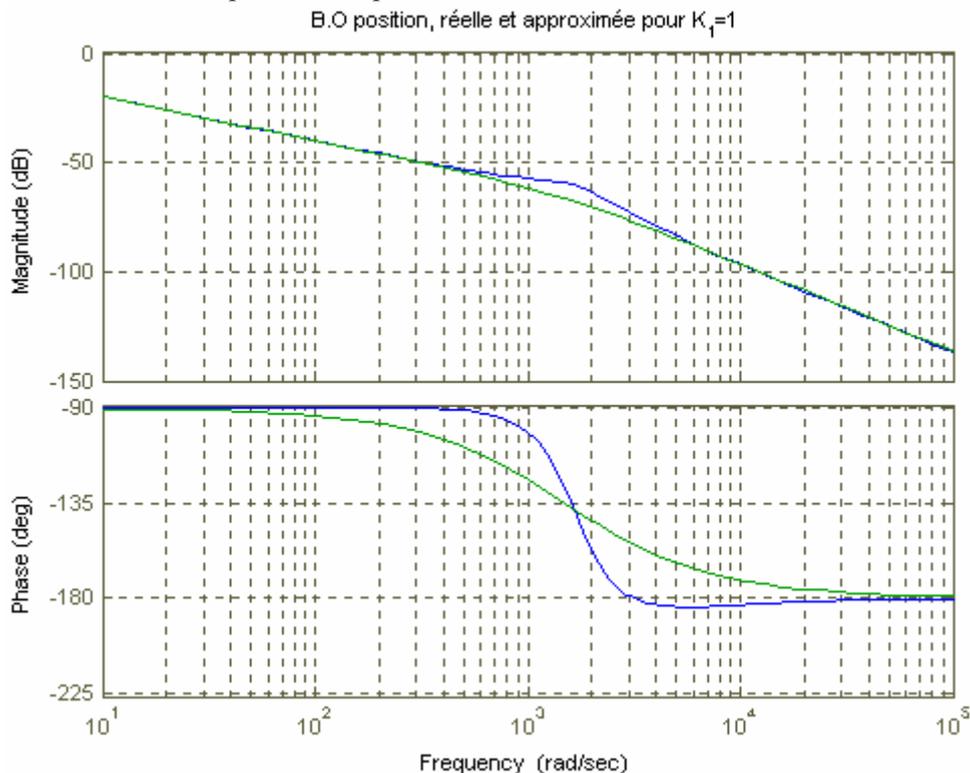
La courbe de gain en B.O peut être approximée par les deux fonctions  $H_1(p)$  et  $H_2(p)$  :

$$\text{On trouve : } H_1(p) = \frac{1}{p} \text{ et } H_2(p) = \frac{1500}{p + 1500} = \frac{\omega_a}{p + \omega_a} = \frac{1}{1 + \tau_a p}.$$

On en déduit :  $G_a = 306$ ,  $\tau_a = 6,6710^{-3}$



La réponse obtenue est comparée à la réponse réelle sur la courbe suivante :



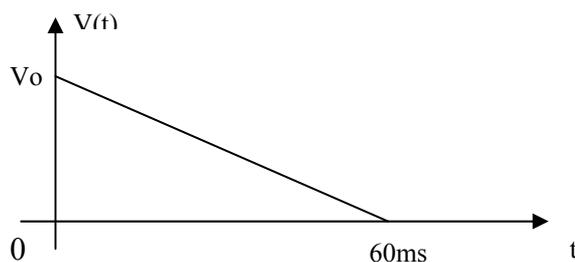
On retrouve le comportement asymptotique du système mais la résonance apportée par le dénominateur du second ordre oscillant est gommée.

2.2.2.4 Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BFa}(p)$  en fonction de  $K_1$ .

$$\text{On obtient : } H_{BFa}(p) = 1 / [1 + p/(Ga \times K_1) + \tau_a.p^2/(Ga \times K_1)]$$

2.2.2.5 On donne  $V_{\max} = 1,2$  m/s,  $A = 20$  m/s<sup>2</sup> et  $(t_3-t_2) = 60$  ms. On désire que le basculement boucle ouverte  $\rightarrow$  boucle fermée ait lieu pour  $\varepsilon_s = 5$  mm. Calculer le temps de réponse minimal de la boucle permettant de vérifier cette contrainte.

On représente la phase de décélération entre  $0 < t < 60$  ms :



La position  $X$  est liée au temps  $t$  par la relation :  $X(t) = -A \frac{t^2}{2} + V_0 t$

A  $t = 60$  ms, on obtient une position  $X(60 \text{ ms}) = X_0 + 36$  mm (où  $X_0$  est la position de début de décélération correspondant à  $t = 0$  sur le graphe ci dessus).

On recherche le temps  $t_s$  pour lequel la position de la charge est  $36 - 5 = 31$  mm. On résout l'équation :  $-10t^2 + 1,2t - 0,031 = 0$ . La solution inférieure à 60 ms est  $t_s = 37,64$  ms.

L'écart est alors  $\Delta t = 60 - 37,64 = 22,4$  ms. Il faut donc que la boucle de position ait un temps de réponse inférieur à  $\Delta t$ .

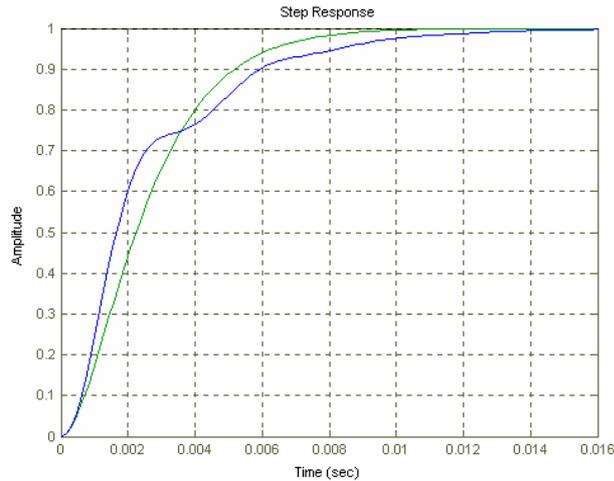
2.2.2.6 A partir de l'abaque du bas de l'annexe 2.3, calculer la valeur de  $K_1$  permettant d'obtenir un coefficient d'amortissement unitaire et de vérifier la contrainte de la question précédente.

$$\text{On a : } H_{\text{BFa}}(p) = \frac{\omega_a \cdot K_1}{p^2 + \omega_a p + \omega_a \cdot K_1} = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2 \cdot m \cdot \omega_0 p + \omega_0^2},$$

$$\text{soit : } \omega_a = 2 \cdot m \cdot \omega_0 \rightarrow \omega_0 = \frac{\omega_a}{2} = 750 \text{ rad/s}_a \quad K_1 = 1,22$$

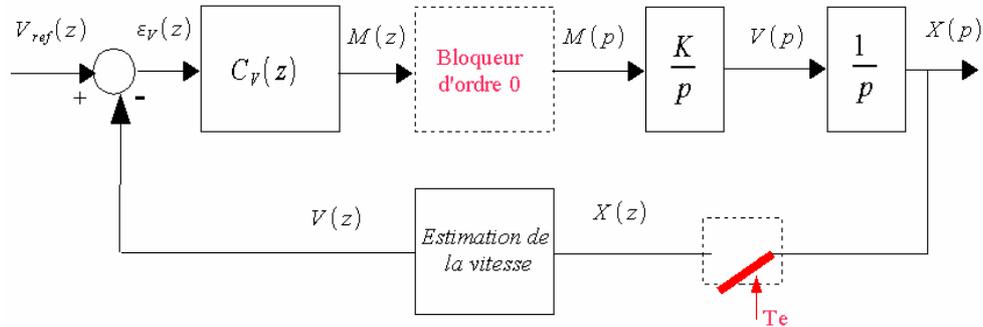
$$\text{l'annexe 4 donne : } \frac{tr_{5\%} \cdot \omega_0}{2\pi} = 0,8, \text{ soit } t_{I_{5\%}} = 6,7 \text{ ms} < 22,4 \text{ ms}$$

La réponse à un échelon de position fait apparaître une erreur statique nulle. Le transitoire réel est un peu "chahuté" car il tient compte de l'ensemble des dynamiques du système. Toutefois le temps de réponse est approximativement conservé.



### 2.3 Traitement numérique de l'asservissement de vitesse

2.3.1 Compléter le document réponse 4.1 en indiquant les fonctions réalisées dans les blocs pointillés.

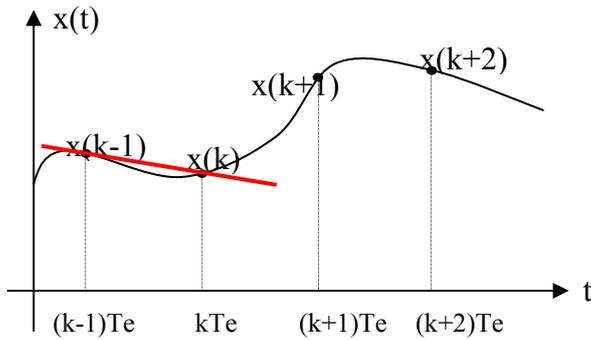


### 2.3.2 Approximations numériques : méthode d'Euler

On rappelle que la transformée d'Euler permet d'approximer la dérivée d'un signal  $x(t)$  entre deux échantillons successifs.

2.3.2.1 Représenter, sur le document réponse 4.2, l'approximation d'Euler de la dérivée du signal  $x(t)$  à l'instant  $kT_e$ . Compléter le document réponse 4.3. Proposer un algorithme d'estimation des échantillons de la vitesse  $V(k)$  utilisant la méthode d'Euler.

$$p \cdot X(p) \xrightarrow{\text{Transformation de Laplace inverse}} \frac{dx}{dt} \xrightarrow{\text{Approximation d'EULER}} \frac{x(k-1) - x(k)}{T_e}$$



### Approximation d'Euler

On a  $V(t) = \frac{dX(t)}{dt}$  soit :  $V(p) = p.X(p) \rightarrow V(k) = \frac{X(k) - X(k-1)}{T_e}$

2.3.2.2 En utilisant la même approximation, donner l'équation récurrente permettant de calculer l'échantillon  $M(k)$  connaissant les échantillons  $\varepsilon_v(k)$ ,  $\varepsilon_v(k-1)$  et  $M(k-1)$ .

On a :  $C_V(p) = \frac{K_o}{p} + K_o \tau_i = \frac{K_o + K_o \tau_i p}{p} = \frac{M(p)}{\varepsilon_v(p)}$ , soit :  $\varepsilon_v(p) \cdot [K_o + K_o \tau_i p] = p \cdot M(p)$

La transformation d'EULER donne :

$$K_o \cdot \varepsilon_v(k) + \frac{K_o \tau_i}{T_e} [\varepsilon_v(k) - \varepsilon_v(k-1)] = \frac{M(k) - M(k-1)}{T_e}$$

$$\text{d'où : } M(k) = M(k-1) + K_o (T_e + \tau_i) \cdot \varepsilon_v(k) - K_o \cdot \tau_i \cdot \varepsilon_v(k-1)$$

2.3.2.3 En déduire l'expression de la transmittance en  $z$  du correcteur  $C_V(z)$  en fonction de  $T_e$ ,  $\tau_i$  et  $K_o$ .

Effectuer l'application numérique pour  $T_e = 500 \mu s$ ,  $K_o = 6.10^5$ ,  $\tau_i = 6.10^{-4}$ .

$$C_V(z) = \frac{K_o (T_e + \tau_i) z - K_o \cdot \tau_i}{z - 1} = \frac{K_o (T_e + \tau_i) - K_o \cdot \tau_i \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

### 2.3.3 Influence du blocage des échantillons

2.3.3.1 Démontrer que la fonction de transfert du bloqueur d'ordre s'écrit :  $B_o(p) = \frac{1 - e^{-pT_e}}{p}$

Le bloqueur fait correspondre à une impulsion d'entrée de transformée de Laplace  $U(p) = 1$ , une sortie  $Y(t)$  constante et égale à 1 pendant  $T_e$ . La transformée de Laplace de la sortie s'écrit :

$$Y(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} dt = \int_0^{T_e} e^{-pt} dt = \frac{-1}{p} \cdot [e^{-pt}]_0^{T_e} = \frac{1 - e^{-pT_e}}{p}$$

2.3.3.2 Quelle est l'influence du terme  $e^{-pT_e}$  sur la stabilité globale de la boucle de vitesse ?

Le terme  $e^{-pT_e}$  induit un retard pur de  $T_e/2$ .

2.3.3.3 Quelles peuvent être les conséquences d'un mauvais choix de  $T_e$  ? Justifier votre réponse.

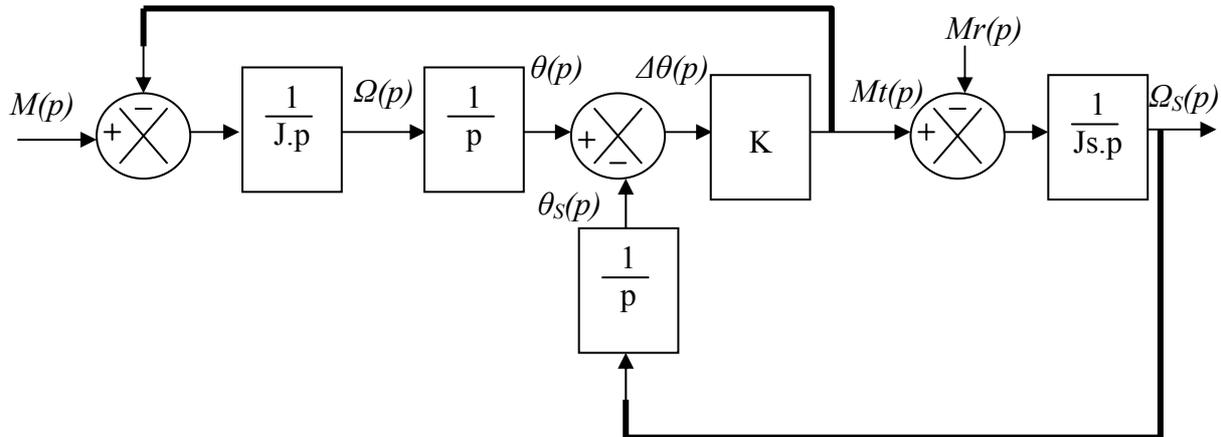
Le terme  $e^{-pT_e}$  apporte un déphasage égal  $-\omega \frac{T_e}{2}$ . Pour  $T_e$  faible, le déphasage décroît lentement avec  $\omega$  et

les risques d'instabilité sont limités. Inversement, pour  $T_e$  grand, le déphasage apporté par le bloqueur n'est plus négligeable et peut déstabiliser le système.

## Corrigé de la partie 3

### 3.1 Elasticité des transmissions.

3.1.1 Compléter le schéma fonctionnel du document réponse 5 en écrivant les fonctions de transfert symboliques ( $p$  : variable de Laplace) et en raccordant les 2 liaisons manquantes.



3.1.2 Etablir les expressions littérales de  $H1(p)$  et  $H2(p)$ . Donner l'expression de la pulsation de résonance  $\omega_{RES}$ . Simplifier son expression en considérant  $J = J_s / 3$ .

On peut écrire d'une part :

$$Mt = \frac{K}{p} \Omega - \frac{K}{J_s \cdot p^2} (Mt - Mr) \Rightarrow \Omega = \frac{p}{K} \left( 1 + \frac{K}{J_s \cdot p^2} \right) Mt - \frac{1}{J_s \cdot p} Mr \quad (1)$$

D'autre part :

$$\Omega = \frac{M - Mt}{J \cdot p} \Rightarrow Mt = M - J \cdot p \cdot \Omega \quad (2)$$

En remplaçant dans (1)  $Mt$  par son expression (2), il vient :

$$\Omega = \frac{p}{K} \left( 1 + \frac{K}{J_s \cdot p^2} \right) M - \frac{p}{K} \left( 1 + \frac{K}{J_s \cdot p^2} \right) J \cdot p \cdot \Omega - \frac{1}{J_s \cdot p} Mr$$

En regroupant les termes en  $\Omega$  :

$$\Omega = \frac{\frac{p}{K} \left( 1 + \frac{K}{J_s \cdot p^2} \right)}{1 + \frac{p}{K} \left( 1 + \frac{K}{J_s \cdot p^2} \right) J \cdot p} \cdot M - \frac{\frac{1}{J_s \cdot p}}{1 + \frac{p}{K} \left( 1 + \frac{K}{J_s \cdot p^2} \right) J \cdot p} \cdot Mr$$

En simplifiant :

$$\Omega = \frac{1}{(J + J_s)p} \left( \frac{\frac{J_s}{K} p^2 + 1}{\frac{J \cdot J_s}{K(J + J_s)} p^2 + 1} \cdot M - \frac{1}{\frac{J \cdot J_s}{K(J + J_s)} p^2 + 1} \cdot Mr \right)$$

On identifie :

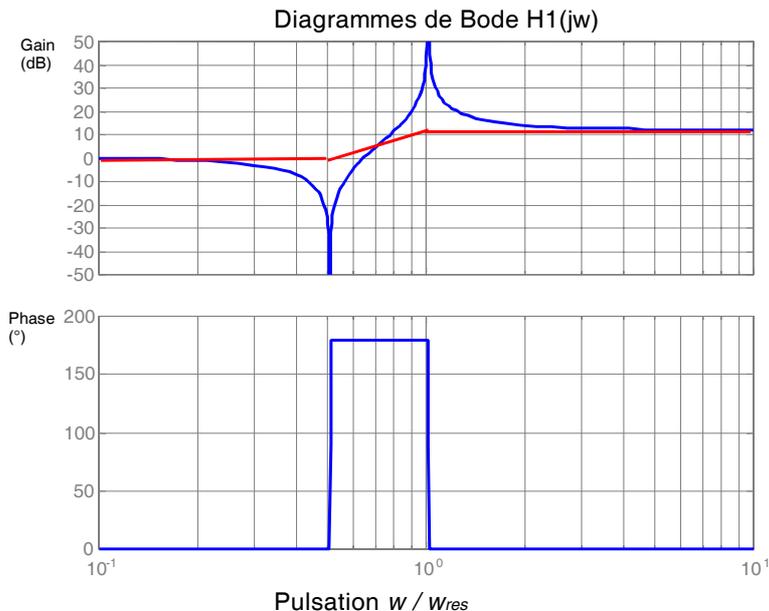
$$H1(p) = \frac{\frac{J_s}{K} p^2 + 1}{\frac{J \cdot J_s}{K(J + J_s)} p^2 + 1} \quad \text{et} \quad H2(p) = \frac{1}{\frac{J \cdot J_s}{K(J + J_s)} p^2 + 1}$$

la pulsation de résonance correspond au pôle de ces fonctions de transfert, ainsi :

$$\omega_{res} = \sqrt{\frac{K(J + J_s)}{J \cdot J_s}} \quad \text{si} \quad J = \frac{J_s}{3} \quad \text{alors} \quad \omega_{res} = 2 \sqrt{\frac{K}{J_s}}$$

Calculer  $\omega_{RES}$  pour  $K = 3 \text{ Nm/}^\circ$  et  $J_s = 4 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$ .  $\omega_{RES} = 655 \text{ rad/s}$   $f_{RES} = 104 \text{ Hz}$

3.1.3 Sur le document réponse 5, tracer les diagrammes asymptotiques de Bode de la fonction  $H1(p)$  puis ajouter l'allure du diagramme réel de gain.



**Remarque :**

Si  $J \ll J_s$ , alors la pulsation rejetée est éloignée de la pulsation de résonance, ce qui apporte un gain conséquent en haute fréquence et entraîne des instabilités et vibrations.

3.1.4 Fournir l'expression littérale d'une fonction de transfert simple  $F(p)$  d'un filtre réjecteur. On notera  $\omega_0$  la pulsation rejetée et  $z$  le coefficient d'amortissement. Préciser la relation existante entre la bande rejetée  $Bw$ ,  $z$  et  $\omega_0$ .

$$F(p) = \frac{1 + \frac{p^2}{\omega_0^2}}{1 + 2.z.\frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \quad Bw = 2.z.\omega_0$$

3.1.5 Définir une démarche pédagogique pour amener le groupe d'étudiants concerné à la compréhension du phénomène de résonance, de son filtrage. L'objectif étant de leur faire effectuer les réglages suivant la méthode « constructeur » de l'annexe 30, tout en leur donnant les moyens d'une certaine analyse critique.

Activité 1 : à l'aide d'un logiciel de simulation, on met en évidence le phénomène oscillatoire lié à l'association de deux charges inertielles accouplées entre elles par une liaison élastique. En particulier on étudiera l'influence des moments d'inertie sur la fréquence d'oscillation du système. On vérifiera ainsi les résultats de la question 3.1.

Activité 2 : réalisation d'un filtre réjecteur analogique. Tracé des diagrammes de Bode.

Activité 3 : réglage du variateur sur site suivant la méthode préconisée sur l'annexe 3.2. Celle ci se résume par la procédure de réglage suivante :

- excitation de la mécanique par un choc (marteau en caoutchouc),
- enregistrement des oscillations sur la vitesse qui en résulte,
- identification de la fréquence d'oscillation,
- réglage des paramètres 180 (fréquence centrale) et 181 (largeur de bande),
- nouveau choc mécanique et enregistrement,...

Ces réglages doivent permettre d'atténuer les oscillations engendrées par le choc.

**3.2 Réversibilité énergétique.**

L'annexe 3.3 montre le raccordement au réseau (3 x 400 V) du variateur. Il y figure 2 modules optionnels : BZM et CZM.

3.2.1 En une courte synthèse, poser la problématique liée à ces 2 modules optionnels puis commenter l'intérêt de l'un par rapport à l'autre.

Pendant les phases de freinage, l'énergie est retournée sur le bus continu du variateur. Elle doit y être stockée ou dissipée car elle ne peut pas être retournée au réseau à cause de la non réversibilité du pont de diodes.

Avec le module CZM (condensateur) l'énergie retournée est stockée et crée une élévation de la tension sur le bus continu. En conséquence cette énergie doit être compatible (limite de surtension). Cette solution n'est pas dissipative. Elle est satisfaisante lorsqu'il s'agit de récupérer fréquemment une énergie cinétique déterminée car elle préserve le rendement énergétique.

Avec le module BZM, l'énergie retournée est dissipée dans une résistance placée aux bornes du bus continu par un interrupteur commandé en fourchette de tension. Cette solution est choisie lorsque l'énergie cinétique est conséquente ou lorsqu'il faut diminuer l'énergie potentielle d'une masse (ex. descente d'une charge).

Considérons pour la suite les données suivantes :

- Mr<sub>0</sub> : Moment du couple de frottements secs : 1 Nm
- J<sub>TOT</sub> : Moment d'inertie total ramené sur l'arbre moteur : 800.10<sup>-6</sup> kg.m<sup>2</sup>
- N<sub>0</sub> : Fréquence de rotation moteur en palier : 4 000 tr/mn
- t<sub>D</sub> : Durée de la décélération (constante) jusqu'à arrêt : 100 ms
- η : Rendement moteur : 0,9

3.2.2 Calculer l'énergie absorbée par le moteur pendant la phase de décélération.

$$W = \left( \frac{1}{2} M r_0 \cdot 2\pi \cdot N_0 / 60 \cdot t_D \right) - \left( \frac{1}{2} J_{TOT} \cdot (2\pi \cdot N_0 / 60)^2 \right) \eta = (20.94 - 70.18) 0,9$$

$$W = - 44,3 \text{ J}$$

3.2.3 Compte tenu de la caractéristique fournie par le constructeur sur l'annexe 3.3, faut-il installer un module BZM et/ou CZM ? jusqu'à quel seuil peut-on aller avec un module CZM installé.

Pour une alimentation du variateur sous 400 V, la caractéristique de l'annexe 3.3 nous donne une capacité de récupération d'environ 47 J. Il n'est donc pas nécessaire de prévoir de module optionnel. Avec un module CZM installé on pourrait récupérer environ :

$$W_{AVEC\_CZM} = W_{SANS\_CZM} \left( \frac{CZM + C_{BASE}}{C_{BASE}} \right) = 147 \text{ J}$$

3.2.4 Le constructeur donne la possibilité d'associer les deux variateurs (axes X et Y) par le bus continu. Cela offre-t-il un avantage dans le cas présent ? Commenter.

Cette possibilité peut présenter un avantage lorsque l'on motorise un mouvement tout en freinant l'autre. L'énergie de freinage retournée est alors consommée par l'axe moteur. Aucun intérêt dans le cas présent car les freinages risquent de se faire simultanément et de toute façon aucun problème lié au freinage ne se pose.

### 3.3. Principe de la commande du moteur brushless

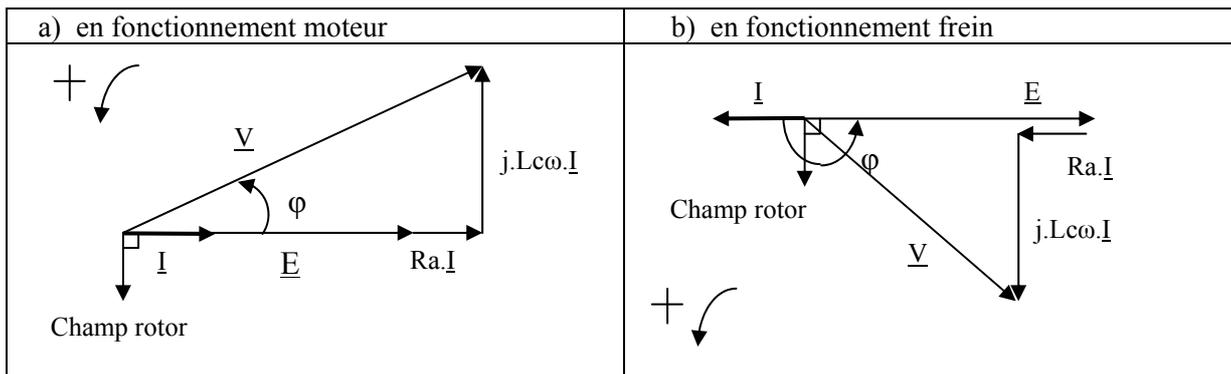
3.3.1 Pour un couple et une vitesse donnés, quel angle Ψ permet de minimiser les courants dans les bobinages du moteur ?

Les caractéristiques fournies par le constructeur sur l'annexe 1.6 correspondent à ces conditions d'alimentation. Tracer l'allure des diagrammes vectoriels de Behn Eschenburg :

- a) en fonctionnement moteur
- b) en fonctionnement frein.

On prendra la phase de E comme origine et on précisera l'orientation du champ rotor.

A puissance électromécanique constante, Ψ = 0 permet de minimiser les courants dans les bobinages du moteur car Pe = 3.E.I.cos Ψ. Ce fonctionnement correspond à la quadrature électrique entre les champs rotor et stator.



- 3.3.2 Pour le fonctionnement moteur, exprimer en fonction de  $n$  et de  $I$  ainsi que des différents paramètres de la machine :
- la fréquence d'alimentation électrique de la machine
  - son facteur de puissance
  - la tension efficace  $U$  entre phases de son alimentation.

Effectuer les applications numériques pour  $n = 3\,000$  tr/mn et  $I = 6,7$  A.

Fréquence d'alimentation électrique  $f$  :

$$f = \frac{p \cdot n}{60} \quad \text{avec } p: \text{ nombre de paires de pôles } (p=3: \text{annexe 1.6})$$

Facteur de puissance  $\cos\varphi$  :

$$\cos\varphi = \frac{E + R_a \cdot I}{\sqrt{(E + R_a \cdot I)^2 + (L_c \cdot \omega \cdot I)^2}} \quad \text{avec } E = \frac{K_{Eff} \cdot n}{\sqrt{3}} \quad \text{et } \omega = n \cdot p \cdot \pi / 30$$

Tension entre phase  $U$  :

$$U = \sqrt{3} \sqrt{(E + R_a \cdot I)^2 + (L_c \cdot \omega \cdot I)^2} \quad \text{avec } E = \frac{K_{Eff} \cdot n}{\sqrt{3}} \quad \text{et } \omega = n \cdot p \cdot \pi / 30$$

Applications numériques :  $f = 150$  Hz       $\cos\varphi = 0,75$        $U = 124,4$  V

La tension efficace entre phases est limitée par la valeur de la tension  $U_{DC}$  sur le bus continu. Ainsi :

- a)  $U = 381$  V si  $U_{DC} = 540$  V (variateur à alimentation tri.  $3 \times 400$  V)
- b)  $U = 141$  V si  $U_{DC} = 200$  V (alimentation mono. 230 V + filtrage LC)

- 3.3.3 Dans le cas b) et pour  $I = 6,7$ A puis 15 A, calculer la vitesse maximale possible. Vérifie t'on cette limite sur la documentation constructeur de l'annexe 1.7 ?

La vitesse est limitée par la tension efficace maximale entre phases :

$$U = \sqrt{3} \sqrt{(E + R_a \cdot I)^2 + (L_c \cdot \omega \cdot I)^2} \quad \text{avec } E = \frac{K_{Eff} \cdot n}{\sqrt{3}} \quad \text{et } \omega = n \cdot p \cdot \pi / 30$$

d'où l'équation du second degré ci dessous :

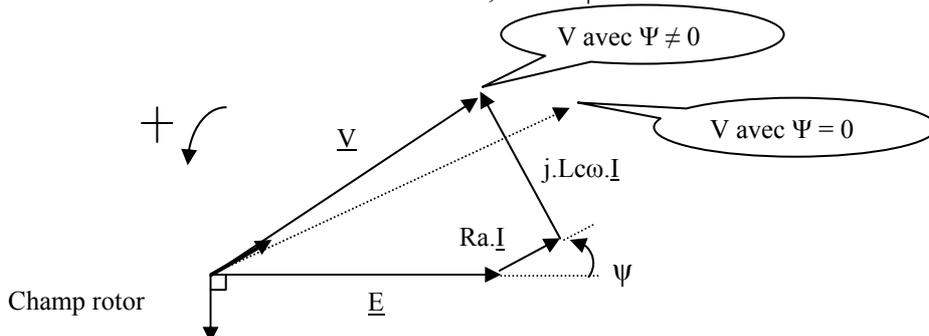
$$U^2 = [K_{Eff}^2 + 3(L_c \cdot I \cdot p \cdot \pi / 30)^2] n^2 + (\sqrt{3} \cdot 2 \cdot R_a \cdot I \cdot K_{Eff}) n + 3(R_a \cdot I)^2$$

I (A)	6.7	15
Equat. 2 <sup>nd</sup> deg	$133 \cdot 10^{-5} \cdot n^2 + 1,011 \cdot n - 19\,444 = 0$	$433 \cdot 10^{-5} \cdot n^2 + 2,263 \cdot n - 17\,694 = 0$
solution n (tr/mn)	3 458	1 776
relevé sur annexe 1.7 [6]	M = 2.68 Nm → $n_{MAX} = 3500$ tr/mn	M = 6 Nm → $n_{MAX} = 2\,900$ tr/mn

Pour  $I = 15$  A on ne vérifie pas cette limitation : Explication à la question suivante.

- 3.3.4 Pour dépasser cette limitation liée à la tension du bus continu, le processus de commande du variateur modifie une caractéristique de l'autopilote. De laquelle s'agit-il ? Tracer l'allure du diagramme vectoriel de Behn Eschenburg dans ce cas (fonctionnement moteur).

L'angle d'autopilote  $\Psi$  est modifié : La vitesse  $n_{MAX}$  peut ainsi être augmentée mais le couple est réduit :  $M = K_m I \cos\psi$ . Pour obtenir 2 900 tr/mn comme sur la l'annexe 1.7, il faut  $\psi \neq 30^\circ$ .



3.3.5 En régime établi, et pour une vitesse  $n = 3\ 000$  tr/mn, quelle est la fréquence des courants de référence des asservissements, notés  $i_{dref}$  et  $i_{qref}$  sur la figure 1. Justifier la réponse. Quel courant représente l'image du couple électromagnétique ?

En régime permanent, les courants notés  $i_{dref}$  et  $i_{qref}$  sont continus car ils ont été ramenés dans un repère diphasé tournant en synchronisme avec le rotor, par la transformation de Park. Le couple est proportionnel à  $I_{qref}$ , composante diphasée en phase avec  $\underline{E}$  dans le référentiel rotor.

## Corrigé de la partie 4

### 4.1 Choix du système d'identification

Choisir, en justifiant votre réponse, l'interface ASM adaptée à l'application (voir annexe 4.6).

Les interfaces pouvant être connectées sur PROFIBUS DP sont : ASM 440, ASM450/451. L'adressage physique n'est possible que sur l'ASM450/451.

### 4.2 Implantation du système MOBY I

Le choix de l'émetteur / récepteur se porte sur : SLG 41S

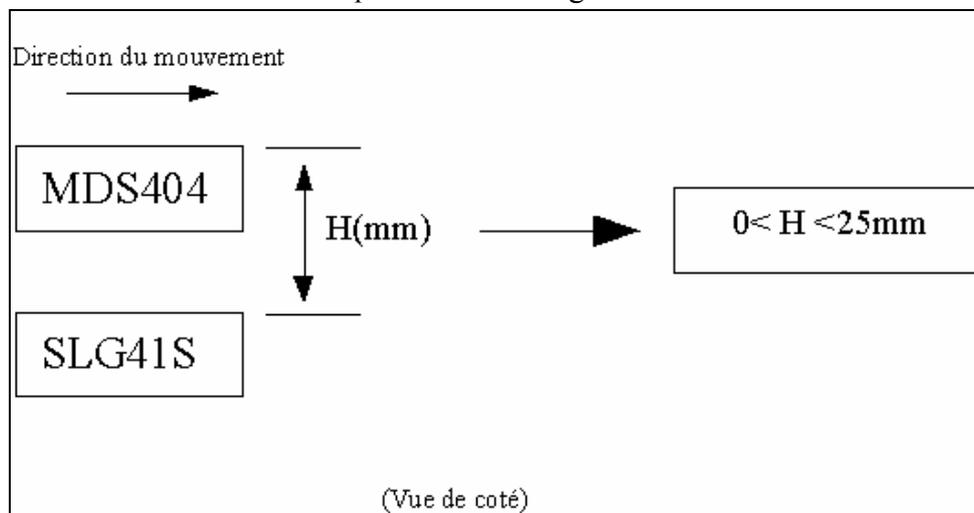
Le choix de l'étiquette se porte sur : MDS 404 (FRAM 8 Koctet)

On cherche, dans cette partie, à définir l'implantation des différents éléments sur la station permettant d'obtenir une communication correcte entre les modules.

4.2.1 Compléter le document réponse 6.1 définissant la distance verticale à respecter entre les modules SLG 41S et MDS 404 (voir annexes 4.1 et 4.5).

L'étiquette MDS doit se trouver à une distance limite notée  $S_g$ .

L'association MDS 404 et SLG 41S impose une valeur  $S_g = 25\text{mm}$



4.2.2 Calculer  $X_1$  et  $X_2$  définissant la distance entre les axes de symétrie de l'émetteur SLG 41S et les bords de l'étiquette MDS404 (voir annexes 4.5 et 4.7).

L'association MDS 404 et SLG 41S impose une valeur  $L = 36$  mm.

La valeur de B est  $B = 0,4 \times 36 = 14,4$  mm soit 15 mm.

La distance  $X_1$  est donnée par la relation  $X_1 = \frac{1}{2}L - \frac{1}{2}B = 10,5\text{mm}$  et  $X_2 = \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}B = 25,5\text{mm}$

4.2.3 Quelle est la distance minimale à respecter entre deux étiquettes (voir annexe 4.5)?

La distance à respecter entre deux étiquettes MDS est  $D_1 > 90\text{mm}$ .

### 4.3 Fonctionnement dynamique

Dans cette partie, nous cherchons à déterminer si le transfert des données peut être effectué pendant le déplacement de la palette. Pour cela, on supposera qu'après vissage des vis, la palette se déplace à la vitesse de 1 m/s.

4.3.1 A partir des données techniques générales, déterminer le nombre d'octets N à transmettre à l'étiquette MDS404 (voir annexe 3.1).

On a 18 vis et deux informations de 16 bits (couple et angle) par vis soit au total :

$$18 \times 2 \times 16 \text{ bits} = 576 \text{ bits soit } \underline{72 \text{ octets}}$$

4.3.2 Calculer la vitesse de déplacement limite  $V_{lim}$  permettant d'effectuer ce transfert en mode dynamique.

$$V_{lim} = \frac{0,8.L}{T_{tr}} \text{ avec } T_{tr} = (N.t_{Byte}) + K = (72.0,8.10^{-3}) + 16.10^{-3} = 73,6\text{ms} \text{ soit :}$$

$$V_{lim} = 0,39\text{m/s}$$

Cette vitesse étant trop faible, le transfert des données se fait à l'arrêt à la fin de la phase de vissage.

### 4.4 Transmission des données (Option A uniquement)

4.4.1 Codage NRZ

4.4.1.1 Exprimer  $\underline{S}(f)$  pour le motif  $s_1(t)$  et donner le résultat sous la forme :

$$\underline{S}(f) = K.e^{-j\pi f T_B} \frac{\sin(\pi f T_B)}{\pi f T_B} \quad (\text{On rappelle que } \sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} \text{) et donc on a :}$$

$$\underline{S}(f) = \int_0^{T_B} V.e^{-2\pi j f t} dt = \frac{-V}{2\pi j f} [e^{-2\pi j f t}]_0^{T_B} = \frac{V}{2\pi j f} [1 - e^{-2\pi j f T_B}] = \frac{V}{2\pi j f} e^{-\pi j f T_B} [e^{\pi j f T_B} - e^{-\pi j f T_B}]$$

$$\underline{S}(f) = V.T_B.e^{-\pi j f T_B} \frac{[e^{\pi j f T_B} - e^{-\pi j f T_B}]}{2j\pi f T_B} = V.T_B.e^{-\pi j f T_B} \frac{\sin(\pi f T_B)}{\pi f T_B} = V.T_B.e^{-\pi j f T_B} .\sin c(\pi f T_B)$$

$$\underline{S}(f) = K.e^{-\pi j f T_B} .\sin c(\pi f T_B) \text{ avec } K = V.T_B$$

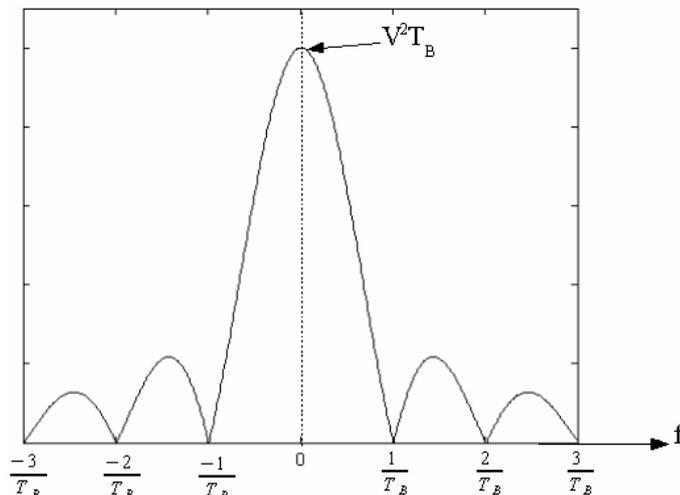
4.4.1.2 En déduire les expressions de  $G(f)$  pour les motifs  $s_1(t)$  puis  $s_0(t)$ .

$$G(f) = \frac{|\underline{S}(f)|^2}{T_B} \text{ avec } |\underline{S}(f)| = K |e^{-\pi j f T_B} | |\sin c(\pi f T_B)| = K |\sin c(\pi f T_B)|$$

$$G(f) = V^2.T_B.|\sin c(\pi f T_B)|^2$$

On a :  $s_1(t) = -s_0(t)$ . Les densités spectrales de puissance sont donc égales.

4.4.1.3 Représenter l'allure de  $G(f)$ .



4.4.1.4 Dans le cas où l'on transmettrait directement le signal NRZ (transmission en bande de base), quelle doit être approximativement la bande passante du canal de transmission ? Effectuer l'application numérique à partir de l'annexe 4.8.

90% de la densité spectrale de puissance est localisé entre  $\left[-\frac{1}{T_B}; \frac{1}{T_B}\right]$  ce qui donne une bande passante, pour les fréquences positives, égale à  $B_p = \frac{1}{T_B}$ .

Sur l'annexe 9, on note une vitesse de transmission de 19 200 Bauds soit  $T_B = \frac{1}{19200} = 52\mu s$ . On en déduit  $B_p = 19,2 \text{ kHz}$

#### 4.4.2 Modulation de l'onde porteuse

4.4.2.1 On donne  $R_H \gg R_L$ . Donner les valeurs de la résistance équivalente (notée  $R_s$ ) du circuit secondaire en fonction de l'état de la donnée D.

$$D = "1" \rightarrow S_a = \text{OFF} \rightarrow R_s = R_H$$

$$D = "0" \rightarrow S_a = \text{ON} \rightarrow R_s = R_H // R_L \cong R_L$$

4.4.2.2 On adopte, pour le secondaire, un modèle (R, L, C) série. Calculer les expressions des nouveaux paramètres ( $R'_s, L'_s, C'_s$ ).

$$\text{On écrit les admittances des deux montages: } Y_p = \frac{1}{R_s} + \frac{1}{jL_s\omega} \text{ et } Y_s = \frac{1}{R'_s + jL'_s\omega}$$

L'équivalence des deux montages impose :

$$\frac{1}{R_s} + \frac{1}{jL_s\omega} = \frac{R'_s - jL'_s\omega}{R_s'^2 - jL_s'^2\omega^2}, \text{ en identifiant les parties réelles et imaginaires :}$$

$$\frac{1}{R_s} = \frac{R'_s}{R_s'^2 + L_s'^2\omega^2} \rightarrow R_s = \frac{R_s'^2 + L_s'^2\omega^2}{R'_s} \rightarrow R_s = R'_s \cdot (1 + Q^2)$$

$$\frac{1}{L_s\omega} = \frac{L'_s\omega}{R_s'^2 + L_s'^2\omega^2} \rightarrow L_s = \frac{R_s'^2 + L_s'^2\omega^2}{L'_s\omega} \rightarrow L_s = L'_s \left(1 + \frac{1}{Q^2}\right)$$

Pour Q grand :  $R_s \approx R'_s \cdot Q^2$  et  $L_s = L'_s$

4.4.2.3 Donner les expressions du coefficient de qualité  $Q_s$  et de la pulsation de résonance  $\omega_0$  du circuit secondaire.

$$\text{On a : } Q_s = \frac{1}{R'_s} \cdot \sqrt{\frac{L'_s}{C'_s}} \text{ et } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L'_s \cdot C'_s}}$$

4.4.2.4 En notant k le coefficient de couplage des deux bobinages, donner l'expression de l'inductance mutuelle M.

$$M = k \cdot \sqrt{L_s \cdot L_p}$$

4.4.2.5 Coté lecteur, donner l'équation différentielle liant  $E_g(t)$  à  $i_p(t)$  et  $i_s(t)$ .

$$E_g(t) = R_p \cdot i_p(t) + L_p \frac{di_p(t)}{dt} + M \frac{di_s(t)}{dt}$$

4.4.2.6 Coté étiquette, donner l'équation différentielle liant  $i_p(t)$  à  $i_s(t)$  en fonction de  $R'_s, L'_s, C'_s$  et M.

$$L'_s \frac{di_s(t)}{dt} + M \frac{di_p(t)}{dt} + R'_s i_s(t) + \frac{1}{C'_s} \int i_s(\tau) d\tau = 0$$

4.4.2.7 Que devient cette dernière équation en régime permanent sinusoïdal pour la pulsation de résonance  $\omega_0$  ?

En régime permanent sinusoïdal, on obtient :

$$jL'_s \omega I_s(j\omega) + jM\omega I_p(j\omega) + R'_s \omega I_s(j\omega) + \frac{1}{jC'_s \omega} I_s(j\omega) = 0$$

$$jM\omega I_p(j\omega) + R'_s I_s(j\omega) + j(L'_s \omega - \frac{1}{C'_s \omega}) I_s(j\omega) = 0$$

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L'_s C'_s}}, \text{ on a } L'_s \omega_0 - \frac{1}{C'_s \omega_0} = 0 \text{ d'où :}$$

$$jM\omega_0 I_p(j\omega_0) + R'_s I_s(j\omega_0) = 0$$

4.4.2.8 En déduire, vue du lecteur, l'expression de l'impédance d'entrée équivalente notée  $Z_{in}$  en fonction de  $L_p$ ,  $\omega_0$ ,  $k$  et  $Q_s$ .

$$\text{De l'équation précédente on tire : } I_s(j\omega_0) = \frac{jM\omega_0 I_p(j\omega_0)}{R'_s}$$

Pour  $\omega = \omega_0$ , on a :  $E_g(j\omega_0) = R_p I_p(j\omega_0) + jL_p \omega_0 I_p(j\omega_0) + jM\omega_0 I_s(j\omega_0)$ , soit :

$$Z_{in} = \frac{E_g(j\omega_0)}{I_p(j\omega_0)} = R_p + jL_p \omega_0 - \frac{M^2 \omega_0^2}{R'_s} \text{ avec } Q_s = \frac{1}{R'_s} \sqrt{\frac{L'_s}{C'_s}} \text{ et } M = k \sqrt{L'_s L_p}$$

On obtient :

$$Z_{in} = R_p + L_p \omega_0 (j - k^2 Q_s^2)$$

4.4.2.9 Compléter le document réponse 6.2 sachant que  $V_L(t)$  est la tension aux bornes de l'inductance  $L_p$ .

On voit que  $Q_s$  peut prendre deux valeurs suivant les valeurs de  $R'_s$ . Par conséquent  $Z_{in}$  prend de la même façon deux valeurs :

$$D = "1" \rightarrow S_a = \text{OFF} \rightarrow R_s = R_H \rightarrow Q_s = Q_{smin} \rightarrow Z_{in} = Z_{in(min)}$$

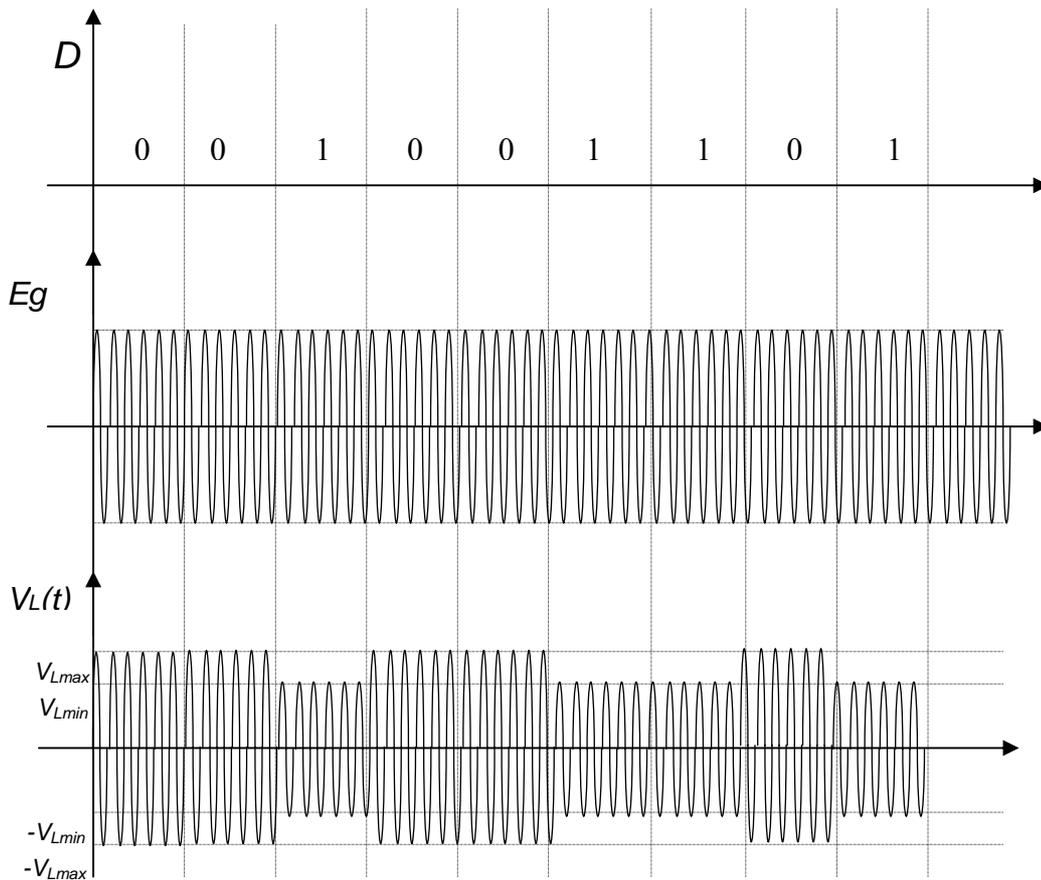
$$D = "0" \rightarrow S_a = \text{ON} \rightarrow R_s = R_H // R_L \cong R_L \rightarrow Q_s = Q_{smax} \rightarrow Z_{in} = Z_{in(max)}$$

$$\text{On a : } V_L(j\omega_0) = E_g(j\omega_0) - R_p I_p(j\omega_0) \text{ et } I_p(j\omega_0) = \frac{E_g(j\omega_0)}{Z_{in}}$$

Donc à la pulsation de résonance, l'amplitude de  $V_L(t)$  peut prendre deux valeurs distincts que l'on notera :  $V_{Lmax}$  et  $V_{Lmin}$ . On a donc :

$$D = "1" \rightarrow Z_{in} = Z_{in(min)} \rightarrow V_L(j\omega_0) = V_{Lmin}$$

$$D = "0" \rightarrow Z_{in} = Z_{in(max)} \rightarrow V_L(j\omega_0) = V_{Lmax}$$



4.4.2.10 Quel type de modulation obtient-on avec ce procédé ?

C'est une modulation ASK (Amplitude Shift Keying)

4.4.2.11 Sur quelle pulsation doit être accordé le circuit de l'étiquette inductive?

Le circuit secondaire doit être accordé sur la fréquence porteuse soit  $f_o = 1,81 \text{ MHz}$ .

4.4.2.12 Quelle est la bande de fréquence utilisée par la porteuse modulée en amplitude par le signal FSK ?

Le spectre du signal modulé en amplitude est centré autour de  $f_o = 1,81 \text{ MHz}$  et occupe la bande spectrale

$$\Delta f = |f_{\max} - f_{\min}| \text{ avec } f_{\min} = f_o - B_p = 1810 - 19 = 1791 \text{ kHz et}$$

$$f_{\max} = f_o + B_p = 1810 + 19 = 1829 \text{ kHz}$$

4.4.2.13 Proposer un procédé de démodulation du signal  $V_L(t)$ .

→ Démodulation par détection d'enveloppe

