

ÉTUDE D'UN PROBLÈME D'AUTOMATISATION

OPTION A : ÉLECTRONIQUE ET INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
OPTION B : ÉLECTROTECHNIQUE ET ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE

ÉLÉMENTS DE CORRECTION

A ÉTUDE DU PROCÉDÉ DE LAVAGE DE GAZ

A.1 Dimensionnement du procédé de lavage

A.1.1 Détermination de la taille du laveur

A.1.1.1 **Calculer** le débit minimal d'aspiration à mettre en oeuvre pour se conformer aux recommandations de l'INRS ED 651.

N° Cuve	52	53	54	55	56	57
W/L	0,15	0,31	0,146	0,145	0,227	0,05
S _b en m ²	1,6	3,2	1,5	1,53	2,4	0,48
q	1,3	1,5	1,3	0,9	0,75	0,75
Q en m ³ /s	2,08	4,8	1,95	1,38	1,8	0,36

$$Q_{\text{total}} = 12,37 \text{ m}^3/\text{s} \text{ soit } 44\,532 \text{ m}^3/\text{h}$$

A.1.1.2 **Déterminer** la taille minimale du laveur, en vous référant à la documentation constructeur du laveur).

TAILLE	DEBIT m ³ /h	ØA mm	ØB mm	ØC mm	D mm	E mm	H1 mm	H2 mm	H3 mm	H4 mm	VOL. BASSIN DE PIED (l)
470	780/1560	470	200	200	355	1074	2793	3021	4021	5021	139
700	1730/3465	700	315	355	470	1258	3154	3424	4424	5424	308
940	3125/6245	940	400	400	590	1253	3402	3665	4665	5665	555
1250	5520/11045	1250	450	560	745	1671	4018	4312	5312	6312	982
1400	6930/13855	1400	630	630	900	1715	4072	4425	5425	6425	1232
1600	9050/18095	1600	710	710	1000	1768	4218	4538	5538	6538	1608
1900	12760/25520	1900	900	900	1150	1891	4528	4897	5897	6897	2268
2200	17105/34210	2200	1000	1000	1300	1955	4865	5220	6220	7220	3041
2500	22090/44180	2500	1120	1120	1450	2200	5321	5756	6756	7756	3927
2850	28710/57415	2850	1300	1250	1625	2420	5853	6218	7218	8218	5104
3500	43295/86590	3500	1600	1600	1950	3358	7288	7698	8698	9698	7697
4000	56550/113100	4000	1800	1800	2200	3803	8071	8565	9565	10565	10053

type LPV taille 2850

A.1.2 Vérification du dimensionnement du ventilateur

A.1.2.1 En vous référant aux caractéristiques..., **déterminer** les pertes de charges de l'ensemble « laveur+réseau » en considérant un débit nominal de $Q = 45\,000 \text{ m}^3/\text{h}$.

Pertes de charges du laveur : $\Delta P_L = 24 \text{ mm}$ soit $\Delta P_L = 235 \text{ Pa}$

Pertes de charges du réseau d'aspiration : $\Delta P_{R,a}$

$$\text{Pertes de charges linéaires : } \Delta p_l = \frac{\lambda}{D} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \Delta L$$

$$D = 4S / p = 0,85 \text{ m}$$

$$v = Q / S = 17,4 \text{ m/s}$$

$$\Delta L = 2 + 0,9 + 0,4 + 0,9 + 10 + 0,9 + 2,5 = 17,6 \text{ m} \rightarrow \text{soit } \Delta P_l = 45 \text{ Pa}$$

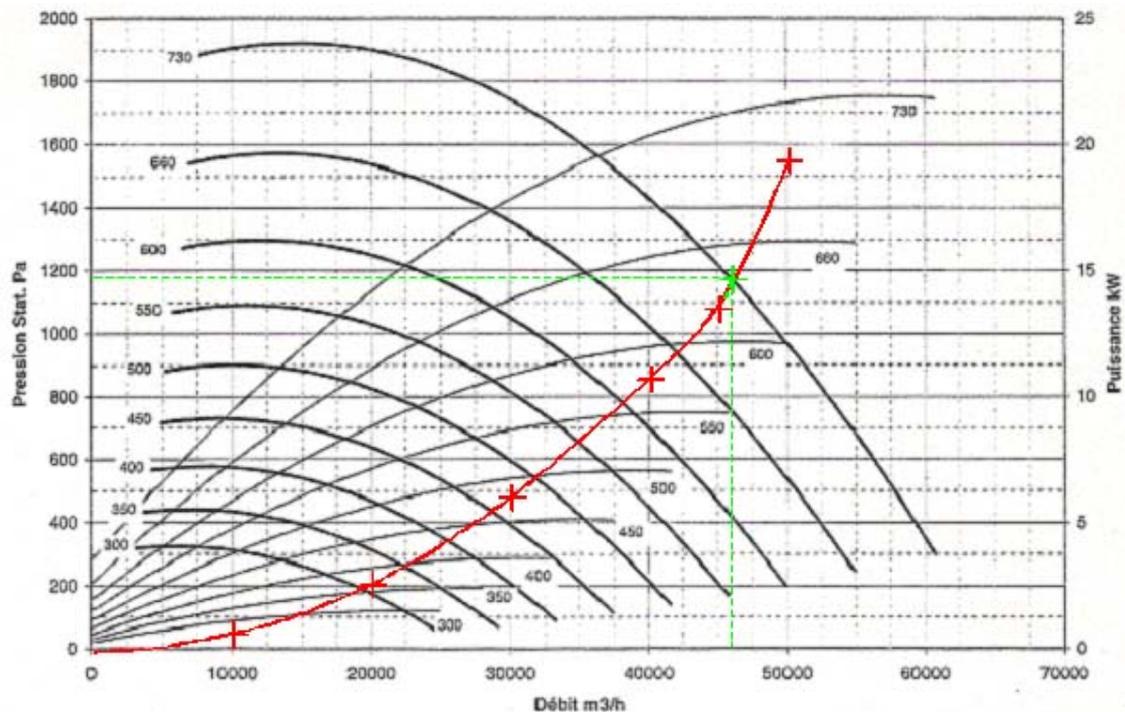
$$\text{Pertes de charges singulières : } \Delta p_s = \zeta \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}$$

$$\Delta P_s = 3 \times 1,1 \times 1,2 \times 17,4^2 / 2 = 600 \text{ Pa}$$

Pertes de charges du réseau de captage : $\Delta P_{R,c} = 200 \text{ Pa}$

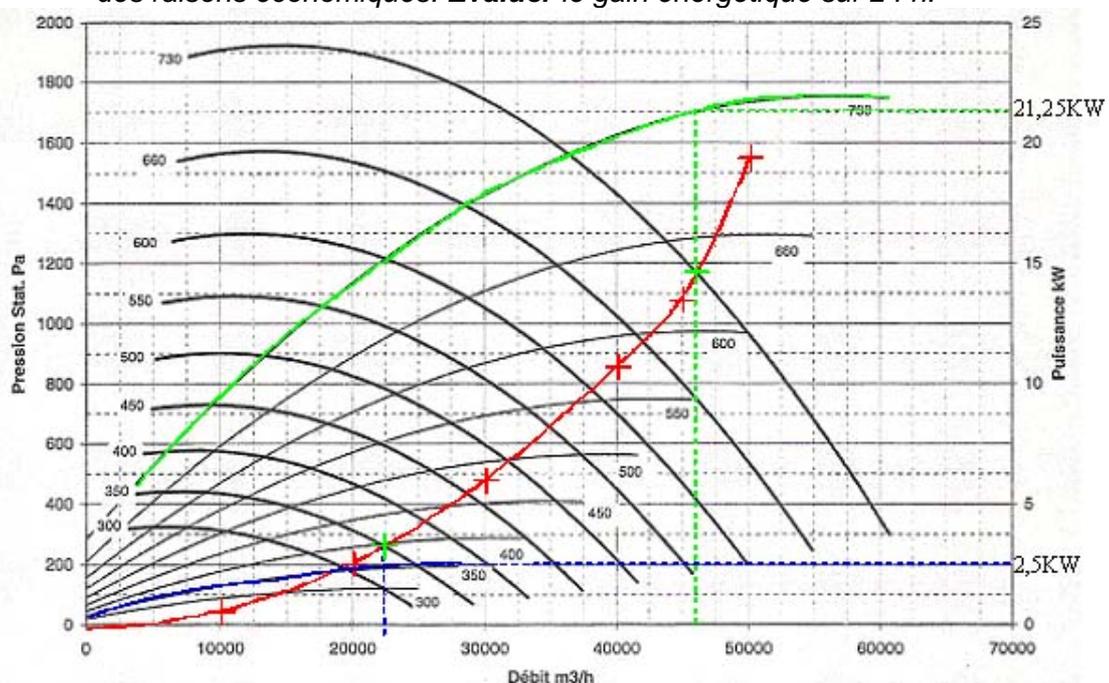
Pertes de charges totales $\Delta P = 1\,080 \text{ Pa}$ à $45\,000 \text{ m}^3/\text{h}$.

A.1.2.2 Le ventilateur installé est du type VCP 900, **représenter** la caractéristique du réseau sur le document réponse 1 et **préciser** si le ventilateur choisi permet un fonctionnement correct de l'installation.



Point de fonctionnement : $Q = 46\,000\text{ m}^3/\text{h}$, $\Delta P = 1\,180\text{ Pa}$
 Le ventilateur convient car il offre un débit supérieur à celui défini dans le cahier des charges.

A.1.2.3 Le ventilateur est entraîné par un moteur à deux vitesses de type Dahlander LS 200 L. L'accouplement se fait au moyen d'un dispositif à courroies de rapport de réduction de 0,5 et de rendement 90%. La petite vitesse est utilisée les jours de non production pour des raisons économiques. **Évaluer** le gain énergétique sur 24 h.



en grande vitesse $P_a = 21,25 / (0,9 \times 0,903) = 26,2\text{ kW}$
 en petite vitesse $P_a = 2,5 / (0,9 \times 0,86) = 3,2\text{ kW}$
 sur 24 h, le gain énergétique est de $(26,2 - 3,2) \times 10^3 \times 24$ soit **552 kWh**

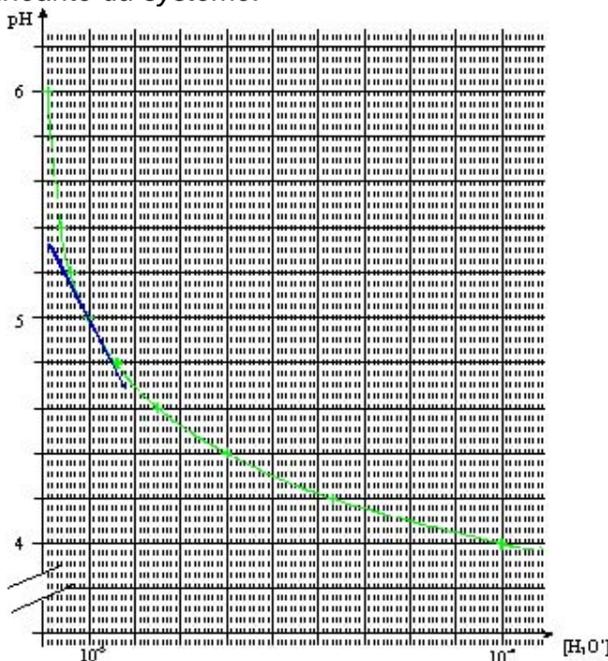
A.2 Étude succincte de la réaction chimique

A.2.1 Étude de la concentration

A.2.1.1 **Calculer** la concentration molaire pour les 3 valeurs de pH : 4, 5, 6.

pH	4	5	6
$[H_3O^+]$	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}

A.2.1.2 **Tracer**, sur le document réponse 1, la courbe du pH en fonction de la concentration molaire (on ne fera apparaître que la portion entre $pH = 4$ et $pH = 6$). **Conclure** quant à la linéarité du système.



Le système n'est pas linéaire.

A.2.1.3 **Déterminer** la valeur du gain linéaire $\frac{pH}{[H_3O^+]}$.

$$\text{Aux alentours de } x = 10^{-5} \quad (\log x)' = \frac{1}{\ln 10} \times \frac{1}{x} = -43\,429$$

$$\Delta pH / \Delta [H_3O^+] = -44\,000$$

A.2.1.4 **Justifier** le fait qu'il serait difficile de réguler au voisinage de $pH = 7$.

Le gain du système est presque infini.

A.2.2 Étude de la neutralisation

A.2.2.1 **Calculer** le nombre de moles de $NaOH$ nécessaire pour faire passer le pH de 4,9 à 5 sachant que le laveur contient 3 000 litres d'eau de lavage.

$$\begin{aligned} pH = 4,9 &\rightarrow [H_3O^+] = 1,259 \times 10^{-5} \\ &\text{soit } H_3O^+ = 37,77 \times 10^{-3} \text{ mole dans } 3\,000 \text{ l.} \\ pH = 5 &\rightarrow [H_3O^+] = 1 \times 10^{-5} \\ &\text{soit } H_3O^+ = 30 \times 10^{-3} \text{ mole dans } 3\,000 \text{ l.} \\ &\text{Il faut donc apporter } 7,77 \times 10^{-3} \text{ moles de NaOH dans le laveur.} \end{aligned}$$

- A.2.2.2 Sachant que le réactif (lessive de soude (NaOH)), est dosé à 30,5% et que sa densité est de 1,33, **exprimer** la concentration molaire c représentant le nombre de moles de NaOH injectées par litre de réactif.

1 litre de lessive de soude à une masse de 1,33 kg.
Le réactif est dosé à 30,5%, donc un litre contient $0,305 \times 1,33$ kg de NaOH soit 405,6 g
1 mole de NaOH à une masse de $(23,0 + 16,0 + 1)$ soit 40 g.
1 litre de réactif contient donc $405,6 / 40$ soit **10,14 moles** de NaOH .

- A.2.2.3 **Déduire** des résultats précédents la quantité de réactif nécessaire pour ramener le pH de 4,9 à 5 dans le laveur.

Il faut $7,77 \times 10^{-3}$ moles de NaOH soit **0,76 ml** de réactif.

- A.2.2.4 D'après la relation de neutralisation, **préciser** ce qui va se passer à plus ou moins long terme au niveau du laveur. **Proposer** une solution pour palier à ce problème.

Il y a formation de sel (chlorure de sodium), ce qui va entraîner une cristallisation du laveur et des dommages sur la pompe de lavage.
Solution : faire une vidange automatique partielle du laveur, avec ajout d'eau, au bout d'un certain temps de fonctionnement de la pompe doseuse.

A.3 Modélisation du laveur

A.3.1 Etude d'un modèle simplifié

- A.3.1.1 **Justifier** les signes + et – du soustracteur.

Le réactif a tendance à faire augmenter la valeur du pH car c'est une base alors que les vapeurs d'acide ont tendance à le faire baisser.

- A.3.1.2 **Montrer** que le laveur se comporte comme un intégrateur de différence de débit.

Autour de $\text{pH} = 5$, on sait que $\Delta\text{pH} / \Delta[\text{H}_3\text{O}^+] = -44\,000 = A$
Or $\Delta[\text{H}_3\text{O}^+] = \Delta(\text{H}_3\text{O}^+ / V) \approx \Delta(\text{H}_3\text{O}^+) / V = B \times \Delta(\text{H}_3\text{O}^+)$ avec $B = 1 / 3\,000$
 $\Delta(\text{H}_3\text{O}^+)$ est la variation du nombre d'ions hydronium H_3O^+ c'est-à-dire la variation de la différence entre le nombre de molécules HCl et le nombre de molécules NaOH
Le nombre de molécules HCl est proportionnel au volume d'air aspiré et le nombre de molécules NaOH est proportionnel au volume de réactif injecté.
Le volume V est lié au débit Q par la relation $Q = \frac{dV}{dt}$ soit $V = \int Q dt$
$$\Delta(\text{H}_3\text{O}^+) = a \vartheta_{\text{air aspiré}} - b \vartheta_{\text{réactif}} = a \int Q_{\text{air aspiré}} dt - b \int Q_{\text{réactif}} dt$$

d'où
$$\Delta\text{pH} = -\frac{A}{B} \left(b \int Q_{\text{réactif}} dt - \frac{a}{b} \int Q_{\text{air aspiré}} dt \right)$$

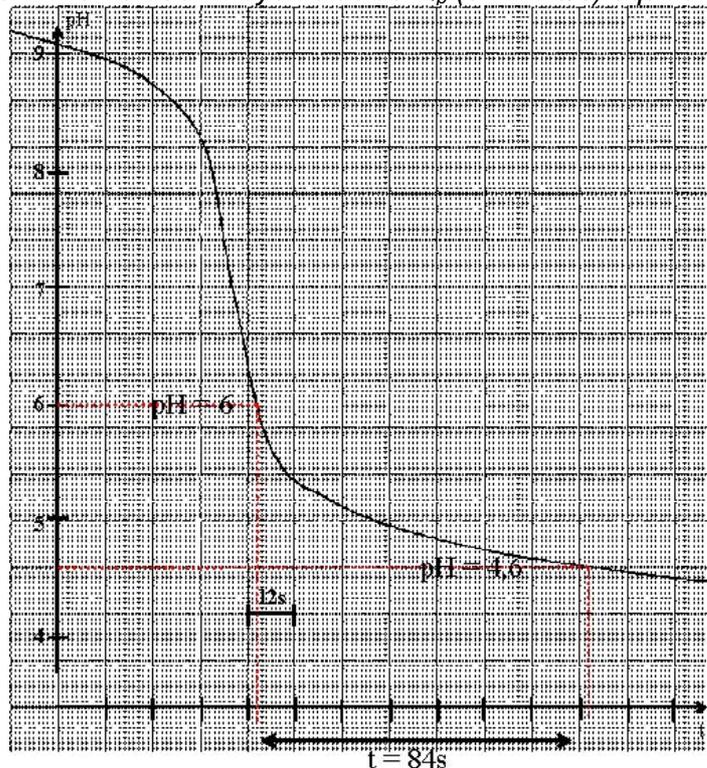
soit en posant $Q_p = \frac{a}{b} Q_{\text{air aspiré}}$, $Q_e = Q_{\text{réactif}}$ et $K = -\frac{A}{B} b$ avec $K > 0$
on obtient pour les variations
$$\text{pH} = K \int (Q_e - Q_p) dt$$

- A.3.1.3 **Donner** l'expression de $T(p)$.

$T(p) = k / p$

A.3.2 Etude d'un modèle plus précis du laveur

A.3.2.1 **Déterminer** le débit moyen d'acide Q_p (en mole/s) équivalent aux vapeurs d'acide.



$\text{pH} = 6 \rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-6}$
 soit $\text{H}_3\text{O}^+ = 3 \times 10^{-3}$ pour 3 000 l
 $\text{pH} = 4,6 \rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 2,51 \times 10^{-5}$
 soit $\text{H}_3\text{O}^+ = 75,35 \times 10^{-3}$ pour 3 000 l

L'écart est de $72,35 \times 10^{-3}$ moles d'où un débit d'acide équivalent Q_p de :
 $Q_p = 0,9 \times 10^{-3}$ moles/s

A.3.2.2 Sachant qu'un litre de réactif contient 10,14 moles de NaOH , **donner** la référence de la pompe doseuse, à mettre en place, permettant de neutraliser le débit d'acide précédemment évalué pour un fonctionnement à 40% de celle-ci.

$40\% \times Q(\text{l/s}) \times 10,14 \geq 0,9 \times 10^{-3}$
 d'où $Q(\text{l/s}) \geq 0,222 \times 10^{-3} \text{ l/s}$ soit **0,8 l/h**
 on prendra une pompe **GA2** dont le débit sera réglé à 32%.

A.3.2.3 **Rechercher** l'expression du gain statique $Q_e(\text{mole/s}) / Y(\%)$ de l'ensemble « variateur/pompe doseuse » où Q_e représente le débit en mole/s et Y la consigne de débit en %.

Pour $Y(\%) = 100$ on a $Q = 2,5 \text{ l/h}$ soit $0,694 \text{ ml/s}$
 soit **$Q_e = 7,04 \times 10^{-3}$ moles/s**

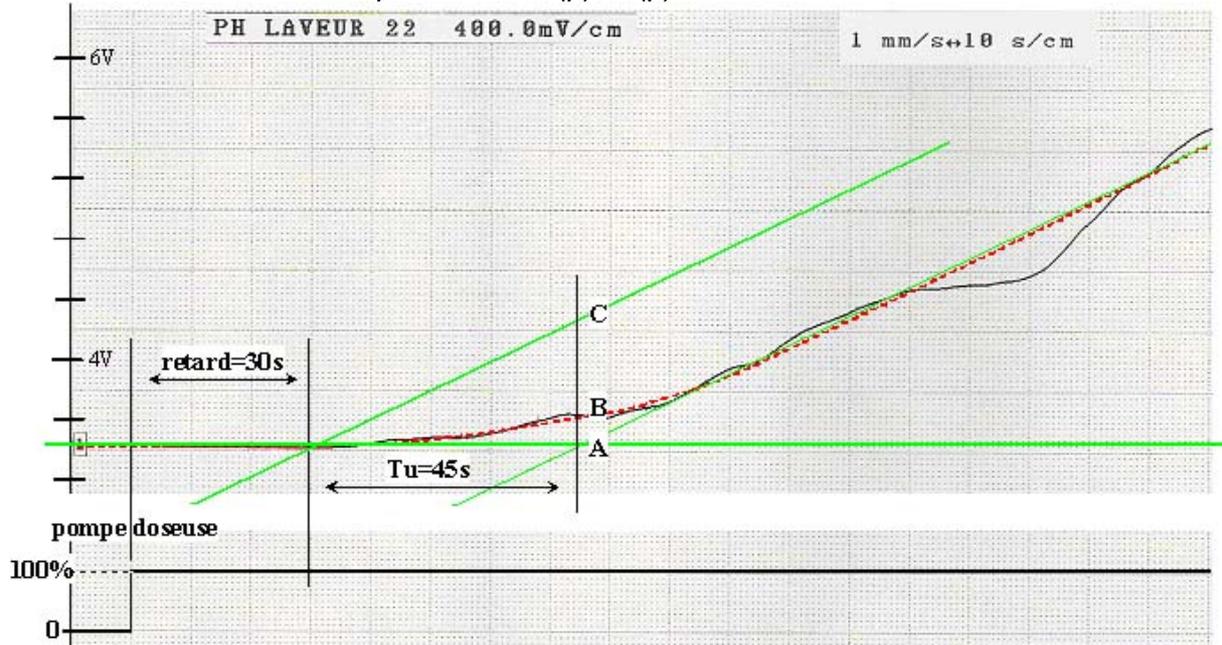
Pour un réglage du débit au niveau de la pompe de 32% cela donne $Q_e = 2,11 \times 10^{-3}$ mole/s d'où **$Q_e/Y = 2,11 \times 10^{-5}$**

A.3.3 Modélisation de l'injection de réactif

A.3.3.1 **Justifier**, de façon qualitative, la présence d'un retard pur dans le modèle du laveur sachant que la prise de mesure se fait sur le circuit de la pompe de lavage selon le schéma ci-dessous :

La prise d'information du pH se fait par l'intermédiaire d'une chambre de passage le long du circuit de lavage et non dans le laveur même.

A.3.3.2 **Rechercher l'expression de $S(p) / Y(p)$. Donner les conditions de validité du modèle.**



$$AB / AC = 0,25 \rightarrow n = 2 \quad \alpha = 1,8 \times 1,4 / 100 = 0,025$$

$$\frac{S(p)}{Y(p)} = 25,2 * 10^{-5} \frac{e^{-30p}}{p(1+22p)}$$

A.4 Transposition didactique du laveur de gaz

A.4.1 Préparation des solutions

A.4.1.1 Déterminer le pH respectif de la solution d'acide et de soude.

Lessive de soude : 10,14 moles/litre de NaOH
d'où $\text{pH} = 14 + \log[\text{OH}^-] = 15$

Acide chlorhydrique : densité : 1,16, poids moléculaire : 36,46 g, titrage : 32%
→ Nombre de mole de HCl = $1\,160 \times 0,32 / 36,46 = 10,18$
d'où $\text{pH} = -\log [\text{H}_3\text{O}^+] = -1$

A.4.1.2 Pour des raisons de sécurité, on décide de travailler avec des solutions diluées d'acide et de base. Déterminer le mode opératoire pour obtenir une solution d'acide titrée à 0,1 mole par litre.

Il faut diluer l'acide. Dans 99 cl d'eau on verse 1 cl d'acide. ON NE VERSE JAMAIS D'EAU SUR DE L'ACIDE OU DE LA BASE.

A.4.2 Dimensionnement de la pompe doseuse

A.4.2.1 L'eau étant initialement à un pH de 7, calculer le volume d'acide (0,1 mole/litre) à introduire dans la cuve pour obtenir un pH de 5.

$\text{pH} = 7 \rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-7}$ donc pour 4 l $\rightarrow \text{H}_3\text{O}^+ = 4 \times 10^{-7}$
 $\text{pH} = 5 \rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-5}$ donc pour 4 l $\rightarrow \text{H}_3\text{O}^+ = 4 \times 10^{-5}$
Il faut apporter $3,96 \times 10^{-5}$ moles de HCl soit 0,396 ml.

A.4.2.2 Les pompes doseuses utilisées dans le TP sont du type péristaltique. Pour des raisons pédagogiques (constante de temps du système compatible avec les horaires de TP), on désire que le passage d'un pH de 5 à 4 se fasse en 1 mn (en considérant que la pompe soit alimentée en permanence). Déterminer la référence complète de la pompe permettant de remplir au mieux les exigences ci-dessus.

pH = 5 → [H₃O⁺] = 10⁻⁵ donc pour 4 l → H₃O⁺ = 4 × 10⁻⁵
 pH = 4 → [H₃O⁺] = 10⁻⁴ donc pour 4 l → H₃O⁺ = 4 × 10⁻⁴

Il faut apporter 3,6 × 10⁻⁴ moles de HCl soit 3,6 ml d'acide dosé à 0,1 mole/l en 60 s soit un débit de pompe de 0,216 l/h.

La plus petite des pompes fait 0,8 l/h avec un tuyau de diamètre 4,8 mm.
 Pour obtenir un débit de 0,216 l/h, il faut prendre un tuyau de diamètre interne D_{1int} = D_{2int} (Q₁ / Q₂)^{1/2} = 2,5 mm.

Tuyau à 3,2 mm : Q = 0,35 l/h Tuyau à 1,6 mm : Q = 0,09 l/h
 Solution : pompe à débit égal à 2 l/h avec un tuyau de 1,6 mm → Q = 0,22 l/h

PARTIE B

B ÉTUDE DE LA RÉGULATION DE PH

B.1 Étude de la régulation d'un modèle simplifié

B.1.1 Etude de la régulation proportionnelle

B.1.1.1 **Donner** l'expression littérale de la sortie S(p) en fonction de C(p), Q_p(p), K, A et B.

$$S(p) = \frac{KAB}{p + KAB} C(p) - \frac{B}{p + KAB} Q_p(p)$$

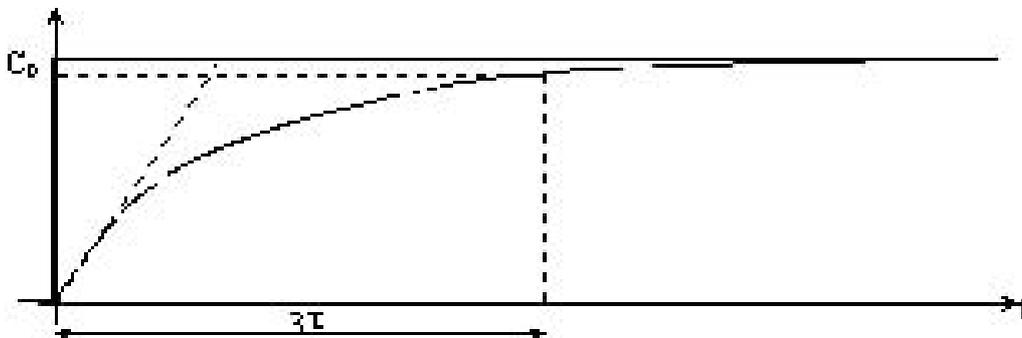
B.1.1.2 **Donner** l'expression de l'erreur E(p) en fonction de C(p), Q_p(p), K, A et B.

$$E(p) = \frac{p}{p + K.A.B} . C(p) + \frac{B}{p + KAB} Q_p(p)$$

B.1.1.3 **Tracer** l'allure de la réponse indicielle de la sortie S(t).

$$\frac{S}{C} = \frac{KAB}{p + KAB} \text{ soit en posant } \tau = 1 / KAB : \frac{S}{C} = \frac{1}{1 + \tau p}$$

d'où pour C = C₀ / p on obtient $S = \frac{C_0}{p} \frac{1}{1 + \tau p}$ soit **s(t) = C₀ (1 - e^{-t/τ})**.



B.1.1.4 **Définir** le temps de réponse à 5% en fonction de K, A et B.

$$t_{5\%} = 3 / KAB$$

B.1.1.5 **Calculer l'erreur E, en régime permanent**

$$E(p) = \frac{p}{p + K.A.B} \cdot \frac{C_o}{p}$$

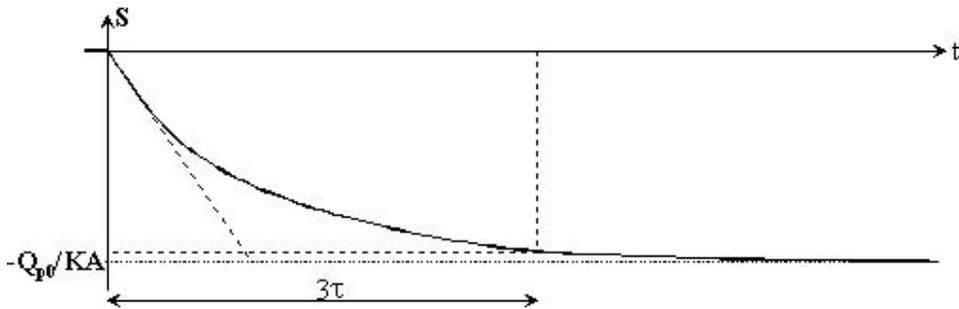
$$E(\infty) = pE(p)|_{p=0} = 0$$

B.1.1.6 **Tracer l'allure de la réponse indicielle de la sortie S(t).**

$$\frac{S}{Q_p} = -\frac{B}{p + KAB} \text{ soit en posant } \tau = 1 / KAB : \frac{S}{Q_p} = -\frac{1}{KA} \frac{1}{(1 + \tau p)}$$

d'où pour $Q_p = Q_{p0} / p$ on obtient :

$$S = -\frac{Q_{p0}}{p} \frac{1}{KA} \frac{1}{(1 + \tau p)} \text{ soit } s(t) = -\frac{Q_{p0}}{KA} \frac{1}{(1 + \tau p)}$$



$$t_{5\%} = 3/KAB$$

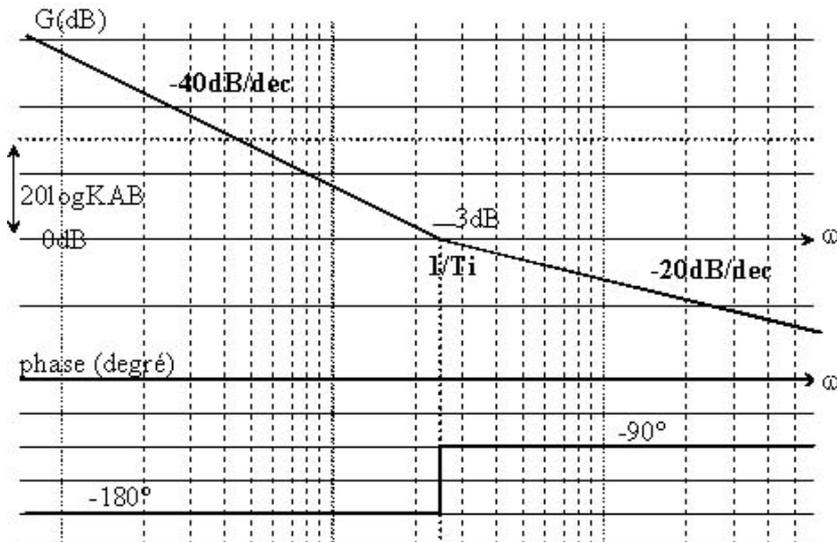
B.1.1.7 **Déduire du tracé précédent, l'erreur de pH en régime permanent.**

$$E = -\frac{Q_{p0}}{KA}$$

B.1.2 **Étude d'une régulation proportionnelle et intégrale**

B.1.2.1 **Donner l'allure du diagramme asymptotique de Bode du système en boucle ouverte de fonction de transfert S(jω) / E(jω) .**

En boucle ouverte $\frac{S}{C} = \frac{K.A.B.(1 + T_i p)}{T_i p^2}$



B.1.2.2 On désire une marge de phase de 45° , **calculer** K en fonction de T_i , A et B .

pour $\omega = 1 / T_i$ on a $\varphi = -135^\circ$ et $G_{\omega=1/T_i} = 0$ dB
 soit $20 \cdot \log \left(\frac{K \cdot A \cdot B \cdot \sqrt{1 + (T_i \omega)^2}}{T_i \cdot \omega^2} \right) = 0$ pour $\omega = 1 / T_i$
 soit $K \cdot A \cdot B \cdot \sqrt{2} \cdot T_i = 1$ d'où $K = \frac{1}{A \cdot B \cdot T_i \sqrt{2}}$

B.1.2.3 **Calculer**, pour le gain précédent, la fonction de transfert en boucle fermée du système d'entrée C et de sortie S .

$$\frac{S}{C} = \frac{1 + T_i p}{1 + T_i p + \frac{T_i}{K \cdot A \cdot B} p^2}$$

soit avec $K = \frac{1}{A \cdot B \cdot T_i \sqrt{2}}$ on obtient $\frac{S}{C} = \frac{1 + T_i p}{1 + T_i p + \sqrt{2} T_i^2 p^2}$

B.1.2.4 **Calculer** l'erreur E de pH en régime permanent pour une consigne en échelon.

$$E(p) = \frac{p^2}{p^2 + \frac{K \cdot A \cdot B}{T_i} (1 + T_i p)} \cdot \frac{C_o}{p}$$

$$E = pE(p)|_{p=0} = 0$$

B.1.2.5 **Déterminer** la fonction de transfert du système d'entrée Q_p et de sortie S .

$$\frac{S}{Q_p} = - \frac{B \cdot p}{p^2 + K \cdot A \cdot B \cdot p + \frac{K \cdot A \cdot B}{T_i}}$$

B.1.2.6 En vous aidant de l'annexe mathématique (annexe 10), **déterminer**, pour la valeur du gain déterminé à la question B.1.2.2, la réponse indicielle $S(t)$ à un échelon de perturbation $Q_p(p)$ en fonction de T_i .

Pour $K = \frac{1}{A \cdot B \cdot T_i \sqrt{2}}$ on obtient $\frac{S}{Q_p} = - T_i^2 \sqrt{2} \frac{B \cdot p}{1 + T_i \cdot p + \sqrt{2} T_i^2 \cdot p^2}$
 soit $s(t) = - \frac{0,927}{T_i} \cdot Q_{p0} \cdot B \cdot e^{-\frac{0,35}{T_i} t} \sin \left(\frac{0,76}{T_i} t \right)$

B.1.2.7 **Déduire** de la réponse indicielle précédente, l'erreur de pH en régime permanent pour un échelon de perturbation $Q_p(p) = Q_{p0} / p$.

Quand $t \rightarrow \infty$ on a E qui tend vers 0.

B.2 Étude de la régulation d'un modèle approché

B.2.1 Étude de la régulation proportionnelle

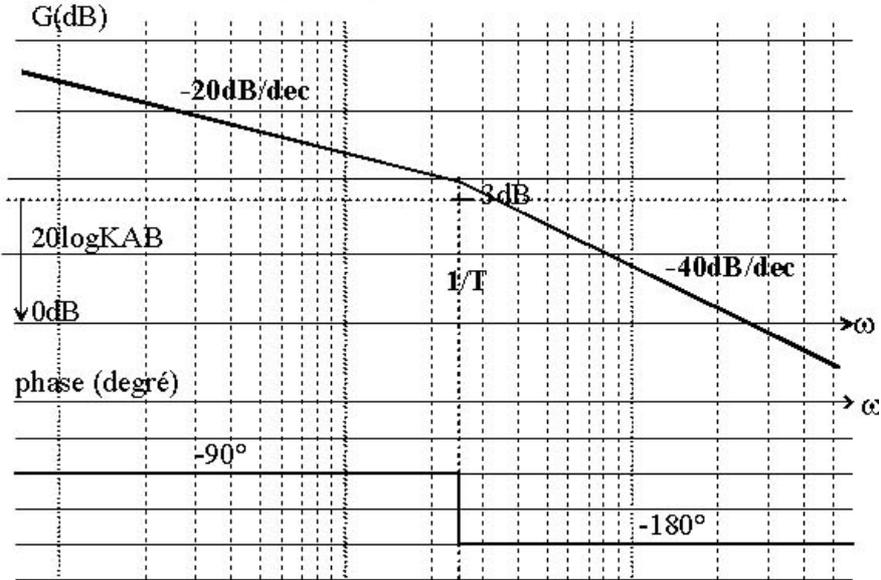
B.2.1.1 **Donner** l'expression littérale de la sortie $S(p)$ en fonction de $C(p)$, $Q_p(p)$, K , A , B et T .

$$S(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K \cdot A \cdot B} p + \frac{T}{K \cdot A \cdot B} p^2} \cdot C(p) - \frac{1}{1 + \frac{1}{K \cdot A \cdot B} p + \frac{T}{K \cdot A \cdot B} p^2} \cdot \frac{Q_p(p)}{K \cdot A}$$

B.2.1.2 **Donner** l'expression de l'erreur $E(p)$ en fonction de $C(p)$, $Q_p(p)$, K , A , B et T .

$$E(p) = \frac{p(1+Tp)}{1 + \frac{1}{KAB}p + \frac{T}{KAB}p^2} \cdot \frac{C(p)}{KAB} + \frac{1}{1 + \frac{1}{KAB}p + \frac{T}{KAB}p^2} \cdot \frac{Q_p(p)}{AK}$$

B.2.1.3 **Donner** l'allure du diagramme asymptotique de Bode du système en boucle ouverte de fonction de transfert $S(j\omega) / E(j\omega)$ (on considère Q_p constant : $Q_p(p) = 0$).



B.2.1.4 On désire une marge de phase de 45° , **calculer** K en fonction de A , B et T .

Pour $\omega = 1/T$, il faut $G(\text{dB}) = 0$ d'où $20\log KAB - 20\log \omega - 20\log \sqrt{1 + (T\omega)^2} = 0$
 soit $KAB = \omega \sqrt{1 + (T\omega)^2}$ pour $\omega = 1/T$ on trouve $K = \frac{\sqrt{2}}{ABT}$

B.2.1.5 Pour la valeur du gain déterminé à la question précédente, **donner** l'expression de l'erreur en régime permanent, pour un échelon de perturbation $Q_p(p) = Q_{p0}/p$.

Pour $K = \frac{\sqrt{2}}{ABT}$ on obtient $E(p) = \frac{\sqrt{2}}{KAT} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{KAB}p + \frac{T}{KAB}p^2} \cdot \frac{Q_{p0}}{p}$
 $E(\infty) = p \cdot E(p)|_{p=0} = \frac{Q_{p0}}{KA} = \frac{Q_{p0} \cdot B \cdot T}{\sqrt{2}}$

B.2.1.6 L'air, aspiré par le ventilateur au travers du laveur, passe dans des conduits qui se chargent, avec le temps, de dépôt d'acide. **Conclure** quant à l'efficacité de la régulation.

Avec le temps le débit d'acide équivalent Q_p va croître de plus en plus, il en sera de même pour l'erreur de pH. Il faut placer une correction intégrale.

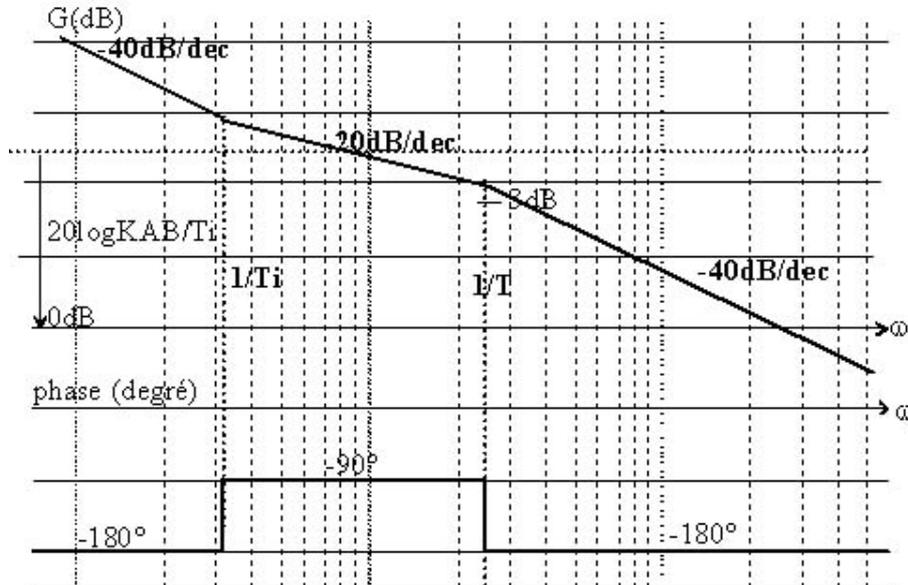
B.2.1.7 **Déterminer** l'expression de la réponse $s(t)$ à un échelon de consigne C_0/p .

$\frac{S(p)}{C(p)} = \frac{1}{1 + 100p + 7000p^2}$ soit $S(p) = \frac{C_0}{p} \frac{1}{1 + 100p + 7000p^2}$
 $\omega_n = 0,012 \text{ rad/s}$ $z = 0,59$
 $s(t) = C_0 (1 + 1,238e^{-0,007t} \sin(0,0097t + 0,94))$

B.2.2 Étude de la régulation proportionnelle et intégrale

B.2.2.1 **Tracer** l'allure du diagramme asymptotique de Bode du système, en boucle ouverte, de fonction de transfert $S(j\omega) / E(j\omega)$ (on considère Q_p constant : $Q_p(p) = 0$).

$$\text{Boucle ouverte : } \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K_{AB}}{T_i} \cdot \frac{1 + T_i p}{p^2(1 + T p)}$$



B.2.2.2 On désire une marge de phase de 45° , en vous aidant du rappel trigonométrique de l'annexe mathématique (annexe 10), **déterminer** la valeur de T_i min ainsi que la valeur du gain correspondant.

Le minimum de déphasage à lieu pour $\omega = \frac{1}{\sqrt{T_i \cdot T}}$.

Pour cette valeur de ω , on veut $\varphi \leq -135^\circ$ et $G = 0 \text{ dB}$.

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K_{AB}}{T_i} \cdot \frac{1 + T_i p}{p^2(1 + T p)}$$

$$\varphi = \text{arctg}(T_i \omega) - \text{arctg}(T \omega) - 180^\circ$$

ce qui donne $\text{arctg}(T_i \omega) - \text{arctg}(T \omega) \geq 45^\circ$

$$\text{tg}(\text{arctg}(T_i \omega) - \text{arctg}(T \omega)) \geq 1 \text{ soit } \frac{T_i \omega - T \omega}{1 + T_i \omega \cdot T \omega} = 1$$

$$\text{d'où } \sqrt{\frac{T_i}{T}} - \sqrt{\frac{T}{T_i}} = 2 \text{ soit en posant } X = \sqrt{\frac{T_i}{T}}, \text{ il vient } X^2 - 2X - 1 = 0$$

$$\text{d'où } X = \sqrt{\frac{T_i}{T}} = 1 + \sqrt{2} \text{ soit } T_i \geq 5,8 T = 408 \text{ s}$$

$$G(\text{dB}) = 20 \log\left(\frac{K_{AB}}{T_i}\right) + 20 \log \sqrt{1 + (T_i \omega)^2} - 20 \log(\omega^2) - 20 \log \sqrt{1 + (T \omega)^2}$$

pour $\omega = \frac{1}{\sqrt{T_i \cdot T}}$ on veut $G(\text{dB}) = 0 \text{ dB}$

$$\text{d'où } \left(\frac{K_{AB}}{T_i}\right) \sqrt{1 + (T_i \omega)^2} = (\omega^2) \sqrt{1 + (T \omega)^2} \text{ soit } K = \frac{1}{AB \sqrt{T_i T}} = 0,59$$

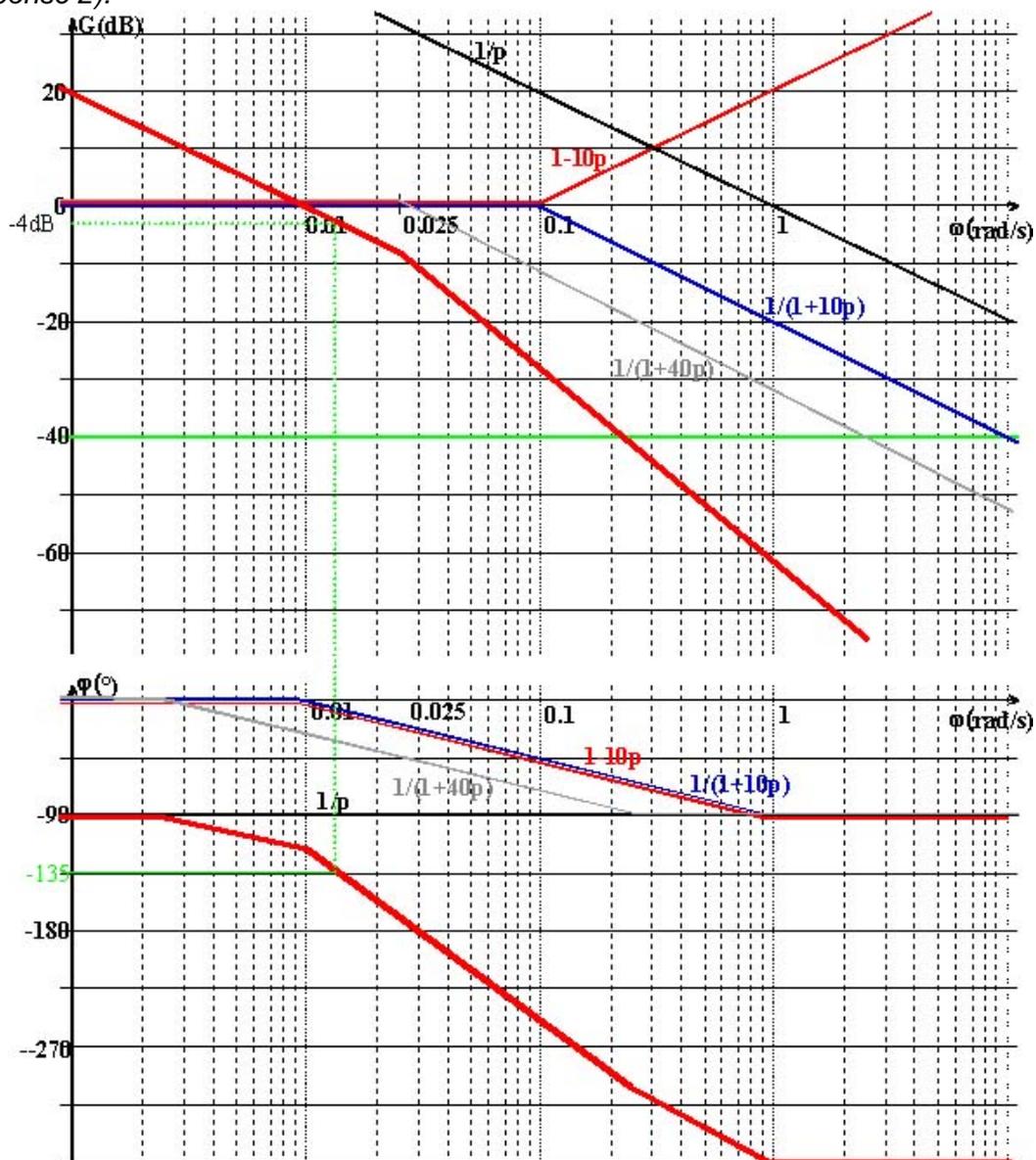
B.3 Étude de la régulation du modèle réel

B.3.1 Étude de la régulation proportionnelle

B.3.1.1 En utilisant l'approximation de Padé ($e^{-\tau p} \cong \frac{1-\tau p/2}{1+\tau p/2}$), **exprimer** la fonction de transfert $S(p)/Y(p)$.

$$\frac{S(p)}{Y(p)} = 0.01 \times \frac{1-10p}{p(1+40p)(1+10p)}$$

B.3.1.2 **Tracer** l'allure asymptotique du diagramme de Bode correspondant (document réponse 2).



B.3.1.3 On désire obtenir une marge de phase de 45° , **déterminer** la valeur du gain K .

Sur le diagramme de Bode on trouve un gain de 4 dB soit $K_c = 1,58$

B.3.1.4 Le régulateur de pH utilisé est un dTRANS pH 01 de chez JUMO, sur ce régulateur le gain se définit sous forme de bande proportionnelle, **déduire** du calcul précédant la valeur de réglage de la bande proportionnelle.

$$BP = 100 / K \text{ soit } BP = 63 \text{ pH}$$

PARTIE C

C ÉTUDE DE LA RÉGULATION PAR AUTOMATE

C.1 Récupération de la valeur du pH

C.1.1 Rapatriement des informations par voie analogique

C.1.1.1 **Définir** la configuration optimale de la sortie 4 en tenant compte de l'installation et de ses caractéristiques.

La sortie 4 peut, d'après la documentation, être configurée :
 en tension 0 – 10 V ou 2 – 10 V
 en courant 0 – 20 mA ou 4 - 20 mA

Les distances importantes conduisent à éliminer les sorties en tension.
 Les sorties en courant sont utilisables directement, on préférera la sortie 4 – 20 mA qui permet de détecter un défaut continuité électrique.

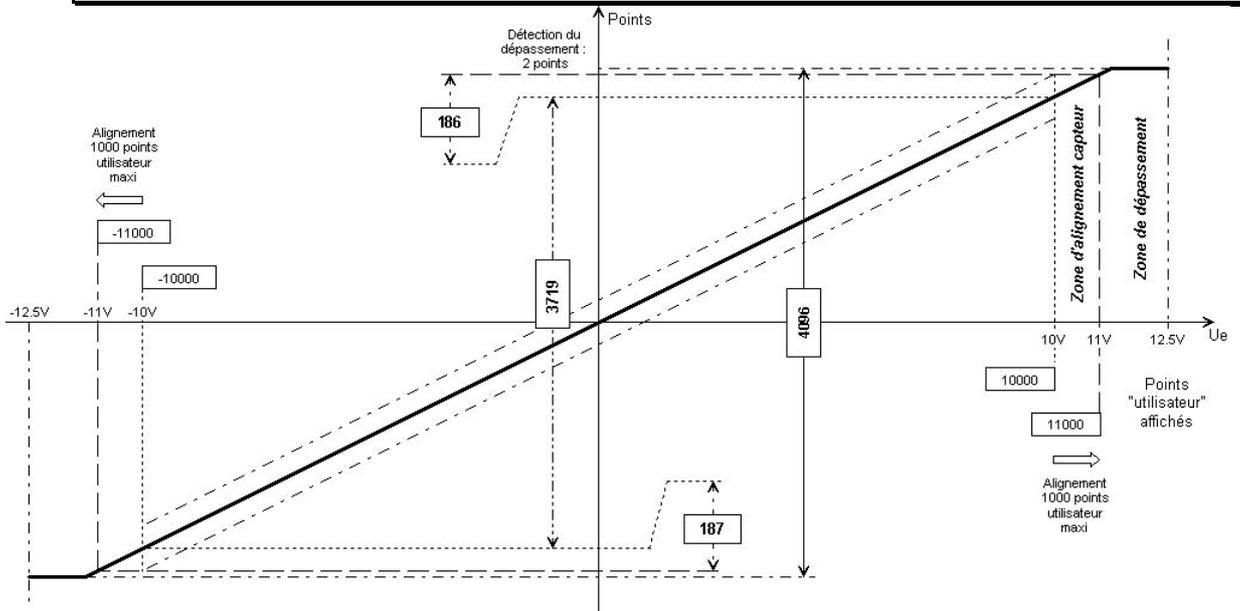
C.1.1.2 On souhaite obtenir une précision de 0,1 pH sur l'image de la valeur affichée dans l'automate. **Déterminer** la résolution minimale du convertisseur analogique numérique.

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 \leq pH < 9) \Rightarrow (\Delta pH = 8) \\ \text{précision} = 0.1 pH \end{array} \right. \Rightarrow NbPts = \frac{8}{0.1} = 80 pts \Rightarrow \text{Résolution} = 7bits$$

Ce qui correspond à un quantum de $\frac{20 - 4}{128} = 125 \mu A$

C.1.1.3 **Proposer** des éléments permettant de justifier cette différence.

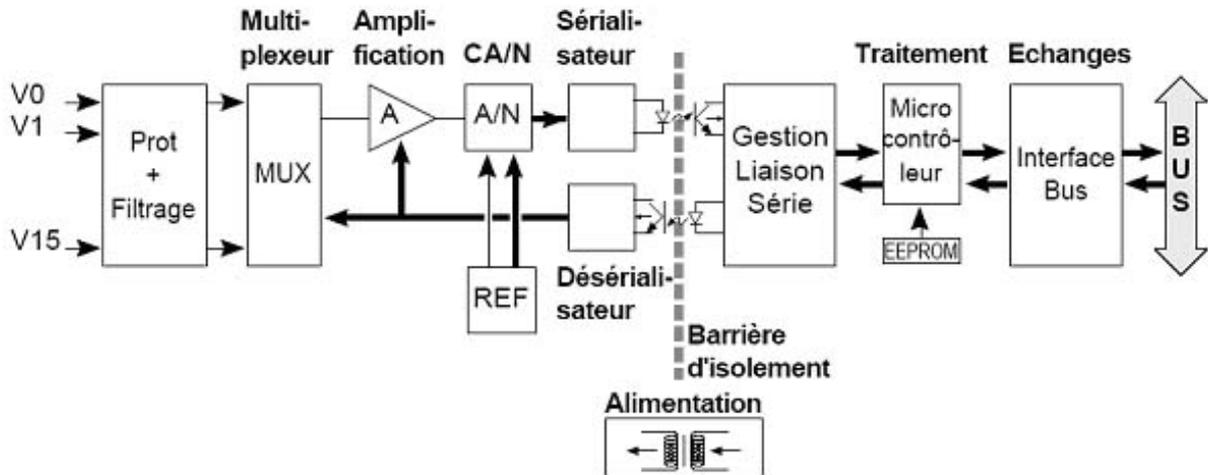
La résolution 12 bits devrait correspondre à 4 096 points. L'objectif du constructeur est d'utiliser le convertisseur analogique numérique dans une plage indépendante de la configuration de l'entrée scrutée tout en permettant, une détection de rupture de la liaison capteur, une détection de dépassement de la valeur d'entrée en deçà et au delà de la gamme prévue et un décalage numérique éventuel propre au procédé (alignement capteur). Exemple pour la gamme $\pm 10 V$:



C.1.1.4 **Exprimer** la précision obtenue sur le pH.

D'après la documentation de la carte TSX AEY 1600 :
 On note 3 836 points en 0 - 20 mA ; la résolution (5,21 μA /point) est indépendante du mode 0 - 20 mA ou 4 - 20 mA.
 donc en 4 - 20 mA : $0,8 \times 3\ 836 = 3\ 069$ points correspondant à 8 pH
 précision de $8 / 3\ 069 = 2,61 \times 10^{-3}$ pH.

C.1.1.5 La carte est équipée d'un seul convertisseur analogique numérique. **Proposer un schéma fonctionnel de celle-ci**



C.1.2 Rapatriement des informations par voie numérique

C.1.2.1 **Proposer quatre critères cohérents permettant de comparer les liaisons RS232, RS422, RS485. Définir et repérer les caractéristiques les plus intéressantes pour l'application.**

Critère	RS232	RS422	RS485
Distance maxima	15 m	1220 m	1220 m
Vitesse de transmission min..max	110..19 200	4 800..115,2 K..10 M	4 800..115,2 K..10 M
Connexion	Point à point	Point à point	Multipoint
Communication	Full duplex	Full duplex	Half duplex
Nombre de fils	3 fils	5 fils	3 fils
Nombre de points de connexions	1	1 vers 10	< 126 avec répéteurs < 32 sans

Important pour l'application : distance > 250 m, connexion multipoints, au moins 10 points de connexion émetteur/récepteur en plus de l'interrogateur, éventuellement vitesse,...

C.1.2.2 **Définir le rôle du CRC16 situé en fin de trame.**

CRC16 : Somme de contrôle par redondance cyclique. Permet de détecter certaines erreurs de transmissions.

C.1.2.3 **Déterminer la trame émise par le maître lors de la demande de la valeur du pH (valeur réelle n°1) du convertisseur de mesure du laveur numéro 7.**

Ad.	Fct	1 ^{er} mot		Nb mots		CRC16	
07	03	00	00	00	02	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

C.1.2.4 **Déterminer la trame de réponse du convertisseur si pH = 4,75 en l'absence de défaut.**

$$4.75 \geq 0 \Rightarrow S = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{4.75}{2} = 2.375 \\ \frac{2.375}{2} = 1.1875 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} E = 2 \Rightarrow E - 129 = -127 \\ M = 1.1875 \end{array} \right.$$

$$F = (M - 1) \times 2^{23} = 1572864 = 0x180000$$

4,75	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	4								9				8																					0

D'où la trame réponse du convertisseur d'adresse 7 :

Ad.	Fct	Nb	Valeur pH : 4.75				CRC16	
07	03	00	00	00	40	98	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

C.1.2.5 **Donner** la trame de réponse du convertisseur si ce dernier n'est pas prêt.

Ad.	Fct	cod	CRC16	
07	83	04	⊗	⊗

C.1.2.6 **Donner** la trame de réponse du convertisseur si le CRC16 à l'émission est incorrect.

Pas de réponse

C.1.2.7 **Elaborer** l'algorithme de codage d'un réel en sa représentation « flottant simple » IEEE 754.

```

Var
  M, X : Double ;
  F : DWORD ;
  E : BYTE ;
IF X>=0
  THEN
    S := 0
    M := X
  ELSE
    S := 1
    M := -X
END_IF ;
E := 0 ;
WHILE M>1.5 DO
  M := M / 2 ;
  E := E + 1 ;
END_WHILE
WHILE M<1 DO
  M := M * 2 ;
  E := E - 1 ;
END_WHILE ;
F := Arrondi((M-1) * 223) ;

```

C.1.2.8 *En l'absence d'erreur de transmission, **déterminer** la période minimale de scrutation d'un convertisseur garantissant une réponse.*

Nombre de bits minima (pas de parité donc 9 bits)
 Vitesse de transmission maximale (9 600 bauds)
 Rapatriement de la valeur réelle du pH
 Trame de demande : 8 octets données + 3 octets silences
 Attente de la réponse : 250 ms
 Trame de réponse : 9 octets données + 3 silences
 Délai de commutation du convertisseur : 20 ms
 Total : 23 octets soit $23 \times 9 / 9,6 + 270 = 292$ ms
 En tenant compte des 10 laveurs, la période minimale de scrutation imposée par l'automate devra être de 3 secondes.

C.1.2.9 **Déterminer** la nouvelle période minimale de scrutation.

La valeur réelle du pH et la température du bain sont mémorisées aux adresses consécutives 0x0000 et 0x0002 ;
 Elles peuvent être rapatriées lors de la même demande soit :

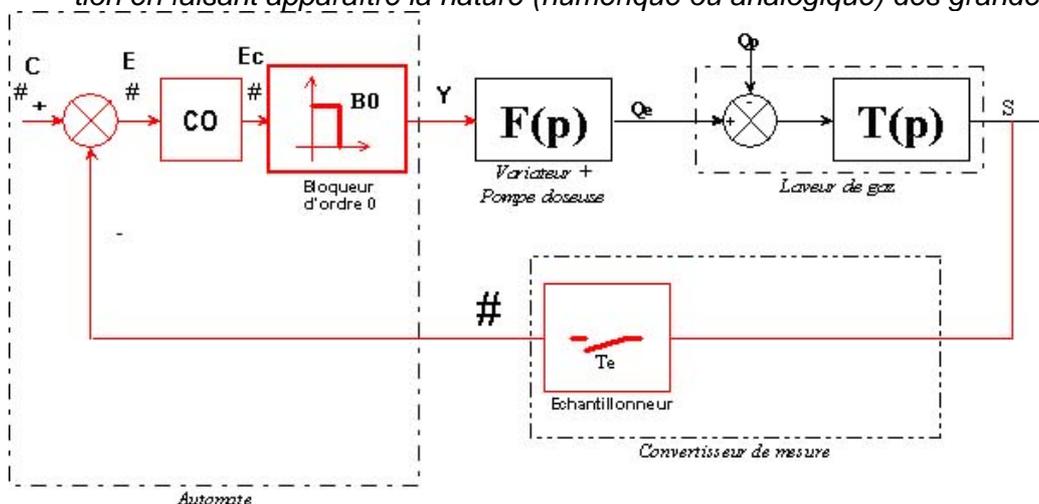
$$\text{durée maxi de rapatriement } 1 = \frac{8+3+11+3}{9.6} \times 9 + 270 = 293.5\text{ms}$$

Le code erreur est un mot long (4 octets) et la durée de son rapatriement est de 292 ms ; identique à celle de la valeur réelle du pH seule (question précédente).
 En tenant compte des 10 laveurs, la période minimale de scrutation imposée par l'automate devra être de 6 secondes.

C.2 Échantillonnage

C.2.1 Correction PID :

C.2.1.1 **Compléter**, sur le document réponse 3, le schéma fonctionnel de la boucle de régulation en faisant apparaître la nature (numérique ou analogique) des grandeurs.



C.2.1.2 En vous aidant de l'annexe mathématique, **établir** la fonction de transfert en z de ce correcteur $CO(z) = \frac{Ec(z)}{E(z)}$

$$CO(p) = \frac{Ec(p)}{E(p)} = K_p \times \left(1 + T_d \times p + \frac{1}{T_i \times p} \right)$$

$$CO(z) = \frac{Ec(z)}{E(z)} = K_p \times \left(1 + T_d \times \frac{1 - z^{-1}}{T_e} + \frac{1}{T_i} \times \frac{T_e}{1 - z^{-1}} \right)$$

$$CO(z) = K_p \times \frac{\left(1 + \frac{T_d}{T_e} + \frac{T_e}{T_i} \right) - \left(1 + 2 \times \frac{T_d}{T_e} \right) \times z^{-1} + \frac{T_d}{T_e} \times z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

C.2.1.3 **Donner** son équation de récurrence sous la forme :

$$Ec_k - Ec_{k-1} = Ka \times E_k - Kb \times E_{k-1} + Kc \times E_{k-2}$$

$$Ec_k - Ec_{k-1} = K_p \times \left[\left(1 + \frac{T_d}{T_e} + \frac{T_e}{T_i} \right) \times E_k - \left(1 + 2 \times \frac{T_d}{T_e} \right) \times E_{k-1} + \frac{T_d}{T_e} \times E_{k-2} \right]$$

C.2.1.4 **Écrire** le programme relatif au bloc fonctionnel Régulateur ci-dessous suivant la norme CEI 1131-3. On utilisera le langage texte structuré en prenant soin d'apporter tous les commentaires utiles.

Hypothèses

Pas de gestion d'erreur de paramètres.

Le programme principal gère l'appel du bloc fonctionnel une seule fois par période d'échantillonnage.

FUNCTION_BLOCK Régulateur

VAR_INPUT

Consigne_pH, Mesure_pH : REAL;
Kp, Ti, Td, Te : REAL;

END_VAR ;

VAR_OUTPUT

Consigne_Pompe : INTEGER;
END_VAR ;

VAR

KA, KB, KC : REAL;
EC : REAL = 0.0;
EK : REAL = 0.0;
EK1 : REAL = 0.0;
EK2 : REAL = 0.0;

END_VAR ;

KC := Td / Te;
KB := 1 + 2 * KC;
KA := 1 + KC + Te / Ti;

EK2 := EK1 ;
EK1 := EK ;
EK := Consigne_pH – Mesure_pH ;

EC := EC + Kp * (KA * EK – KB * EK1 + KC * EK2);

IF EC >= 10000.0 THEN
Consigne_Pompe := 10000 ;
ELSE
IF EC <= 0.0 THEN
Consigne_Pompe := 0 ;
ELSE
Consigne_Pompe := REAL_TO_INT(EC) ;
END_IF ;
END_IF

END_FUNCTION_BLOCK;

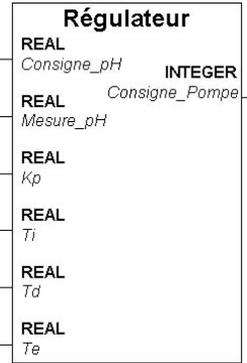
C.2.2 Réponse PILE :

C.2.2.1 En vous aidant de l'annexe mathématique et en prenant comme modèle en temps

continu $G(p) = \frac{S(p)}{Y(p)} = \frac{A \times B}{p \times (1 + Tp)}$, **exprimer** $G(z)$.

$$G(z) = (1 - z^{-1}) \times Z \left[\frac{A \times B}{p^2 \times (1 + Tp)} \right] = (1 - z^{-1}) \times Z \left[A \times B \times T \times \frac{\frac{1}{T^2}}{p^2 \times \left(p + \frac{1}{T} \right)} \right]$$

soit par lecture dans les tables



Commentaires

(* déclaration des variables d'entrée *)

(* déclaration des variables de sortie*)

(* déclaration des variables locales *)

(* Erreur corrigée valeur réelle *)

(* Erreur à l'instant k *)

(* Erreur à l'instant k-1 *)

(* Erreur à l'instant k-2 *)

(ces valeurs sont initialisées à 0)

Calcul des paramètres du correcteur

Mise à jour du vecteur d'erreur

Calcul de la nouvelle erreur corrigée par application de l'équation de récurrence

Limitation de la grandeur de sortie.

$$\frac{G(z)}{A \times B \times T} = (1 - z^{-1}) \times z^{-1} \times \left(\frac{\frac{T_e}{T}}{(1 - z^{-1})^2} - \frac{1 - e^{-\frac{T_e}{T}}}{(1 - z^{-1}) \times \left(1 - e^{-\frac{T_e}{T}} \times z^{-1}\right)} \right)$$

$$\frac{G(z)}{A \times B \times T \times z^{-1}} = \frac{\frac{T_e}{T}}{(1 - z^{-1})} - \frac{1 - e^{-\frac{T_e}{T}}}{\left(1 - e^{-\frac{T_e}{T}} \times z^{-1}\right)}$$

$$\frac{G(z)}{A \times B \times T \times z^{-1}} = \frac{\frac{T_e}{T} \times \left(1 - e^{-\frac{T_e}{T}} \times z^{-1}\right) - \left(1 - e^{-\frac{T_e}{T}}\right) \times (1 - z^{-1})}{(1 - z^{-1}) \times \left(1 - e^{-\frac{T_e}{T}} \times z^{-1}\right)}$$

$$G(z) = A \times B \times T \times \frac{\left(\frac{T_e}{T} - \left(1 - e^{-\frac{T_e}{T}}\right)\right) \times z^{-1} - \left(\frac{T_e}{T} \times e^{-\frac{T_e}{T}} - \left(1 - e^{-\frac{T_e}{T}}\right)\right) \times z^{-2}}{1 - \left(1 + e^{-\frac{T_e}{T}}\right) \times z^{-1} + e^{-\frac{T_e}{T}} \times z^{-2}}$$

$$G(z) = K \times \frac{\alpha \times z^{-1} - \beta \times z^{-2}}{1 - \chi \times z^{-1} + \delta \times z^{-2}}$$

C.2.2.2 **Exprimer** $CO(z) = f(H(z), G(z))$.

$$\begin{cases} E(z) = C(z) - S(z) \\ S(z) = CO(z) \times G(z) \times E(z) \end{cases} \Rightarrow H(z) = \frac{S(z)}{C(z)} = \frac{CO(z) \times G(z)}{1 + CO(z) \times G(z)}$$

il vient, si $H(z) \neq 1$ & $G(z) \neq 0$:

$$CO(z) = \frac{H(z)}{1 - H(z)} \times \frac{1}{G(z)}$$

C.2.2.3 **Établir** la fonction de transfert $CO(z)$ permettant d'obtenir une réponse pile au bout de 3 périodes d'échantillonnage telle qu'elle est définie ci-dessous.

Obtenir une réponse pile au bout de 3 périodes d'échantillonnage revient à considérer

le système bouclé comme un retard pur $H(z) = z^{-3}$

En remplaçant dans l'équation précédente, il vient :

$$CO(z) = \frac{z^{-3}}{1 - z^{-3}} \times \frac{1}{K} \times \frac{1 - \chi \times z^{-1} + \delta \times z^{-2}}{\alpha \times z^{-1} - \beta \times z^{-2}}$$

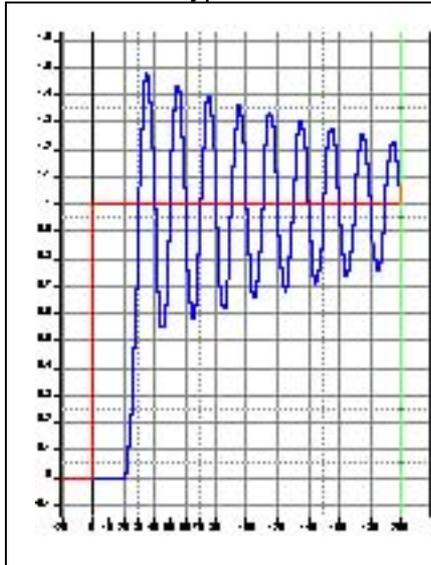
$$CO(z) = \frac{1}{K} \times \frac{z^{-2} - \chi \times z^{-3} + \delta \times z^{-4}}{(1 - z^{-3}) \times (\alpha - \beta \times z^{-1})} = \frac{1}{K} \times \frac{z^{-2} - \chi \times z^{-3} + \delta \times z^{-4}}{\alpha - \beta \times z^{-1} - \alpha \times z^{-3} + \beta \times z^{-4}}$$

$$CO(z) = \frac{1}{K} \times \frac{\delta - \chi \times z^1 + z^2}{\beta - \alpha \times z^1 - \beta \times z^3 + \alpha \times z^4}$$

avec

$$K = A \times B \times T ; \alpha = \frac{T_e}{T} - \left(1 - e^{-\frac{T_e}{T}}\right) ; \beta = \frac{T_e}{T} \times e^{-\frac{T_e}{T}} - \left(1 - e^{-\frac{T_e}{T}}\right) ; \chi = 1 + e^{-\frac{T_e}{T}} ; \delta = e^{-\frac{T_e}{T}}$$

C.2.2.4 **Qualifier ce type de correction dans un contexte industriel**



Bien qu'elle permette d'obtenir un comportement précis et prédéterminé, la correction par réponse pile n'est pas utilisable industriellement car elle présente bien des inconvénients en particulier :

- Le comportement précis n'est obtenu qu'aux instants d'échantillonnage en dehors desquels il peut être fort différent,
- Les commandes ne doivent pas être soumises à des saturations ce qui est généralement le cas,
- Elle nécessite une modélisation parfaite du système à réguler et se trouve sensible aux perturbations d'une part et aux dérives d'autre part.

C.3 Échanges des informations entre l'automate et les laveurs

C.3.1.1 *Vérifier que cette configuration est supportée par tout processeur Premium TSX P57.*

	Entrées TOR	Sorties TOR	Sortie ANA
TBX DES 1622	16	0	
TBX DMS 1625	8	8	
TBS ASS 200			2
Total disponible	24	8	2
Total nécessaire	23	6	1

La configuration convient du point de vue quantitatif.
 Nombre total de points de connexion (20) inférieur au nombre maximal (128).
 Occupation mémoire :
 1^{er} point : 1 152 octets pour la base (TSX DES 1622)
 144 octets pour l'extension (TSX DMS 1625)
 2^{ème} point : 1 332 octets pour la base (TSX ASS 200)
 Total : 2 628 octets par laveur soit 26 280 octets au total < 94 320 octets autorisés pour le TSX P57 153.

C.3.1.2 **Calculer le temps de cycle réseau correspondant à l'application.**

Nombre de modules analogiques : 10
 Nombre de modules TOR : 20
 $T_{cycle} = 1,45 + 0,5 \times 20 + 0,9 \times 10 = 20,45 \text{ ms}$

C.3.1.3 **Compléter** le synoptique de l'installation en intégrant les liaisons numériques entre les constituants principaux.

