

A ANALYSE DES CONTRAINTES

A.I Partie mécanique (option électrotechnique)

$$\text{Q.A.1. } C_1 = -\frac{Mg\lambda D}{24\eta r} \text{ et } C_2 = -\frac{kDV}{86,4\eta r}$$

Q.A.2. $C_T = -(C_1 + C_2)$ l'application numérique donne $C_T = -(15,94 + 0.0376V)$. Pour le tracé de la courbe voir le document réponse REP.A.1.

Q.A.3. En régime établi la vitesse de la rame est $V = 60 \text{ km/h}$. La vitesse de rotation du rotor d'une machine est de 641 rad/s. Cela donne, en négligeant le glissement, une fréquence des courants statoriques de $f_s = 204 \text{ Hz}$.

Q.A.4. $F_3 = -Mg \sin(\alpha)$ avec $\tan(\alpha) = \frac{8}{100}$. Cela donne $\alpha = 4,57^\circ$. L'application numérique donne $F_3 = -46897,9 \text{ N}$.

$$C_3 = \frac{F_3 D}{24\eta r} \text{ l'application numérique donne } C_3 = -127 \text{ Nm}.$$

Q.A.5. $C_T = -(142,9 + 0.0376V)$ la courbe est représentée sur le document réponse REP.A1.

Q.A.6. Le point de fonctionnement se trouve sur la partie hyperbolique de la caractéristique $C(V)$ d'un moteur. La vitesse de la rame est donnée par la relation $\frac{4250}{V} = 142,9 + 0.0376V$.

On obtient $V = 29,5 \text{ km/h}$ et $C_T = -144 \text{ Nm}$.

Q.A.7. L'énergie cinétique des masses en translation sur l'arbre d'une roue motrice s'écrit :

$$\frac{1}{2} \frac{M}{12} v^2 = \frac{1}{2} J_M \Omega_R^2 \text{ mais } v = \frac{\Omega_R D}{2} \text{ d'où l'on tire que } J_M = \frac{MD^2}{48}.$$

Le moment d'inertie des masses, en translation et en rotation, ramenées sur l'arbre d'une roue motrice s'écrit :

$$J_{RC} = J_{ROUE} + \frac{MD^2}{48}$$

Puissance instantanée pour la mise en mouvement des masses sur l'arbre d'une roue motrice :

$$J_{RC} \frac{d\Omega_R}{dt} \Omega_R$$

Puissance instantanée pour la mise en mouvement des masses sur l'arbre d'un moteur :

$$J_C \frac{d\Omega}{dt} \Omega$$

Pour le démarrage le rendement du réducteur s'écrit $\eta = \frac{J_{RC} \frac{d\Omega_R}{dt} \Omega_R}{J_C \frac{d\Omega}{dt} \Omega}$

mais $\Omega_R = \frac{\Omega}{r}$ en remplaçant on obtient la relation $\eta J_C \frac{d\Omega}{dt} \Omega = \frac{J_{RC}}{r^2} \frac{d\Omega}{dt} \Omega$ d'où on tire la

relation $J_C = \frac{J_{RC}}{\eta r^2}$ donc $J_C = \frac{MD^2}{48\eta r^2} + \frac{J_{ROUE}}{\eta r^2}$

Q.A.8. $J_T = J + \frac{MD^2}{48\eta r^2} + \frac{J_{ROUE}}{\eta r^2}$ L'application numérique donne $J_T = 4,39 \text{ kg.m}^2$

Q.A.9. $C(V) + C_1 + C_2 = J_T \frac{d\Omega}{dt}$

mais $\Omega = \frac{2}{3,6} \frac{r}{D} V$ donc $C(V) = \frac{2}{3,6} \frac{r}{D} J_T \frac{dV}{dt} + |C_1| + \frac{kD}{86,4\eta r} V$.

On pose $M_0 = \frac{2}{3,6} \frac{r}{D} J_T$ et $k_0 = \frac{kD}{86,4\eta r}$ donc $C(V) = M_0 \frac{dV}{dt} + |C_1| + k_0 V$.

L'application numérique donne $M_0 = 46,9$ et $k_0 = 0,0376$.

Q.A.10. 1^{ère} phase : Jusqu'à 25 km/h $C(V) = C_0 = 170 \text{ Nm}$.

$$\frac{C_0 + C_1}{k_0} = \frac{M_0}{k_0} \frac{dV}{dt} + V \quad \text{d'où} \quad V(t) = \frac{(C_0 + C_1)}{k_0} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{M_0}{k_0}.$$

On note t_1 le temps pour atteindre $V_0 = 25 \text{ km/h}$. A l'aide de l'expression précédente on obtient $t_1 = 7,63 \text{ s}$.

2^{ème} phase : De 25 km/h jusqu'à la vitesse $V_F = 60 \text{ km/h}$ l'expression de $C(V)$ s'écrit

$$C = \frac{K}{V} \quad \text{avec} \quad K = 4250.$$

$$\frac{K}{V} = M_0 \frac{dV}{dt} + |C_1| + k_0 V \quad \text{ce qui donne} \quad dt = \frac{-\frac{M_0}{k_0} V}{V^2 + \frac{|C_1|}{k_0} V - \frac{K}{k_0}} dV \quad \text{mais on peut écrire que}$$

$$\frac{-\frac{M_0}{k_0} V}{V^2 + \frac{|C_1|}{k} V - \frac{K}{k_0}} = \frac{A}{(V - V_1)} + \frac{B}{(V - V_2)} \quad \text{l'application numérique donne :}$$

- $V_1 = 185,49$
- $V_2 = -609,42$
- $A = -291$
- $B = -956$

$$\int_{t_1}^{t_D} dt = \int_{V_0}^{V_F} \left[\frac{A}{(V - V_1)} + \frac{B}{V - V_2} \right] dV \quad \text{ce qui donne} \quad t_D = A \ln \left| \frac{V_F - V_1}{V_0 - V_1} \right| + B \ln \left| \frac{V_F - V_2}{V_0 - V_2} \right| + t_1 \quad \text{d'où}$$

le résultat $t_D = 27,88 \text{ s}$.

Q.A.11. $\gamma = 0,597 \text{ m/s}^2$

Q.A.12. Un moteur fonctionne à puissance maximum lorsque la rame passe de 25 km/h à 60 km/h.

$\hat{P}_M = 45,37 \text{ kW}$

A.II Association convertisseur/machine asynchrone (option électronique et électrotechnique)

Q.A.13. $C_{em} \cdot \frac{\omega_s}{p} = 3 \cdot \frac{R}{g} \cdot \frac{V_{s_{eff}}^2}{(L_t \cdot \omega_s)^2 + \left(\frac{R}{g}\right)^2}$ ce qui donne $C_{em} = \frac{3 \cdot p \cdot \frac{V_{s_{eff}}^2}{L_t \cdot \omega_s^2}}{\frac{L_t \cdot \omega_s \cdot g}{R} + \frac{R}{L_t \cdot \omega_s \cdot g}}$

donc :

- $A = 3 \cdot p \cdot \frac{V_{s_{eff}}^2}{L_t \cdot \omega_s^2}$
- $g_0 = \frac{R}{L_t \cdot \omega_s}$

Q.A.14. $\underline{I_s} = \frac{\underline{V_s}}{jL_0\omega_s} + \frac{\underline{V_s}}{\frac{R}{g} + jL_t\omega_s}$ ce qui donne $\frac{\underline{V_s}}{\underline{I_s}} = \frac{jL_0\omega_s \cdot \left(\frac{R}{g} + jL_t\omega_s\right)}{\frac{R}{g} + j\omega_s(L_t + L_0)}$

donc :

- $\varphi_s = \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{L_t\omega_s}{R} \cdot g\right) - \arctan\left(\frac{(L_t + L_0)\omega_s}{R} \cdot g\right)$

Q.A.15. A partir de l'expression du couple, nous déterminons pour $C_{em} = 90\text{Nm}$, $g = 0,0101$ et pour $C_{em} = -90\text{Nm}$, $g = -0,0101$.

Ceci nous permet de calculer :

- $\varphi_s = 46^\circ = 0,803\text{rad}$ pour $C_{em} = 90\text{Nm}$
 - $\varphi_s = 134^\circ = 2,339\text{rad}$ pour $C_{em} = -90\text{Nm}$

Q.A.16. $N_r = \frac{f_s}{p} \cdot 60 \cdot (1 - g)$

- $N_r = 2613\text{tr/mn}$ pour $C_{em} = 90\text{Nm}$
 - $N_r = 2667\text{tr/mn}$ pour $C_{em} = -90\text{Nm}$

Q.A.17. Voir document réponse REP.A.2 .

B ÉTUDE DES CONVERTISSEURS STATIQUES

B.I Problème posé

B.I.1 Calculs préliminaires (option électronique et électrotechnique)

Q.B.1. Nous utilisons trois équations évidentes mais non indépendantes

$$\begin{cases} v_{AN} - v_{BN} = v_{AB} \\ v_{BN} - v_{CN} = v_{BC} \\ v_{CN} - v_{AN} = v_{CA} \end{cases}$$

Il faut donc une quatrième équation $v_{AN} + v_{BN} + v_{CN} = 0$ valable dans les conditions précisées dans le sujet.

Ce qui nous donne :

$$\begin{cases} v_{AN} = \frac{1}{3}(v_{AB} - v_{CA}) \\ v_{BN} = \frac{1}{3}(v_{BC} - v_{AB}) \\ v_{CN} = \frac{1}{3}(v_{CA} - v_{BC}) \end{cases}$$

Q.B.2. En faisant apparaître le point O dans les équations précédentes, nous obtenons :

$$\begin{cases} v_{AN} = +\frac{2}{3}v_{AO} - \frac{1}{3}v_{BO} - \frac{1}{3}v_{CO} \\ v_{BN} = -\frac{1}{3}v_{AO} + \frac{2}{3}v_{BO} - \frac{1}{3}v_{CO} \\ v_{CN} = -\frac{1}{3}v_{AO} - \frac{1}{3}v_{BO} + \frac{2}{3}v_{CO} \end{cases}$$

Q.B.3. En introduisant de nouveau le point O dans l'une des équations nous obtenons :

$$v_{NO} = \frac{1}{3}(v_{AO} + v_{BO} + v_{CO})$$

Q.B.4. Sachant que $v_{xi_n} = \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_i}^{\pi-\alpha_i} v_{xi}(\theta) \cdot \sin(n\theta) \cdot d\theta$, nous obtenons :

$$v_{xi_n} = \frac{2U}{n \cdot \pi} \cdot \cos(n \cdot \alpha_i) \cdot (1 - (-1)^n) \quad \text{donc} \quad \begin{cases} v_{xi_{2p+1}} = \frac{4U}{(2p+1) \cdot \pi} \cdot \cos((2p+1) \cdot \alpha_i) \\ v_{xi_{2p}} = 0 \end{cases} \quad p \in \mathbb{N}$$

$$\begin{aligned} & \bullet \quad v_{xi}(\theta) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{4U}{(2p+1) \cdot \pi} \cdot \cos((2p+1) \cdot \alpha_i) \cdot \sin((2p+1) \cdot \theta) \\ & \bullet \quad \varphi_{xi_{2p+1}} = 0 \\ & \text{Ou :} \\ & \bullet \quad v_{xi}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2U}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot \cos(n \cdot \alpha_i) \cdot \sin(n \cdot \theta) \\ & \bullet \quad \varphi_{xi_n} = 0 \end{aligned}$$

B.I.2 La commande pleine onde (option électronique et électrotechnique)

Q.B.5. Voir documents réponse REP.B.1, REP.B.2, REP.B.3.

Q.B.6.

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{AO}(\theta) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{2U_a}{(2p+1) \cdot \pi} \cdot \sin((2p+1) \cdot \theta) \\ v_{BO}(\theta) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{2U_a}{(2p+1) \cdot \pi} \cdot \sin((2p+1) \cdot (\theta - 2\pi/3)) \\ v_{CO}(\theta) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{2U_a}{(2p+1) \cdot \pi} \cdot \sin((2p+1) \cdot (\theta - 4\pi/3)) \end{array} \right. \text{ ou } \left\{ \begin{array}{l} v_{AO}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot \sin(n \cdot \theta) \\ v_{BO}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot \sin(n \cdot (\theta - 2\pi/3)) \\ v_{CO}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot \sin(n \cdot (\theta - 4\pi/3)) \end{array} \right.$$

donc :

$$v_{AN}(\theta) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{2U_a}{(2p+1) \cdot \pi} \cdot \left(\frac{2}{3} \sin((2p+1) \cdot \theta) - \frac{1}{3} \sin((2p+1) \cdot (\theta - 2\pi/3)) - \frac{1}{3} \sin((2p+1) \cdot (\theta - 4\pi/3)) \right)$$

ou

$$v_{AN}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot \left(\frac{2}{3} \sin(n \cdot \theta) - \frac{1}{3} \sin(n \cdot (\theta - 2\pi/3)) - \frac{1}{3} \sin(n \cdot (\theta - 4\pi/3)) \right)$$

Ceci peut se simplifier de la façon suivante :

$$v_{AN}(\theta) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{2U_a}{(2p+1) \cdot \pi} \cdot \sin((2p+1) \cdot \theta) \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cos((2p+1) \cdot 2\pi/3) - \frac{1}{3} \cos((2p+1) \cdot 4\pi/3) \right)$$

$$v_{AN}(\theta) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{4U_a}{3 \cdot (2p+1) \cdot \pi} \cdot \sin((2p+1) \cdot \theta) \cdot (1 - \cos((2p+1) \cdot \pi/3) \cdot \cos((2p+1) \cdot \pi))$$

$$v_{AN}(\theta) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{4U_a}{3 \cdot (2p+1) \cdot \pi} \cdot (1 + \cos((2p+1) \cdot \pi/3)) \cdot \sin((2p+1) \cdot \theta)$$

ou

$$v_{AN}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3} \cdot \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi/3)) \cdot \sin(n \cdot \theta)$$

soit :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{AN}(\theta) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{4U_a}{3 \cdot (2p+1) \cdot \pi} \cdot \sin((2p+1) \cdot \theta) \cdot (1 + \cos((2p+1) \cdot \pi/3)) \\ v_{BN}(\theta) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{4U_a}{3 \cdot (2p+1) \cdot \pi} \cdot \sin((2p+1) \cdot (\theta - 2\pi/3)) \cdot (1 + \cos((2p+1) \cdot \pi/3)) \\ v_{CN}(\theta) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{4U_a}{3 \cdot (2p+1) \cdot \pi} \cdot \sin((2p+1) \cdot (\theta - 4\pi/3)) \cdot (1 + \cos((2p+1) \cdot \pi/3)) \end{array} \right.$$

ou

$$\begin{cases} v_{AN}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3} \cdot \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi / 3)) \cdot \sin(n \cdot \theta) \\ v_{BN}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3} \cdot \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi / 3)) \cdot \sin(n \cdot (\theta - 2\pi / 3)) \\ v_{CN}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3} \cdot \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi / 3)) \cdot \sin(n \cdot (\theta - 4\pi / 3)) \end{cases}$$

Q.B.7.

$$\frac{|v_{xN_{2p+1}}|}{|v_{xN_1}|} = \frac{\frac{4U_a}{3 \cdot (2p+1) \cdot \pi} \cdot (1 + \cos((2p+1) \cdot \pi / 3))}{\frac{2U_a}{\pi}}$$

soit :

$$\frac{|v_{xN_{2p+1}}|}{|v_{xN_1}|} = \frac{2}{3 \cdot (2p+1)} \cdot (1 + \cos((2p+1) \cdot \pi / 3))$$

ou

$$\frac{|v_{xN_n}|}{|v_{xN_1}|} = \frac{1}{3 \cdot n} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi / 3))$$

Q.B.8. Voir document réponse REP.B.4

Q.B.9. Le point neutre de la machine asynchrone n'étant pas connecté à l'alimentation, la somme des courants circulant dans chacune des phases est nulle. Ce qui implique que la somme de chacune des composantes fréquentielles est égale à zéro. Or pour tous les harmoniques de rang 3 et multiple de 3, les courants dans chacun des enroulements de la machine sont en phase. La nullité de la somme des 3 courants et le fait que les courants soient en phase et de même amplitude implique la nullité des composantes harmoniques de rang 3 et multiple de 3.

B.1.3 La commande par instants de commutation prédéfinis (option électronique et électrotechnique)

Q.B.10. Voir document réponse REP.B.5

Q.B.11. Voir document réponse REP.B.5

Q.B.12.

$$\begin{cases} v_{AO}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4) - 1/2) \cdot \sin(n \cdot \theta) \\ v_{BO}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4) - 1/2) \cdot \sin(n \cdot (\theta - 2\pi / 3)) \\ v_{CO}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4) - 1/2) \cdot \sin(n \cdot (\theta - 4\pi / 3)) \end{cases}$$

Q.B.13.

$$\begin{cases} v_{AN}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3} \cdot \frac{2U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4) - 1/2) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi/3)) \cdot \sin(n \cdot \theta) \\ v_{BN}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3} \cdot \frac{2U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4) - 1/2) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi/3)) \cdot \sin(n \cdot (\theta - 2\pi/3)) \\ v_{CN}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3} \cdot \frac{2U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4) - 1/2) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi/3)) \cdot \sin(n \cdot (\theta - 4\pi/3)) \end{cases}$$

Q.B.14.

$$\begin{cases} v_{xN_1} = \frac{4U_a}{\pi} \cdot (\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2) + \cos(\alpha_3) - \cos(\alpha_4) - 1/2) \\ 0 = \cos(5\alpha_1) - \cos(5\alpha_2) + \cos(5\alpha_3) - \cos(5\alpha_4) - 1/2 \\ 0 = \cos(7\alpha_1) - \cos(7\alpha_2) + \cos(7\alpha_3) - \cos(7\alpha_4) - 1/2 \\ 0 = \cos(11\alpha_1) - \cos(11\alpha_2) + \cos(11\alpha_3) - \cos(11\alpha_4) - 1/2 \end{cases}$$

Q.B.15. $v_{xN_1} = 0.5 \cdot U_a$ et ces valeurs permettent d'annuler les harmoniques 5, 7 et 11Q.B.16. $v_{xN_1} = 0.25 \cdot U_a$ et ces valeurs permettent d'annuler les harmoniques 5, 7 et 11

Q.B.17.

$$\left| \frac{v_{xN_n}}{v_{xN_1}} \right| = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{2U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4) - 1/2) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi/3))}{\frac{4U_a}{\pi} \cdot (\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2) + \cos(\alpha_3) - \cos(\alpha_4) - 1/2)}$$

soit :

$$\left| \frac{v_{xN_n}}{v_{xN_1}} \right| = \frac{\frac{1}{3 \cdot n} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4) - 1/2) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi/3))}{(\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2) + \cos(\alpha_3) - \cos(\alpha_4) - 1/2)}$$

Q.B.18. Voir document réponse REP.B.6

B.I.4 La commande par modulation vectorielle (option électronique et électrotechnique)

Q.B.19. Voir document réponse REP.B.7

Q.B.20.

$$\begin{cases} v_{\alpha}(t) = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot v_{\max} \cdot \cos(\omega t) \\ v_{\beta}(t) = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot v_{\max} \cdot \sin(\omega t) \end{cases}$$

Q.B.21. Voir document réponse REP.B.8

Q.B.22. Voir document réponse REP.B.9

Q.B.23. Les 6 vecteurs non nuls ont pour amplitude :

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot U_a$$

Q.B.24. Voir document réponse REP.B.10

Q.B.25. Le rayon du cercle maximum s'inscrivant dans le polygone de commutation a pour

valeur $\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot v_{\max} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot U_a$ donc $v_{\max} = \frac{U_a}{\sqrt{3}}$.

L'onduleur triphasé commandé par modulation vectorielle permet donc de générer trois tensions simples d'amplitude maximum $U_a / \sqrt{3}$. Cette valeur, permet de générer des tensions simples de valeur efficace 230V à partir d'un bus continu réalisé par redressement (PD3 et capacité "en tête" de forte valeur) du réseau triphasé $3 \times 230V$.

Q.B.26. $\frac{\sin(2\pi/3)}{V_{2\text{ref}}} = \frac{\sin(\gamma)}{\alpha_{i+1} \cdot V_{i+1}}$ et $\frac{\sin(2\pi/3)}{V_{2\text{ref}}} = \frac{\sin(\pi/3 - \gamma)}{\alpha_i \cdot V_i}$ avec $V_i = V_{i+1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot U_a$ ce qui

implique $\alpha_i = \frac{(\sqrt{6}/2 \cdot \cos(\gamma) - \sqrt{2}/2 \cdot \sin(\gamma)) \cdot V_{2\text{ref}}}{U_a}$ et $\alpha_{i+1} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sin(\gamma) \cdot V_{2\text{ref}}}{U_a}$

et donc :

$$\begin{aligned} \bullet \alpha_i &= \frac{\sqrt{6}/2 \cdot V_{\alpha_{\text{ref}}} - \sqrt{2}/2 \cdot V_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a} \\ \bullet \alpha_{i+1} &= \frac{\sqrt{2} \cdot V_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a} \end{aligned}$$

Q.B.27. Voir documents réponse REP.B.11 et REP.B.12

Q.B.28. Voir documents réponse REP.B.13 et REP.B.14

Q.B.29. Voir documents réponse REP.B.13 et REP.B.14

Q.B.30. Voir document réponse REP.B.15

Q.B.31.

$$\bar{v}_{2\text{ref}} = \begin{bmatrix} 0.5 \cdot U_a \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \cos(\omega t - \pi/12) \\ 0.5 \cdot U_a \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sin(\omega t - \pi/12) \end{bmatrix}$$

Q.B.32. Voir document réponse REP.B.16

Q.B.33. Voir document réponse REP.B.16

Q.B.34. Voir document réponse REP.B.16

Q.B.35. De façon très simpliste, nous pouvons dire que les tensions appliquées à la machine asynchrone sont d'une "qualité" d'autant plus grande que la fréquence du premier harmonique non nul hors fondamental est grande par rapport à la fréquence fondamentale (dans le cas de tensions de référence sinusoïdales). Si nous prenons ce critère de qualité, nous constatons que les trois modulations proposées sont de qualité variable. La modulation vectorielle ne fournit un signal de bonne qualité que lorsque la fréquence d'échantillonnage est très nettement supérieure à la fréquence des signaux de référence. Pour des fréquences d'échantillonnage "faibles" ($12 \times$ la fréquence des signaux de référence), les signaux générés sont de très mauvaise qualité et en l'occurrence bien plus mauvais que la modulation par instants de commutation prédéfinis ayant une fréquence de fonctionnement des interrupteurs bien plus faible.

Q.B.36.

	Modulation Vectorielle	Modulation par instants de commutation prédéfinis
Avantages	Utilisable dans le cas de tensions de référence non sinusoïdales Ne nécessite pas la mémorisation d'informations	Fréquence de fonctionnement des interrupteurs faible par rapport à la fréquence du signal de référence Pas de calculs à réaliser. Une simple lecture de données en mémoire suffit
Inconvénients	Fréquence de fonctionnement des interrupteurs élevée par rapport à la fréquence du signal de référence Nécessite la réalisation d'un calcul à chaque période d'échantillonnage (Microprocesseur rapide) La modulation étant asynchrone, il y a possibilité d'existence d'une composante continue de tension	Le signal de référence est nécessairement sinusoïdal Nécessite une taille mémoire importante pour stocker les séquences de fermeture des interrupteurs correspondantes à chacune des amplitudes possibles

B.I.5 Influence des harmoniques de tension sur le comportement de la machine asynchrone (option électrotechnique)

Q.B.37. $\underline{v}_s = V_s \cdot e^{j\omega t}$, $\underline{\psi}_s = \frac{V_s}{j\omega}$ et $i_s = \frac{V_s}{\frac{R}{g_l} + jL_t\omega}$ ce qui donne :

$$\Gamma = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{V_s^2}{L_t \omega^2} \cdot \frac{1}{\frac{R}{g_l \cdot L_t \omega} + \frac{g_l \cdot L_t \omega}{R}}$$

Q.B.38. AN : $g_l = 1,13636 \cdot 10^{-2}$ et $\Gamma = 89,4 \text{ Nm}$

Q.B.39. $\underline{v}_s = V_{s1} \cdot e^{j\omega t} + V_{sh} \cdot e^{jh\omega t}$, $\underline{\psi}_s = \frac{V_{s1}}{j\omega} \cdot e^{j\omega t} + \frac{V_{sh}}{jh\omega} \cdot e^{jh\omega t}$ et $\underline{i}_s = \frac{V_{s1}}{R + jL_t\omega} \cdot e^{j\omega t} + \frac{V_{sh}}{R + jL_th\omega} \cdot e^{jh\omega t}$

ce qui donne :

$$\Gamma = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \left[\frac{\frac{V_{s1}^2}{\omega} \cdot \frac{R}{g_1} + \frac{V_{sh}^2}{h\omega} \cdot \frac{R}{g_h} + \frac{V_{s1} \cdot V_{sh}}{\omega} \cdot \frac{R}{g_h} \cdot \frac{\cos((h-1)\omega t) + L_th\omega \cdot \sin((h-1)\omega t)}{\left(\frac{R}{g_1}\right)^2 + (L_t\omega)^2}}{\frac{V_{s1} \cdot V_{sh}}{h\omega} \cdot \frac{R}{g_1} \cdot \frac{\cos((h-1)\omega t) - L_t\omega \cdot \sin((h-1)\omega t)}{\left(\frac{R}{g_1}\right)^2 + (L_t\omega)^2}} \right]$$

Q.B.40. AN $\left[g_1 = 1,13636 \cdot 10^{-2}, g_{13} = 0,923951 \text{ donne } \Gamma = 89,4 - 2,82 \cos(12\omega t) - 24,3 \sin(12\omega t) \right]$

Q.B.41. Les conséquences sont les suivantes :

- les oscillations de couple provoquent une fatigue mécanique des différents éléments de la chaîne cinématique : arbre de transmission, réducteur etc..
- des oscillations de couple d'amplitudes trop importantes peuvent également déclencher le patinage des roues

B.II Solution retenue et étude du fonctionnement (option électronique et électrotechnique)

Q.B.42. Ce module est un module de récupération utilisé lors des freinages du tramway. En effet durant ces phases l'énergie mécanique est convertie en énergie électrique (fonctionnement en hyper-synchronisme de la machine asynchrone). Cette énergie récupérée se traduit sur le bus continu par la présence d'un courant négatif allant de l'onduleur vers la source). Or, les sous stations alimentant les caténaires ne sont pas réversibles en courant (ponts redresseurs à diodes). Si cette énergie n'est pas absorbée par un autre Tramway, la tension sur la caténaire va augmenter (charge des condensateurs de filtrage) au risque de détruire les composants à semi-conducteurs. L'élévation de la tension est détectée et à partir d'un seuil fixé, le module de récupération est mis en service. L'énergie est alors dissipée dans les résistances qui deviennent alors des résistances de freinage.

Q.B.43. Le gain des transistors bipolaires de forte puissance est faible. Le courant de Base permettant d'obtenir la saturation est donc très important. Afin de limiter le courant que doit fournir la commande, un certain nombre de transistors bipolaires (ici 3) sont placés en cascade. Le gain global de ce transistor Darlington est égal au produit des gains de chacun des transistors.

Q.B.44. Cette structure très avantageuse du point de vue du fonctionnement statique du composant Darlington est par contre limitée sur le plan du comportement dynamique. En effet cette association de transistors bipolaires se traduit par une charge totale stockée dans les différentes bases des transistors très importante. L'évacuation de ces charges lors du blocage pose alors de gros problèmes. Ceci se traduit par une extrême lenteur au blocage (temps de stockage important).

Q.B.45. Les diodes B01 et B02 permettent l'évacuation des charges stockées dans les bases du deuxième et du troisième transistor bipolaire.

B.II.1 Fonctionnement d'une des cellules de commutation de l'onduleur (option électronique et électrotechnique)

Q.B.46. Voir document réponse REP.B.17

Q.B.47. Le fonctionnement à basse vitesse pour lequel la fréquence des tensions de référence est inférieure à 20Hz permet, tout en conservant une fréquence de commutation des interrupteurs compatible avec la technologie des composants et la puissance commutée (<1kHz), d'utiliser la commande par Modulation vectorielle. Le rapport de la fréquence d'échantillonnage à la fréquence des signaux de référence est alors de 50, le signal obtenu est donc, comme nous l'avons déjà décrit, de bonne qualité (le premier harmonique non nul est à une fréquence de 920Hz). Au delà de cette fréquence de 20Hz se pose le problème de la fréquence de commutation des interrupteurs. Le choix de la modulation par instants de commutations prédéfinis permet alors d'obtenir des signaux de bonne qualité tout en conservant une fréquence de commutation relativement faible (pour une fréquence de 88Hz les transistors commutent 8 fois par période soit une fréquence moyenne de 704Hz).

B.II.2 Fonctionnement à haute vitesse (option électronique et électrotechnique)

Q.B.48. Voir document réponse REP.B.18

Q.B.49. Voir document réponse REP.B.18

Q.B.50.

$$\begin{cases} v_{AO}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4)) \cdot \sin(n \cdot \theta) \\ v_{BO}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4)) \cdot \sin(n \cdot (\theta - 2\pi/3)) \\ v_{CO}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4)) \cdot \sin(n \cdot (\theta - 4\pi/3)) \end{cases}$$

Q.B.51.

$$\begin{cases} v_{AN}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3} \cdot \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4)) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi/3)) \cdot \sin(n \cdot \theta) \\ v_{BN}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3} \cdot \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4)) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi/3)) \cdot \sin(n \cdot (\theta - 2\pi/3)) \\ v_{CN}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3} \cdot \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4)) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi/3)) \cdot \sin(n \cdot (\theta - 4\pi/3)) \end{cases}$$

Q.B.52.

$$\begin{cases} v_{xN1} = \frac{2U_a}{\pi} \cdot (\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2) + \cos(\alpha_3) - \cos(\alpha_4)) \\ 0 = \cos(5\alpha_1) - \cos(5\alpha_2) + \cos(5\alpha_3) - \cos(5\alpha_4) \\ 0 = \cos(7\alpha_1) - \cos(7\alpha_2) + \cos(7\alpha_3) - \cos(7\alpha_4) \\ 0 = \cos(11\alpha_1) - \cos(11\alpha_2) + \cos(11\alpha_3) - \cos(11\alpha_4) \end{cases}$$

Q.B.53. $v_{xN_1} = 0.5 \cdot U_a$ et ces valeurs permettent d'annuler les harmoniques 5, 7 et 11.

Q.B.54.

Quadruple : $\begin{cases} v_{xN_1} = \frac{2U_a}{\pi} \cdot (\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2)) \\ 0 = \cos(5\alpha_1) - \cos(5\alpha_2) \end{cases}$	Double : $v_{xN_1} = \frac{2U_a}{\pi} \cdot \cos(\alpha_1)$
--	---

Q.B.55.

$$\left| \frac{v_{xN_n}}{v_{xN_1}} \right| = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{U_a}{n \cdot \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4)) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi/3))}{\frac{2U_a}{\pi} \cdot (\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2) + \cos(\alpha_3) - \cos(\alpha_4))}$$

soit :

$\left \frac{v_{xN_n}}{v_{xN_1}} \right = \frac{\frac{1}{3 \cdot n} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3) - \cos(n \cdot \alpha_4)) \cdot (1 + \cos(n \cdot \pi/3))}{(\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2) + \cos(\alpha_3) - \cos(\alpha_4))}$

Q.B.56. Voir document réponse REP.B.19

Q.B.57. On obtient la même amplitude pour le fondamental mais avec un contenu harmonique beaucoup plus faible.

C MOTORISATION DU TRAMWAY

C.I Enroulements statoriques du moteur asynchrone (option électrotechnique)

Q.C.1. $\alpha = p\theta$

Q.C.2. Voir document réponse REP.C.1.

Q.C.3.
$$\varepsilon = \frac{2N_S I_S}{\pi} \sum_{C=0}^{C=\infty} \frac{1}{(2C+1)} \sin\left((2C+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2C+1)\alpha)$$

$$A_h = \frac{2N_S I_S}{h\pi} \sin\left(\frac{h\pi}{2}\right) \text{ avec } h = 2C+1$$

Q.C.4. $B = \frac{\mu_0}{e} \varepsilon$ donc

$$B = \frac{\mu_0}{e} \frac{2N_S I_S}{\pi} \sum_{C=0}^{C=\infty} \frac{1}{(2C+1)} \sin\left((2C+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2C+1)\alpha)$$

Q.C.5. $N_S I_S = \varepsilon_a - \varepsilon_b$

Q.C.6. $\Phi_a = B_a S_a$ avec $B_a = \frac{\mu_0}{e} \varepsilon_a$ et $S_a = RL\pi\delta$ ce qui donne

$$\Phi_a = \frac{\mu_0}{e} RL\pi\delta \varepsilon_a$$

$\Phi_b = B_b S_b$ avec $B_b = -\frac{\mu_0}{e} \varepsilon_b$ et $S_b = RL\pi(2-\delta)$ ce qui donne

$$\Phi_b = -\frac{\mu_0}{e} RL\pi(2-\delta) \varepsilon_b$$

Q.C.7. En écrivant l'expression de la conservation du flux $\Phi_a = \Phi_b$ on en déduit la relation

$$\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_b} = \frac{\delta-2}{\delta}$$

Q.C.8. $\varepsilon_a = \left(\frac{2-\delta}{2}\right) N_S I_S$ et $\varepsilon_b = -\left(\frac{\delta}{2}\right) N_S I_S$

Q.C.9. Voir document réponse REP.C.1.

Q.C.10. $N_{ES} = 6\text{pm}$ l'application numérique donne $N_{ES} = 48$

$$p\beta = \frac{\pi}{12}$$

Q.C.11. Voir document réponse REP.C.2.

Q.C.12. Voir document réponse REP.C.2.

Q.C.13. Voir document réponse REP.C.1.

Q.C.14. On a la même forme d'onde pour ε avec un bobinage à pas raccourci et avec un bobinage à pas diamétral.

$$\varepsilon_h = \frac{2N_S I_S}{4h\pi} \sin\left(\frac{h\pi}{2}\right) \left[\cos\left(h\left(\alpha + \frac{3p\beta}{2}\right)\right) + \cos\left(h\left(\alpha + \frac{p\beta}{2}\right)\right) + \cos\left(h\left(\alpha - \frac{p\beta}{2}\right)\right) + \cos\left(h\left(\alpha - \frac{3p\beta}{2}\right)\right) \right]$$

$$\varepsilon_h = \frac{2N_S I_S}{4h\pi} \sin\left(\frac{h\pi}{2}\right) \left[e^{j\frac{3hp\beta}{2}} + e^{j\frac{hp\beta}{2}} + e^{-j\frac{hp\beta}{2}} + e^{-j\frac{3hp\beta}{2}} \right] \cos(h\alpha)$$

$$\varepsilon_h = \frac{N_S I_S}{h\pi} \sin\left(\frac{h\pi}{2}\right) \left[\cos\left(\frac{3hp\beta}{2}\right) + \cos\left(\frac{hp\beta}{2}\right) \right] \cos(h\alpha)$$

de cette relation on déduit l'expression de

B_h .

$$B_h = \frac{N_S I_S}{h\pi} \sin\left(\frac{h\pi}{2}\right) \left[\cos\left(\frac{3hp\beta}{2}\right) + \cos\left(\frac{hp\beta}{2}\right) \right]$$

$$Q.C.15. \quad K_{Sh} = \frac{1}{2} \left[\cos\left(\frac{3hp\beta}{2}\right) + \cos\left(\frac{hp\beta}{2}\right) \right]$$

L'application numérique donne :

$$\begin{aligned} K_{S1} &= 0,957 \\ K_{S3} &= 0,653 \\ K_{S5} &= 0,205 \end{aligned}$$

C.II Vecteur complexe (option électronique et électrotechnique)

Q.C.16. $\varepsilon = k_E i_1 \cos(\alpha) + k_E i_2 \cos(\alpha - 2\pi/3) + k_E i_3 \cos(\alpha + 2\pi/3)$

Q.C.17. $\Re(\underline{I}e^{-j\alpha}) = \frac{2}{3}[i_1 \cos(\alpha) + i_2 \cos(\alpha - 2\pi/3) + i_3 \cos(\alpha + 2\pi/3)]$ cela permet d'écrire que

$$\frac{3}{2}k_E \Re(\underline{I}e^{-j\alpha}) = \varepsilon$$

Q.C.18. Soit le système de courant triphasé équilibré suivant :

$$i_1 = I\sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi)$$

$$i_2 = I\sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi - 2\pi/3)$$

$$i_3 = I\sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi + 2\pi/3)$$

Dans ce cas le vecteur complexe courant s'écrit $\underline{I} = I\sqrt{2}e^{j(\omega_s t - \varphi)}$.

La force magnétomotrice ε s'écrit :

$$\varepsilon = \frac{3}{2}k_E \Re(I\sqrt{2}e^{j(\omega_s t - \varphi)}e^{-j\alpha})$$

$$\varepsilon = \frac{3}{2}k_E I\sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi - \alpha)$$

Le vecteur complexe courant est confondu avec le vecteur de Fresnel du courant dans l'enroulement 1.

ε est une force magnétomotrice tournante dans le sens direct à la vitesse angulaire de ω_s rad/s.

Q.C.19. $i_\alpha + ji_\beta = \frac{2}{3}(i_1 + ai_2 + a^2i_3)$ en développant on obtient

$$i_\alpha = \frac{2}{3}\left(i_1 - \frac{1}{2}i_2 - \frac{1}{2}i_3\right) \text{ et } i_\beta = \frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}i_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}i_3\right) \text{ d'où l'expression matricielle}$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

Q.C.20. $\underline{I}^{dq} = |\underline{I}|e^{j(\gamma - \varphi)}$ d'où $\underline{I}^{dq} = \underline{I}e^{-j\varphi}$

Un changement de repère se traduit par une multiplication par $e^{-j\varphi}$ ou par $e^{j\varphi}$.

Q.C.21. $\underline{I}^{dq} = (i_\alpha + ji_\beta)e^{-j\varphi}$ en développant on obtient

$$i_d = i_\alpha \cos(\varphi) + i_\beta \sin(\varphi) \text{ et } i_q = -i_\alpha \sin(\varphi) + i_\beta \cos(\varphi) \text{ d'où la forme matricielle}$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

Q.C.22. $p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3$ d'où l'expression matricielle $p = [v_{123}]^t [i_{123}]$

Q.C.23. $p = \frac{3}{2} \Re(\underline{v}^{dq} \cdot \underline{i}^{dq*}) = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q)$ donc $p = \frac{3}{2} [v_{dq}]^t [i_{dq}]$ mais

$[v_{dq}] = R(-\varphi) C_{32}^t [v_{123}]$ et $[i_{dq}] = R(-\varphi) C_{32}^t [i_{123}]$ en remplaçant dans l'expression de p on obtient

$$p = \frac{3}{2} [v_{123}]^t \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1 & -1/2 \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{bmatrix} [i_{123}] \quad \text{en développant et sachant que}$$

$i_1 + i_2 + i_3 = 0$ on obtient $p = [v_{123}]^t [i_{123}]$.

Q.C.24. $\underline{V} = R \underline{I} + \frac{d\Psi}{dt}$

Q.C.25. On rappelle que $\underline{X}^{dq} = \underline{X} e^{-j\varphi} \Leftrightarrow \underline{X} = \underline{X}^{dq} e^{j\varphi}$

$\underline{V}^{dq} e^{j\varphi} = R \underline{I}^{dq} e^{j\varphi} + \frac{d(\underline{\Psi}^{dq} e^{j\varphi})}{dt}$ en développant on obtient

$\underline{V}^{dq} = R \underline{I}^{dq} + \frac{d\Psi^{dq}}{dt} + j \frac{d\varphi}{dt} \underline{\Psi}^{dq}$ d'où on tire les expressions de v_d et de v_q

$$\begin{aligned} v_d &= R i_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \frac{d\varphi}{dt} \Psi_q \\ v_q &= R i_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} \Psi_d \end{aligned}$$

C.III Modélisation de la machine asynchrone (option électrotechnique)

Q.C.26.

$$\begin{aligned} \underline{V}_S^{dq} &= R_S \underline{I}_S^{dq} + \frac{d\underline{\Psi}_S^{dq}}{dt} + j\omega_S \underline{\Psi}_S^{dq} \\ \underline{\Psi}_S^{dq} &= L_S \underline{I}_S^{dq} + M \underline{I}_R^{dq} \end{aligned}$$

Q.C.27.

$$\begin{aligned} v_{Sd} &= R_S i_{Sd} + \frac{d\Psi_{Sd}}{dt} - \omega_S \Psi_{Sq} \\ v_{Sq} &= R_S i_{Sq} + \frac{d\Psi_{Sq}}{dt} + \omega_S \Psi_{Sd} \\ \Psi_{Sd} &= L_S i_{Sd} + M i_{Rd} \\ \Psi_{Sq} &= L_S i_{Sq} + M i_{Rq} \end{aligned}$$

Q.C.28.

$$\begin{aligned} 0 &= R_R \underline{I}_R^{dq} + \frac{d\underline{\Psi}_R^{dq}}{dt} + j\omega_R \underline{\Psi}_R^{dq} \\ \underline{\Psi}_R^{dq} &= L_R \underline{I}_R^{dq} + M \underline{I}_S^{dq} \end{aligned}$$

Q.C.29.

$$\begin{aligned} 0 &= R_R i_{Rd} + \frac{d\Psi_{Rd}}{dt} - \omega_R \Psi_{Rq} \\ 0 &= R_R i_{Rq} + \frac{d\Psi_{Rq}}{dt} + \omega_R \Psi_{Rd} \\ \Psi_{Rd} &= L_R i_{Rd} + M i_{Sd} \\ \Psi_{Rq} &= L_R i_{Rq} + M i_{Sq} \end{aligned}$$

Q.C.30.

$$\begin{aligned} \frac{dW_J}{dt} &= \frac{3}{2} R_S (i_{Sd}^2 + i_{Sq}^2) + \frac{3}{2} R_R (i_{Rd}^2 + i_{Rq}^2) \\ \frac{dW_{MAG}}{dt} &= \frac{3}{2} \Re \left(\frac{d\underline{\Psi}_S^{dq}}{dt} \cdot \underline{I}_S^{dq*} \right) + \frac{3}{2} \Re \left(\frac{d\underline{\Psi}_R^{dq}}{dt} \cdot \underline{I}_R^{dq*} \right) \end{aligned}$$

en développant on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{dW_{MAG}}{dt} &= \frac{3}{2} \left(\frac{d\Psi_{Sd}}{dt} i_{Sd} + \frac{d\Psi_{Sq}}{dt} i_{Sq} + \frac{d\Psi_{Rd}}{dt} i_{Rd} + \frac{d\Psi_{Rq}}{dt} i_{Rq} \right) \\ \frac{dW_{MECA}}{dt} &= \frac{3}{2} \Re (j\omega_S \underline{\Psi}_S^{dq} \cdot \underline{I}_S^{dq*}) + \frac{3}{2} \Re (j\omega_R \underline{\Psi}_R^{dq} \cdot \underline{I}_R^{dq*}) \\ \text{en développant on obtient :} \\ \frac{dW_{MECA}}{dt} &= \frac{3}{2} [\omega_S (\Psi_{Sd} i_{Sq} - \Psi_{Sq} i_{Sd}) + \omega_R (\Psi_{Rd} i_{Rq} - \Psi_{Rq} i_{Rd})] \end{aligned}$$

Q.C.31. $\Psi_{Sd}i_{Sq} = L_S i_{Sd} i_{Sq} + M i_{Rd} i_{Sq}$
 $\Psi_{Sq}i_{Sd} = L_S i_{Sq} i_{Sd} + M i_{Rq} i_{Sd}$

en retranchant membre à membre on obtient

$$M(i_{Rd}i_{Sq} - i_{Rq}i_{Sd}) = \Psi_{Sd}i_{Sq} - \Psi_{Sq}i_{Sd}$$

de même

$$\Psi_{Rd}i_{Rq} = L_R i_{Rd} i_{Rq} + M i_{Sd} i_{Rq}$$

$$\Psi_{Rq}i_{Rd} = L_R i_{Rq} i_{Rd} + M i_{Sq} i_{Rd}$$

en retranchant membre à membre on obtient

$$M(i_{Rd}i_{Sq} - i_{Rq}i_{Sd}) = -(\Psi_{Rd}i_{Rq} - \Psi_{Rq}i_{Rd})$$

à l'aide des expressions précédentes on peut écrire que

$$\boxed{\Psi_{Sd}i_{Sq} - \Psi_{Sq}i_{Sd} = -(\Psi_{Rd}i_{Rq} - \Psi_{Rq}i_{Rd})}$$

Q.C.32. A de l'expression établie à la question précédente on peut écrire les expressions du couple suivantes :

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{dW_{MECA}}{dt} &= \frac{3}{2} \omega (\Psi_{Sd}i_{Sq} - \Psi_{Sq}i_{Sd}) \\ \frac{dW_{MECA}}{dt} &= \frac{3}{2} \omega (\Psi_{Rq}i_{Rd} - \Psi_{Rd}i_{Rq}) \end{aligned}}$$

Q.C.33. $\frac{dW_{MECA}}{dt} = C_{EM} \frac{d\theta}{dt}$ mais $\frac{d\theta}{dt} = \frac{\omega}{p}$ donc

$$C_{EM} = \frac{3}{2} p (\Psi_{Rq}i_{Rd} - \Psi_{Rd}i_{Rq}) \quad \text{mais} \quad i_{Rd} = \frac{\Psi_{Rd} - M i_{Sd}}{L_R} \quad \text{et} \quad i_{Rq} = \frac{\Psi_{Rq} - M i_{Sq}}{L_R}$$

en remplaçant dans l'expression du couple on obtient

$$\boxed{C_{EM} = \frac{3}{2} p \frac{M}{L_R} (\Psi_{Rd}i_{Sq} - \Psi_{Rq}i_{Sd})}$$

C.IV Commande de la machine asynchrone (option électronique et électrotechnique)

Q.C.34. Équations au stator.

$\underline{V}_S = R_S \underline{I}_S + \frac{d\underline{\Psi}_S}{dt}$ avec $\underline{\Psi}_S = L_S \underline{I}_S - M \underline{I}_R$ et comme $\underline{I}_{ST} = u \underline{I}_R$ et $\underline{I}_S = \underline{I}_{S0} + \underline{I}_{ST}$ on obtient :

$$\underline{V}_S = R_S \underline{I}_S + j\omega_S \left(L_S - \frac{M}{u} \right) \underline{I}_S + j\omega_S \frac{M}{u} \underline{I}_{S0}$$

Équations au rotor.

$j\omega_S \underline{\Psi}_R = \frac{R_R}{g} \underline{I}_R$ avec $\underline{\Psi}_R = -L_R \underline{I}_R + M \underline{I}_S$ on obtient $j\omega_S M \underline{I}_S = j\omega_S L_R \underline{I}_R + \frac{R_R}{g} \underline{I}_R$

En remplaçant $\underline{I}_R$ par $\frac{\underline{I}_{ST}}{u}$ et $\underline{I}_S$ par $\underline{I}_{S0} + \underline{I}_{ST}$ on obtient :

$$j\omega_S \frac{M}{u} \underline{I}_{S0} = j\omega_S \left(\frac{L_R - uM}{u^2} \right) \underline{I}_{ST} + \frac{R_R}{u^2 g} \underline{I}_{ST}$$

Les deux équations encadrées conduisent au schéma donné dans la partie présentation du tramway de Strasbourg.

Q.C.35.

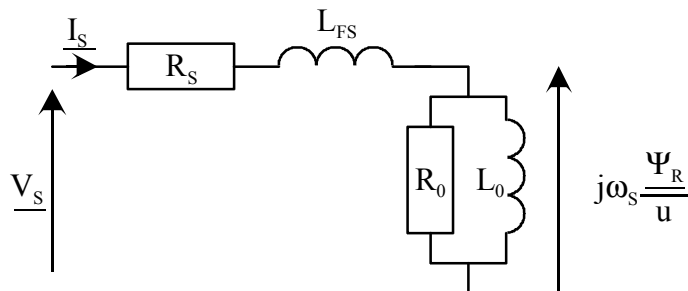
Par identification on obtient :

$$\begin{aligned} L_{FS} &= L_S - \frac{M}{u} \\ L &= \frac{L_R - uM}{u^2} \\ L_0 &= \frac{M}{u} \\ R &= \frac{R_R}{u^2} \end{aligned}$$

Application numérique :

$$\begin{aligned} L_S &= 27,71 \text{ mH} \\ R_R &= 1,119 \text{ m}\Omega \\ L_R &= 0,2251 \text{ mH} \\ M &= 2,391 \text{ mH} \\ \sigma &= 0,08346 \end{aligned}$$

Q.C.36. Le schéma équivalent d'une phase de la machine asynchrone avec $g = 0$ devient :



L'impédance complexe du circuit s'écrit : $\underline{Z} = R_S + jL_{FS}\omega_S + \frac{R_0 jL_0 \omega_S}{R_0 + jL_0 \omega_S}$

pour $\omega_S = \omega_{SN}$ on obtient : $\underline{Z} = 15,32e^{j88^\circ}$

D'après le schéma on peut écrire que :

$$\frac{\omega_{SN} \Psi_R}{u} = V_{SN} \frac{Z_0}{Z} \text{ avec } Z_0 = \frac{R_0 L_0 \omega_{SN}}{\sqrt{R_0^2 + (L_0 \omega_{SN})^2}} ; \omega_{SN} = 2\pi f_{SN} \text{ et } V_{SN} = \frac{U_{SN}}{\sqrt{3}}$$

L'application numérique donne :

$$\boxed{\Psi_R = 52,5 \text{ mWb}}$$

$$\Psi_R = \frac{\Psi_{Rd}}{\sqrt{3}} \text{ donc } \Psi_{Rd} = \sqrt{3} \Psi_R \quad \text{AN : } \boxed{\Psi_{Rd} = 90,93 \text{ mWb}}$$

Consigne du courant magnétisant.

$$i_M^* = \frac{\Psi_{Rd}}{M} \quad \text{AN : } \boxed{i_M^* = 38 \text{ A}}$$

Consigne du courant i_{Sq} .

$$i_{Sq}^* = \frac{C_{EM}}{p(1-\sigma)L_S i_M^*} \quad \text{AN : } \boxed{i_{Sq}^* = 88 \text{ A}}$$

Q.C.37. Lorsque la rame de tramway roule à vitesse constante on est en régime établi. Comme on a choisi de faire tourner le repère dq à la vitesse angulaire de ω_s radians par seconde les grandeurs électriques des enroulements fictifs statoriques et rotoriques sont constantes en régime établi. Les expressions statoriques et rotoriques deviennent :

Au stator :

$$\begin{aligned} v_{Sd} &= R_S i_{Sd} - L_S \omega_s i_{Sq} - M \omega_s i_{Rq} \\ v_{Sq} &= R_S i_{Sq} + L_S \omega_s i_{Sd} \end{aligned}$$

Au rotor :

$$\boxed{i_{Rd} = 0 \text{ et } \Psi_{Rd} = M i_{Sd}}$$

Les expressions (5) et (6) restent identiques.

Q.C.38. En régime permanent on a $i_M = i_{Sd}$. L'expression de la valeur efficace du courant statorique s'écrit :

$$I_S = \sqrt{\frac{i_{Sd}^2 + i_{Sq}^2}{3}}$$

$$\text{Pour } i_{Sd} = 38,1 \text{ A et } i_{Sq} = 88,7 \text{ A on obtient } \boxed{I_S = 55,34 \text{ A}}$$

Q.C.39. Pour ce point de fonctionnement on a :

$$i_{Sd} = 38 \text{ A} ; i_{Sq} = 88 \text{ A} ; \Psi_{Rd} = 90,93 \text{ mWb et } p\Omega = 533,84 \text{ rd/s}$$

Des expressions (5) et (6) on tire :

$$\omega_R = -\frac{R_R}{\Psi_{Rd}} i_{Rq} \text{ et } i_{Rq} = -\frac{M}{L_R} i_{Sq}$$

ce qui donne :

$$\omega_R = \frac{R_R M}{L_R} \cdot \frac{i_{Sq}}{\Psi_{Rd}}$$

L'application numérique donne :

$$\omega_R = 11,5 \text{ rd/s}$$

$\omega_S = p\Omega + \omega_R$ l'application numérique donne : $\omega_S = 545,34 \text{ rd/s}$

A l'aide des expressions établies à la question Q.C.38. on obtient :

$$v_{Sd} = R_S i_{Sd} - \sigma L_S \omega_S i_{Sq}$$

L'application numérique donne :

$$v_{Sd} = -103,89 \text{ Volts} \text{ et } v_{Sq} = 599,7 \text{ volts}$$

Les valeurs efficaces des tensions aux bornes d'un enroulement et entre phase s'écrivent :

$$V_S = \sqrt{\frac{v_{Sd}^2 + v_{Sq}^2}{3}} \text{ et } U_S = V_S \sqrt{3}$$

L'application numérique donne :

$$V_S = 346,2 \text{ Volts} \text{ et } U_S = 599,7 \text{ Volts} \text{ avec } f_S = 86,79 \text{ Hz}$$

Q.C.40. A partir de la courbe de la figure C.9. on obtient pour une vitesse de 30 Km/h un couple électromagnétique de 141,6 Nm. A partir de la on calcule la nouvelle valeur de i_{Sd} . On obtient :

$$i_{Sq} = 88 \text{ A} ; i_{Sd} = 31,7 \text{ A} ; p\Omega = 640,76 \text{ rd/s} ; \omega_R = 13,8 \text{ rd/s} \text{ et } \omega_S = 654,26 \text{ rd/s}$$

A l'aide de ces valeurs on obtient :

$$v_{Sd} = -127,29 \text{ Volts} \text{ et } v_{Sq} = 591,39 \text{ Volts}$$

D'où les valeurs suivantes :

$$V_S = 349,25 \text{ Volts} ; U_S = 604,9 \text{ Volts} \text{ avec } f_S = 104,17 \text{ Hz}$$

Q.C.41. **Estimateur du courant magnétisant.**

De l'expression (4) on tire $i_{Rd} = \frac{\Psi_{Rd}}{L_R} - \frac{M}{L_R} i_{Sd}$ qu'on remplace dans l'expression (3) ce qui

donne $M i_{Sd} = \Psi_{Rd} + \tau_R \frac{d\Psi_{Rd}}{dt}$ ou encore :

$$i_{Sd} = i_M + \tau_R \frac{di_M}{dt}$$

Cette expression nous indique comment déterminer la valeur de i_M à partir de la mesure de i_{Sd} et connaissant la valeur de τ_R . La fonction de transfert de l'estimateur du courant magnétisant s'écrit :

$$\frac{\hat{i}_M(s)}{i_{Sd}(s)} = \frac{1}{1 + \tau_R s} \text{ avec } \tau_R = 0,2 \text{ seconde}$$

Q.C.42. **Estimateur de la pulsation des grandeurs rotoriques.**

De l'expression (6) on tire $i_{Rq} = -\frac{M}{L_R} i_{Sq}$ qu'on remplace dans (5) ce qui donne :

$$\omega_R = \frac{R_R M}{L_R} \cdot \frac{i_{Sq}}{\Psi_{Rd}}$$

D'où l'expression de l'estimateur de la pulsation ω_R :

$$\omega_R^{\wedge} = \frac{1}{\tau_R} \cdot \frac{i_{Sq}}{i_M^{\wedge}}$$

Q.C.43. A l'aide des expressions (3), (4) et (6) on obtient les relations suivantes :

$$\begin{aligned} i_{Sd} &= i_M + \tau_R \frac{di_M}{dt} \\ i_{Rd} &= -\frac{M}{R_R} \cdot \frac{di_M}{dt} \\ i_{Rq} &= -\frac{M}{L_R} i_{Sq} \end{aligned}$$

En remplaçant les expressions précédentes dans (1) et (2) on obtient :

$$\begin{aligned} v_{Sd} + \sigma L_S \omega_S i_{Sq} &= R_S \left(i_M + (\tau_R + \tau_S) \frac{di_M}{dt} + \sigma \tau_S \tau_R \frac{d^2 i_M}{dt^2} \right) \\ v_{Sq} - L_S \omega_S \left(i_M + \sigma \tau_R \frac{di_M}{dt} \right) &= R_S \left(i_{Sq} + \sigma \tau_S \frac{di_{Sq}}{dt} \right) \end{aligned}$$

en identifiant on obtient :

$$\begin{aligned} e_d &= \sigma L_S \omega_S i_{Sq} \\ e_q &= -L_S \omega_S \left(i_M + \sigma \tau_R \frac{di_M}{dt} \right) \end{aligned}$$

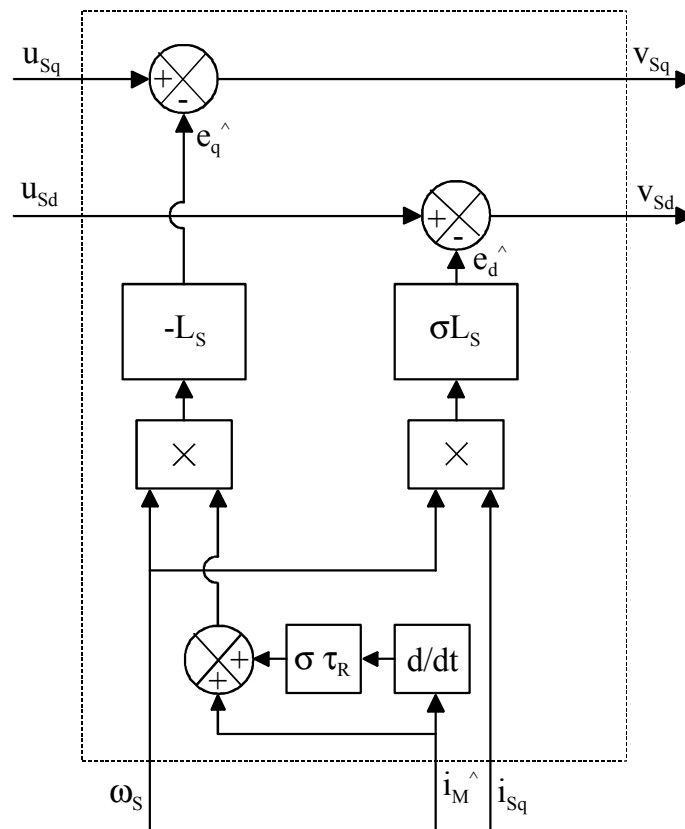
Q.C.44.

$$\begin{aligned} A &= \tau_R + \tau_S \\ B &= \sigma \tau_S \tau_R \\ C &= \sigma \tau_S \end{aligned}$$

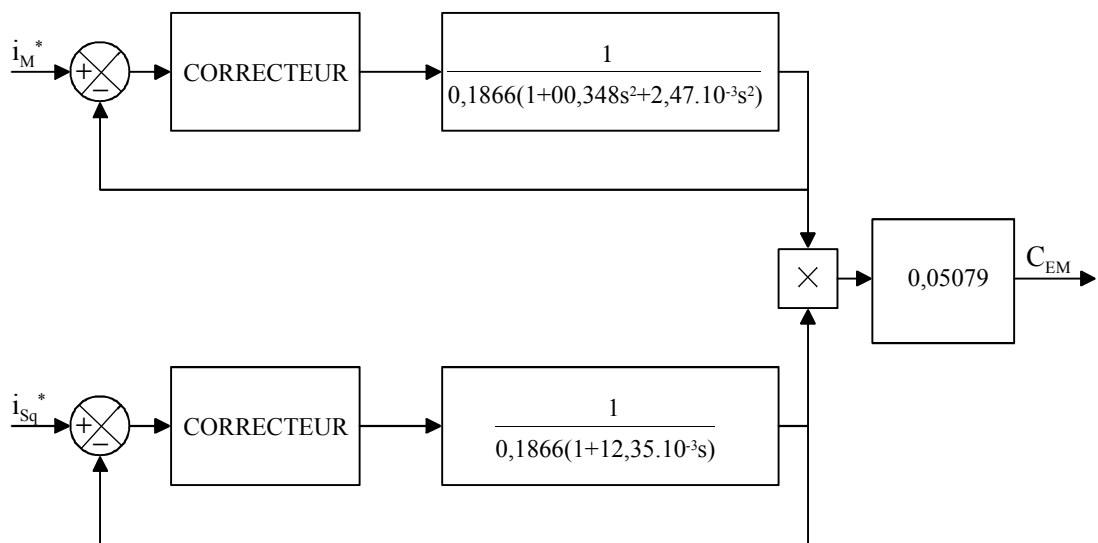
On obtient les fonctions de transfert suivantes :

$$\begin{aligned} H_M(s) &= \frac{1}{0,1866(1 + 0,348 \cdot s + 2,47 \cdot 10^{-3} \cdot s^2)} \\ H_Q(s) &= \frac{1}{0,1866(1 + 12,35 \cdot 10^{-3} \cdot s)} \end{aligned}$$

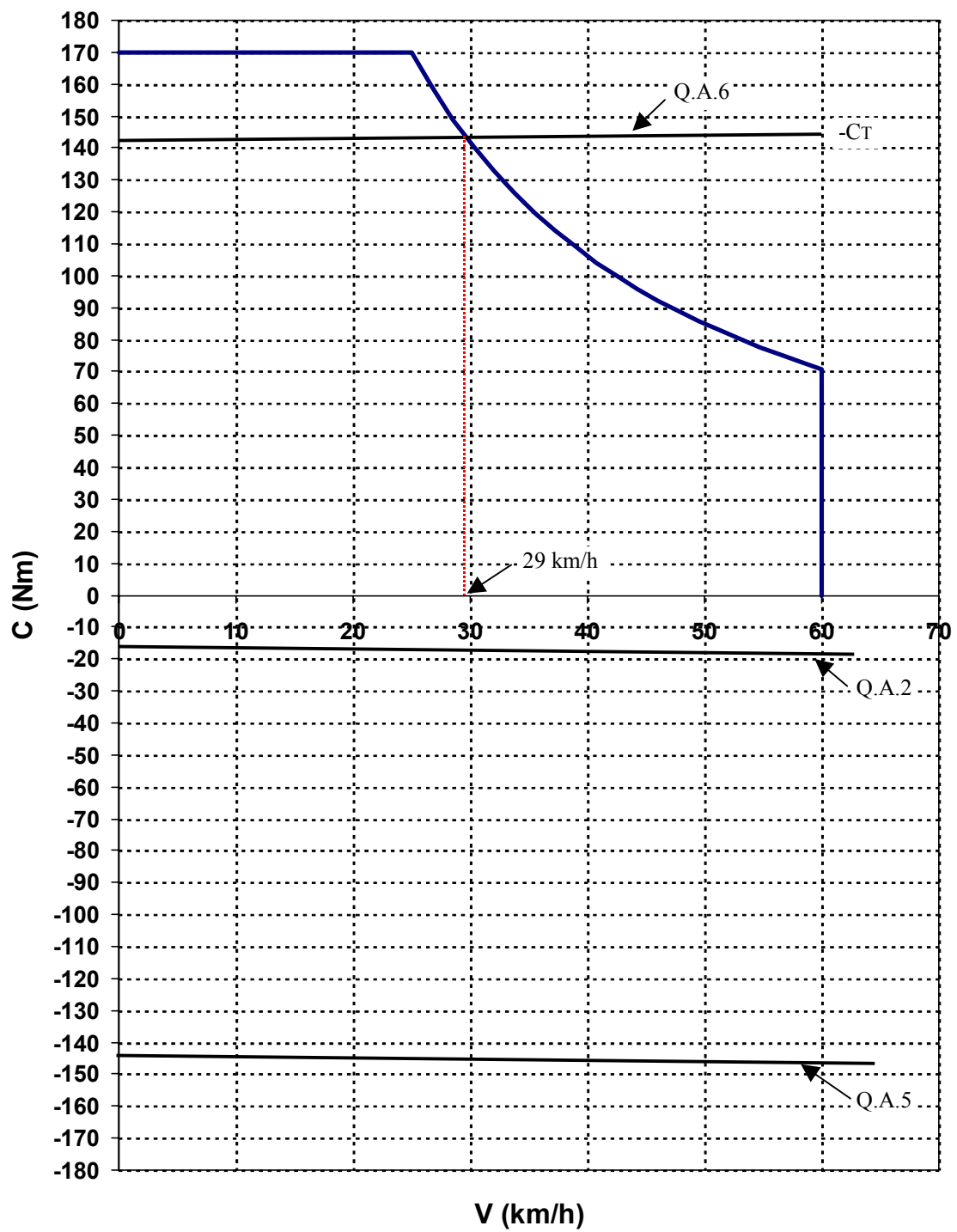
Q.C.45.



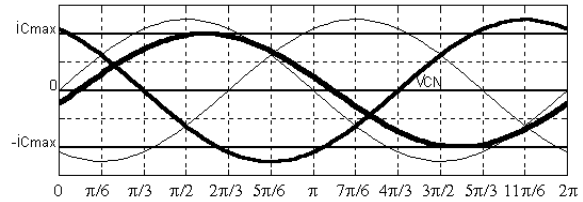
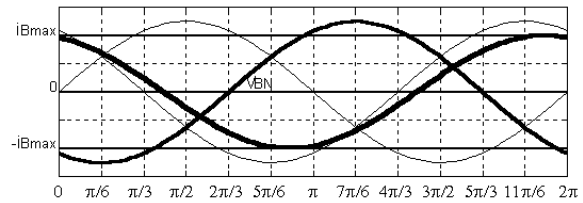
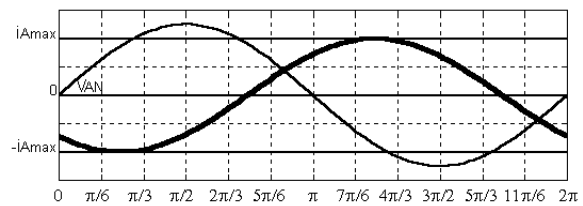
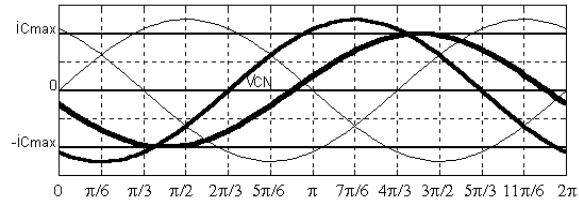
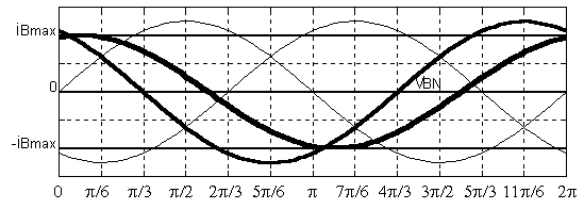
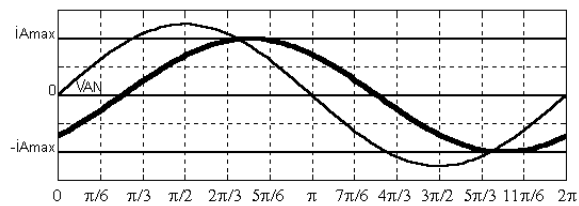
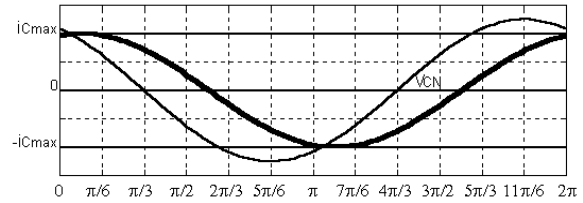
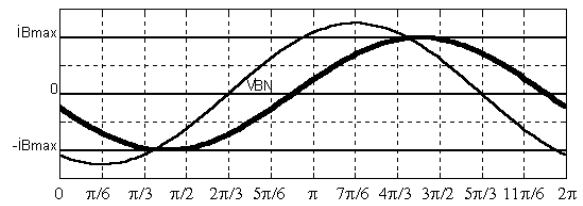
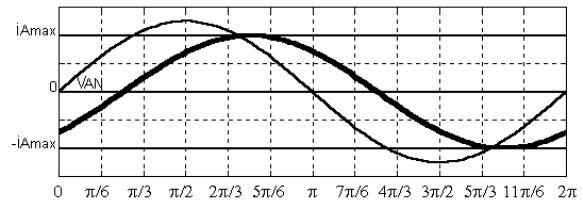
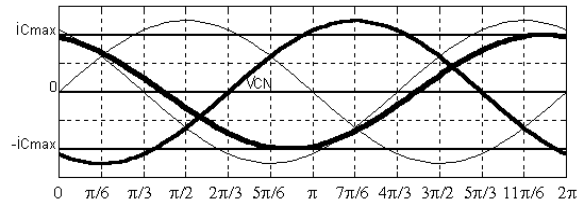
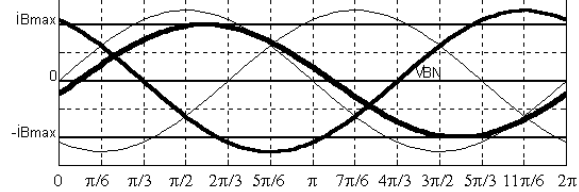
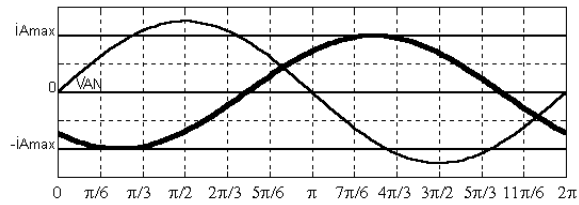
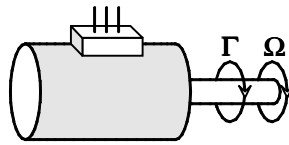
Q.C.46.



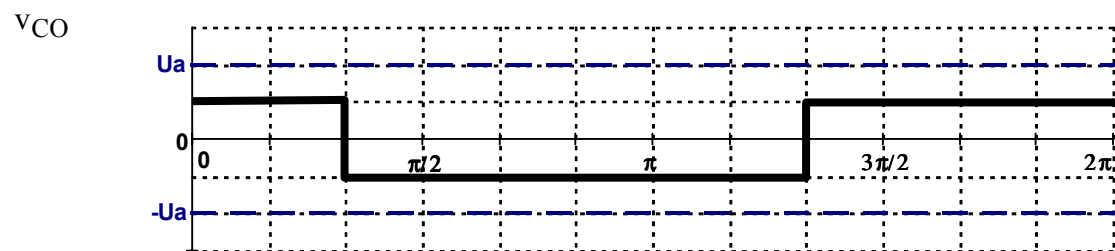
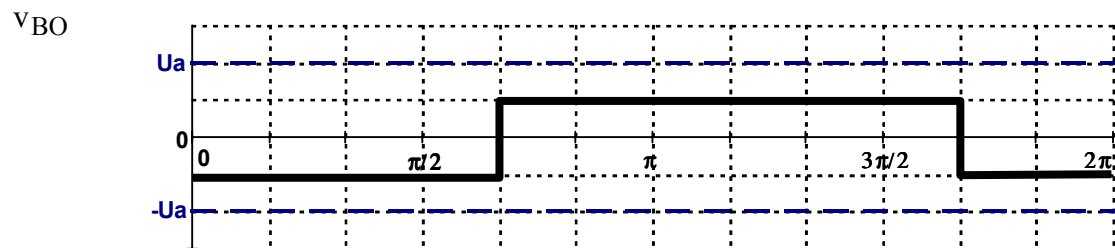
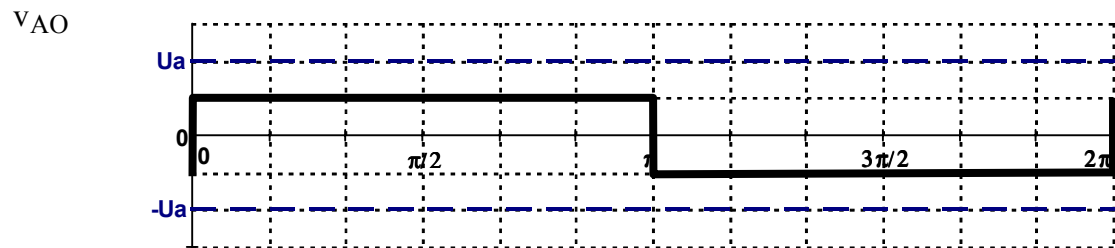
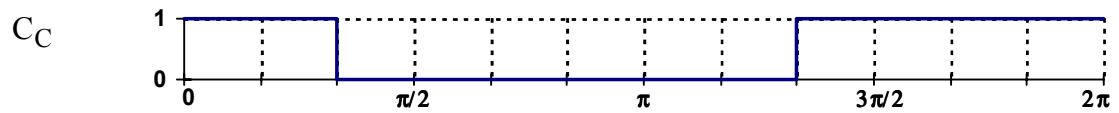
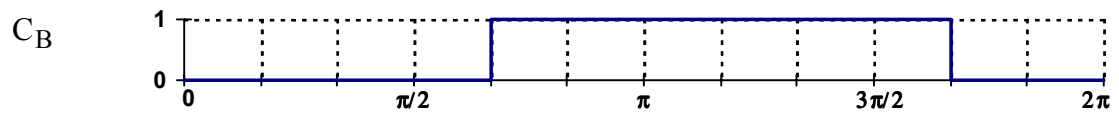
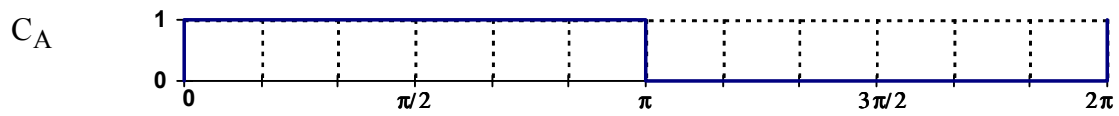
DOCUMENT RÉPONSE REP.A.1
A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS



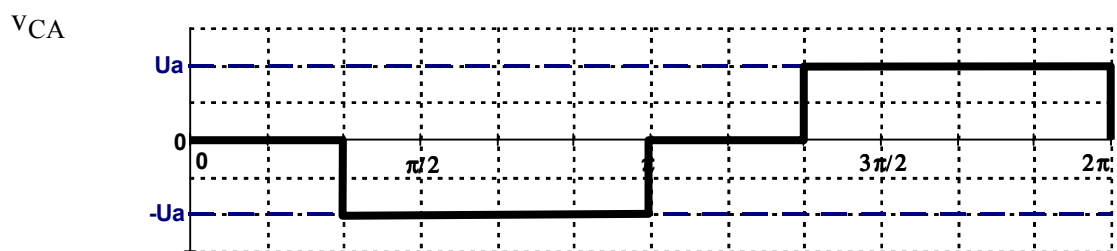
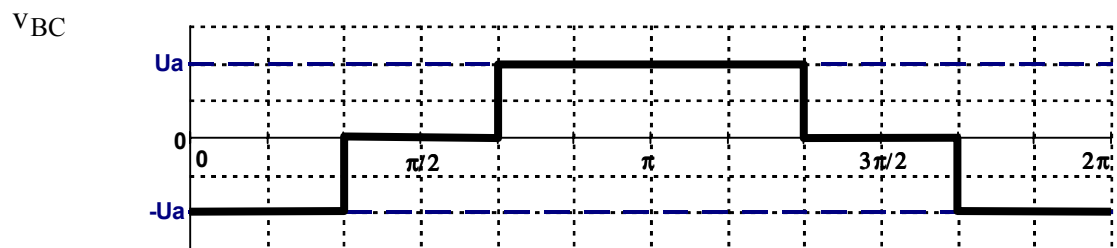
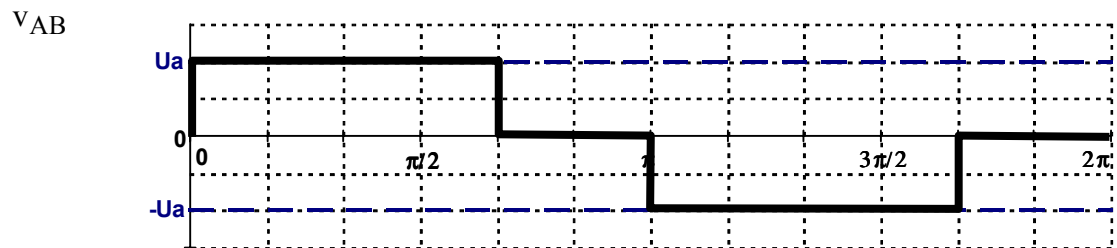
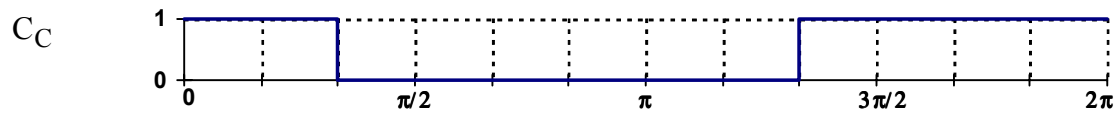
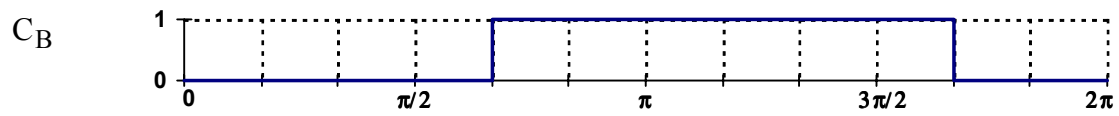
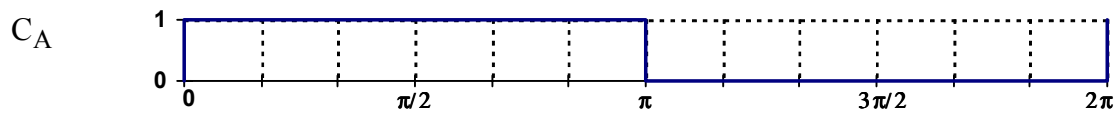
DOCUMENT RÉPONSE REP.A. 2
A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS



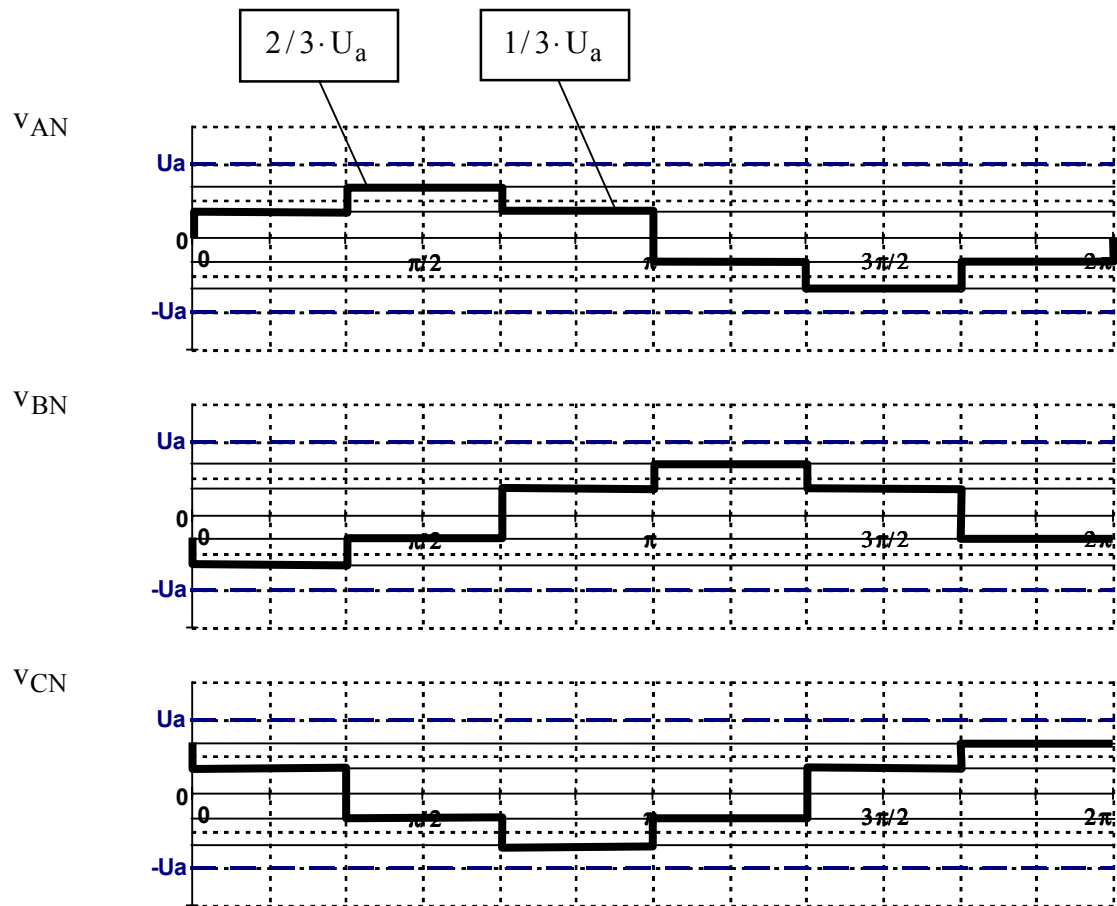
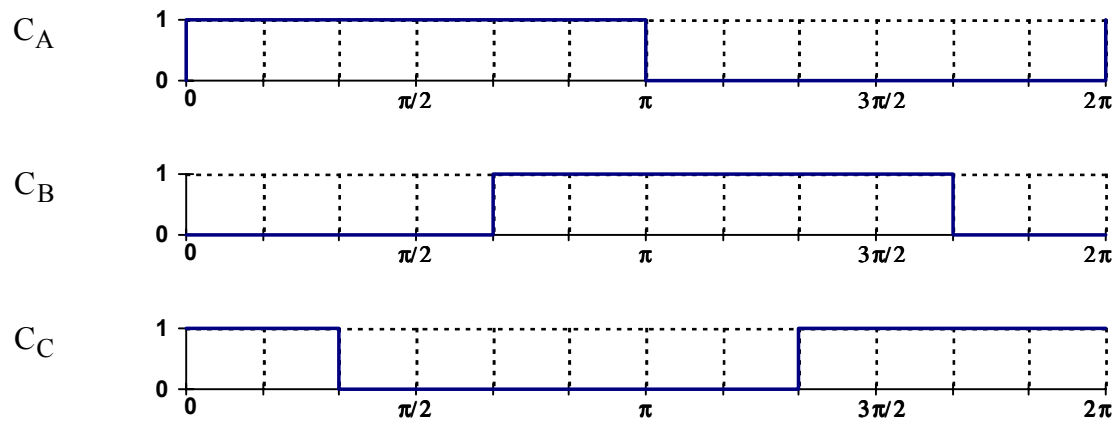
DOCUMENT RÉPONSE REP.B.1

A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS

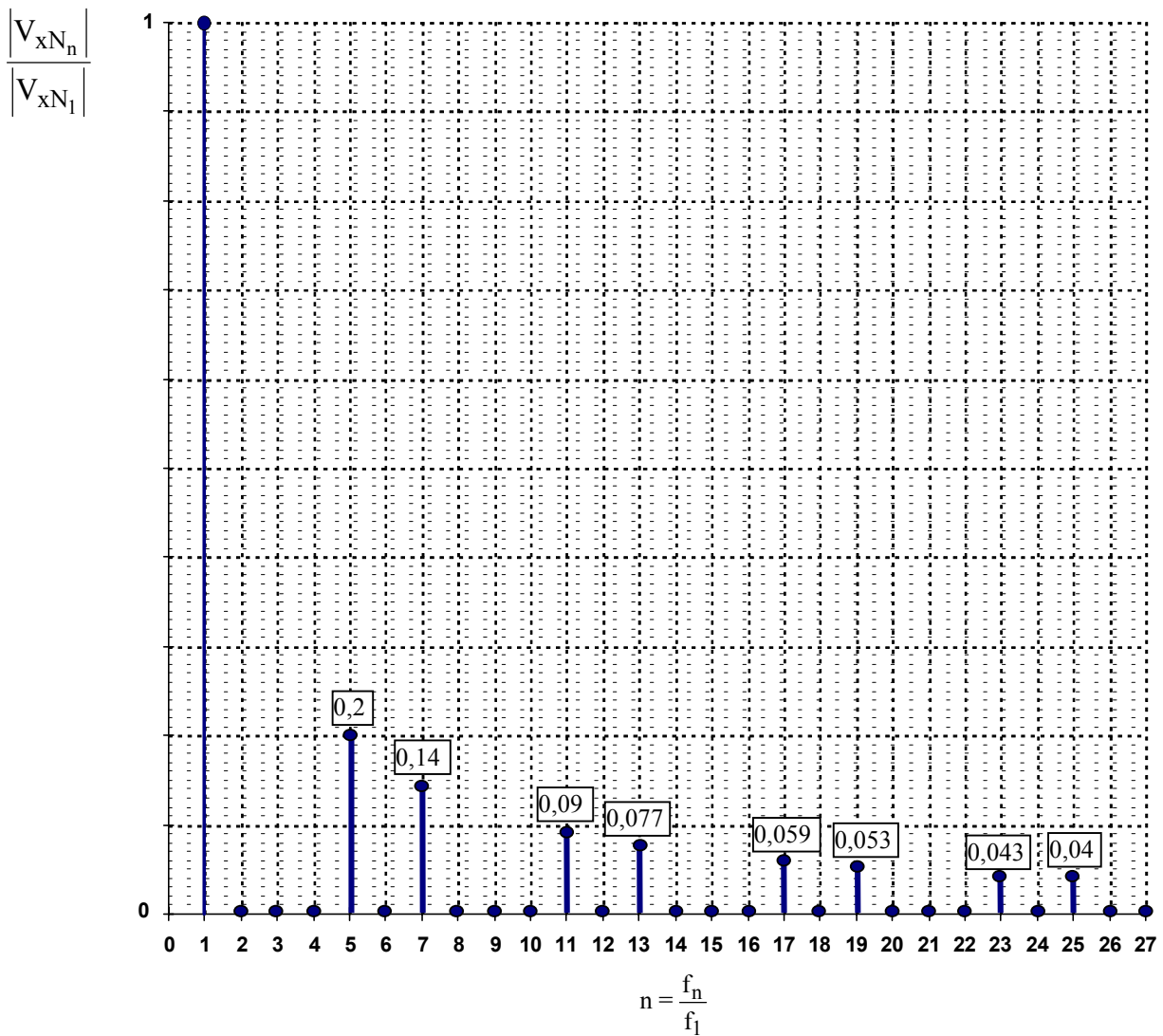
DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 2

A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS

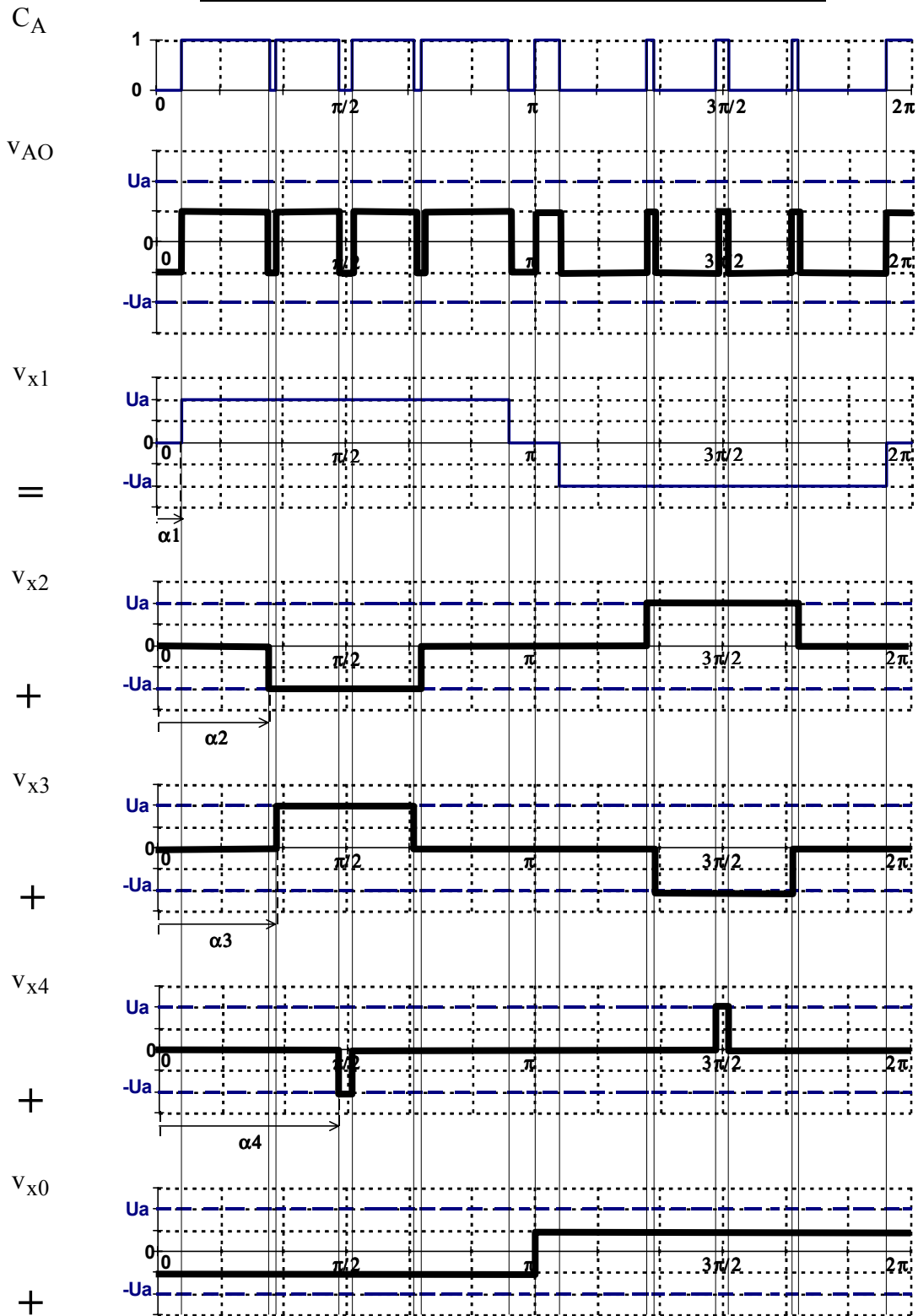
DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 3
A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS



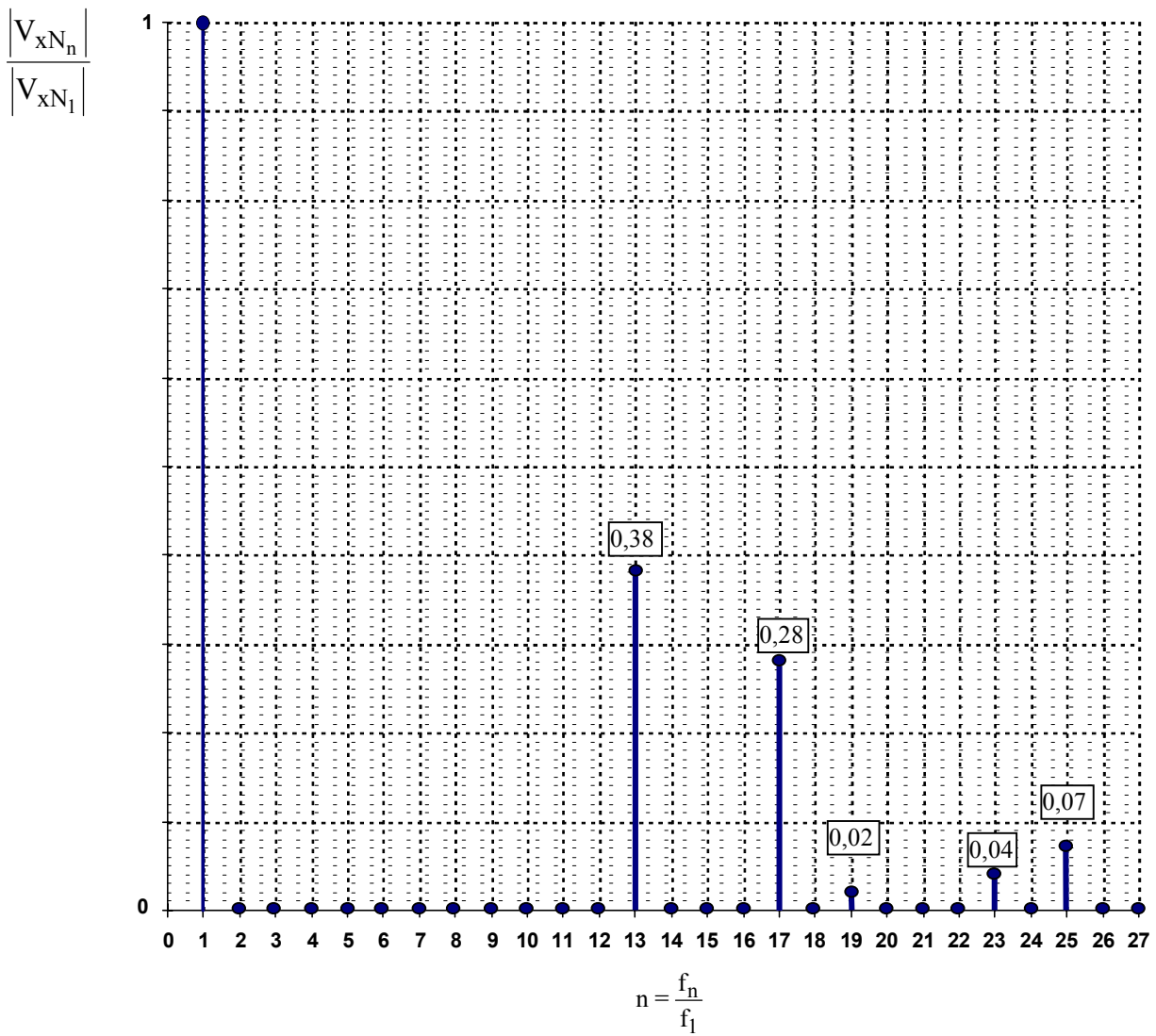
DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 4
A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS



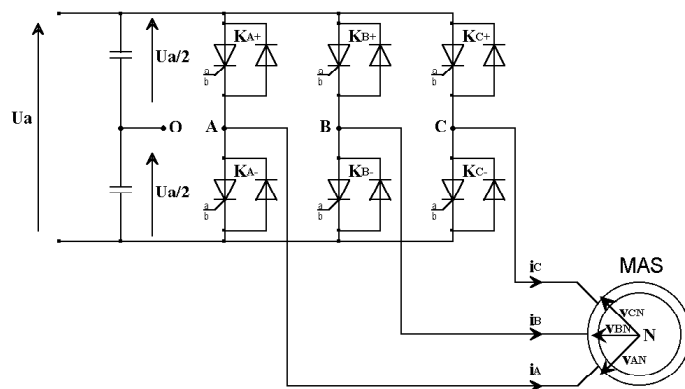
DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 5

A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS

DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 6
A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS

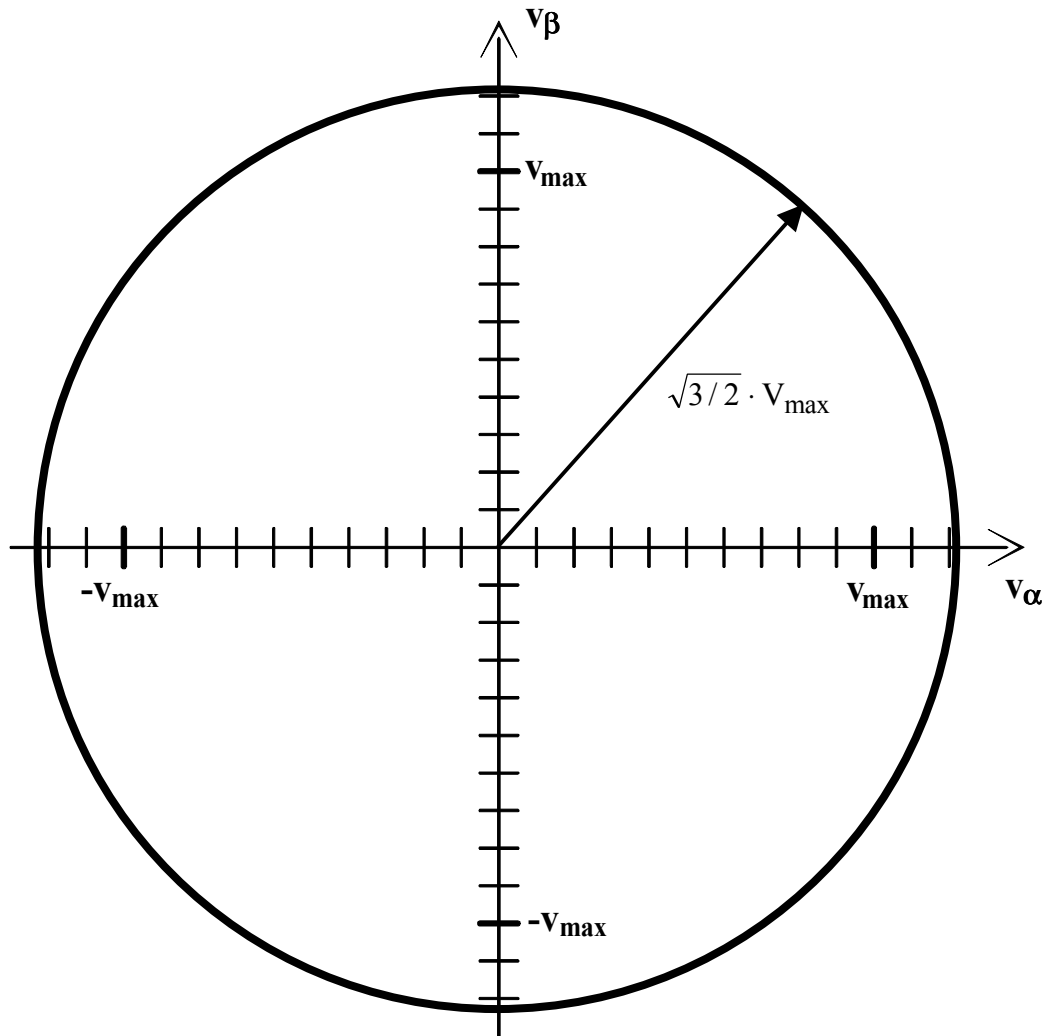


DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 7

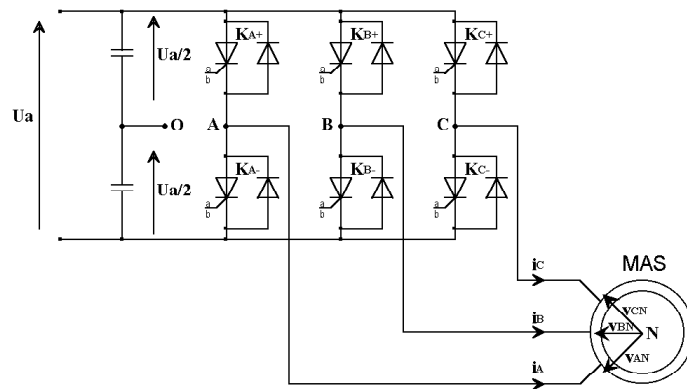
A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS

C_A	C_B	C_C	v_{A0}	v_{B0}	v_{C0}	v_{AN}	v_{BN}	v_{CN}
0	0	0	$-\frac{U_a}{2}$	$-\frac{U_a}{2}$	$-\frac{U_a}{2}$	0	0	0
0	0	1	$-\frac{U_a}{2}$	$-\frac{U_a}{2}$	$+\frac{U_a}{2}$	$-\frac{U_a}{3}$	$-\frac{U_a}{3}$	$+\frac{2U_a}{3}$
0	1	0	$-\frac{U_a}{2}$	$+\frac{U_a}{2}$	$-\frac{U_a}{2}$	$-\frac{U_a}{3}$	$+\frac{2U_a}{3}$	$-\frac{U_a}{3}$
0	1	1	$-\frac{U_a}{2}$	$+\frac{U_a}{2}$	$+\frac{U_a}{2}$	$-\frac{2U_a}{3}$	$+\frac{U_a}{3}$	$+\frac{U_a}{3}$
1	0	0	$+\frac{U_a}{2}$	$-\frac{U_a}{2}$	$-\frac{U_a}{2}$	$+\frac{2U_a}{3}$	$-\frac{U_a}{3}$	$-\frac{U_a}{3}$
1	0	1	$+\frac{U_a}{2}$	$-\frac{U_a}{2}$	$+\frac{U_a}{2}$	$+\frac{U_a}{3}$	$-\frac{2U_a}{3}$	$+\frac{U_a}{3}$
1	1	0	$+\frac{U_a}{2}$	$+\frac{U_a}{2}$	$-\frac{U_a}{2}$	$+\frac{U_a}{3}$	$+\frac{U_a}{3}$	$-\frac{2U_a}{3}$
1	1	1	$+\frac{U_a}{2}$	$+\frac{U_a}{2}$	$+\frac{U_a}{2}$	0	0	0

DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 8
A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS

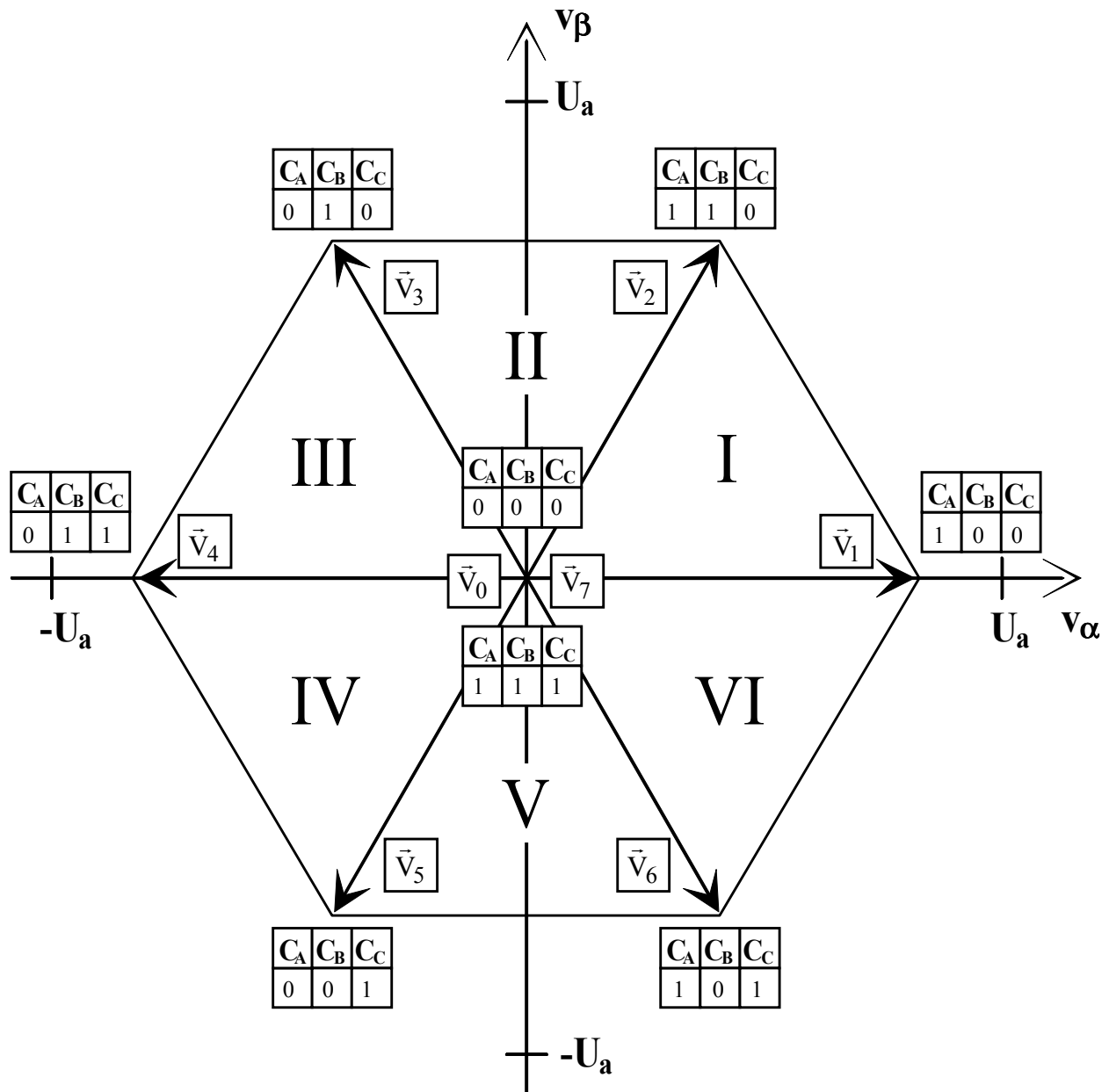


DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 9

A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS

	C_B	C_C	v_α	v_β	Nom du vecteur
0	0	0	0	0	$\vec{V}_0$
0	0	1	$-\frac{1}{\sqrt{6}} \cdot U_a$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot U_a$	$\vec{V}_5$
0	1	0	$-\frac{1}{\sqrt{6}} \cdot U_a$	$+\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot U_a$	$\vec{V}_3$
0	1	1	$-\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot U_a$	0	$\vec{V}_4$
1	0	0	$+\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot U_a$	0	$\vec{V}_1$
1	0	1	$+\frac{1}{\sqrt{6}} \cdot U_a$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot U_a$	$\vec{V}_6$
1	1	0	$+\frac{1}{\sqrt{6}} \cdot U_a$	$+\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot U_a$	$\vec{V}_2$
1	1	1	0	0	$\vec{V}_7$

DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 10

A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS

A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS



$$\alpha_i = \frac{\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} - \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a}$$

$$\alpha_{i+1} = \frac{0 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} + \sqrt{2} \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a}$$



$$\alpha_i = \frac{\sqrt{6/2} \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} + \sqrt{2} / 2 \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a}$$

$$\alpha_{i+1} = \frac{-\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} + \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a}$$



$$\alpha_i = \frac{0 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} + \sqrt{2} \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a}$$

$$\alpha_{i+1} = \frac{-\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} - \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a}$$

DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 12

A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS

	<u>SECTEUR IV</u> $\alpha_i = \frac{-\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} + \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a}$ $\alpha_{i+1} = \frac{0 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} - \sqrt{2} \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a}$
	<u>SECTEUR V</u> $\alpha_i = \frac{-\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} - \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a}$ $\alpha_{i+1} = \frac{\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} - \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a}$
	<u>SECTEUR VI</u> $\alpha_i = \frac{0 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} - \sqrt{2} \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a}$ $\alpha_{i+1} = \frac{\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} + \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a}$

DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 13

A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS

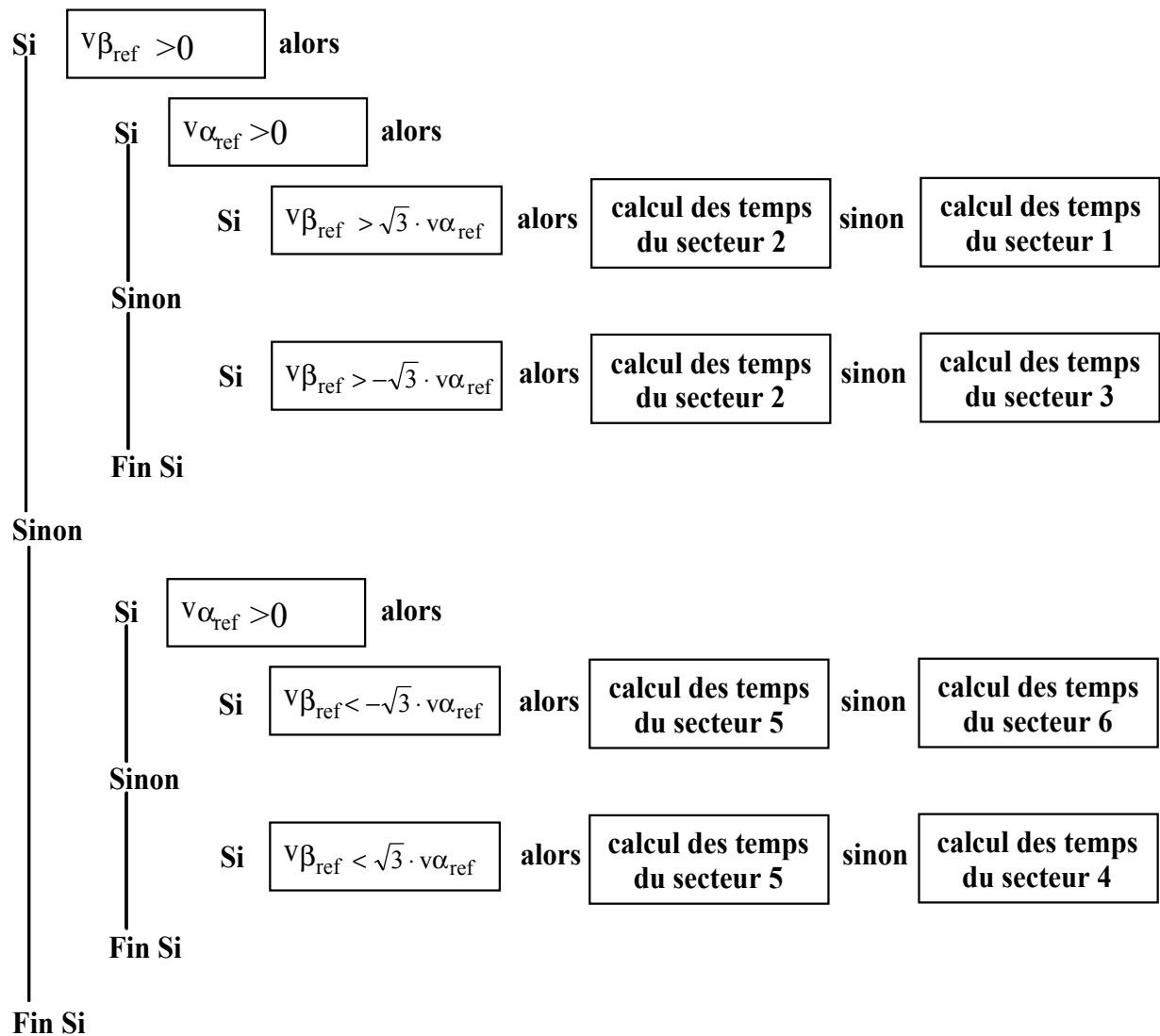
SECTEUR ____	$T_1 = \frac{\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} - \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a} \cdot T_e$ $T_2 = \frac{0 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} + \sqrt{2} \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a} \cdot T_e$ $T_0 = \frac{T_e - T_1 - T_2}{4}$
SECTEUR ____	$T_2 = \frac{\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} + \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a} \cdot T_e$ $T_3 = \frac{-\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} + \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a} \cdot T_e$ $T_0 = \frac{T_e - T_2 - T_3}{4}$
SECTEUR ____	$T_3 = \frac{0 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} + \sqrt{2} \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a} \cdot T_e$ $T_4 = \frac{-\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{\text{ref}}} - \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{\text{ref}}}}{U_a} \cdot T_e$ $T_0 = \frac{T_e - T_3 - T_4}{4}$

DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 14

A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS

SECTEUR ____	$T_4 = \frac{-\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{ref}} + \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{ref}}}{U_a} \cdot T_e$ $T_5 = \frac{0 \cdot v_{\alpha_{ref}} - \sqrt{2} \cdot v_{\beta_{ref}}}{U_a} \cdot T_e$ $T_0 = \frac{T_e - T_4 - T_5}{4}$
SECTEUR ____	$T_5 = \frac{-\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{ref}} - \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{ref}}}{U_a} \cdot T_e$ $T_6 = \frac{\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{ref}} - \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{ref}}}{U_a} \cdot T_e$ $T_0 = \frac{T_e - T_5 - T_6}{4}$
SECTEUR ____	$T_6 = \frac{0 \cdot v_{\alpha_{ref}} - \sqrt{2} \cdot v_{\beta_{ref}}}{U_a} \cdot T_e$ $T_1 = \frac{\sqrt{6}/2 \cdot v_{\alpha_{ref}} + \sqrt{2}/2 \cdot v_{\beta_{ref}}}{U_a} \cdot T_e$ $T_0 = \frac{T_e - T_6 - T_1}{4}$

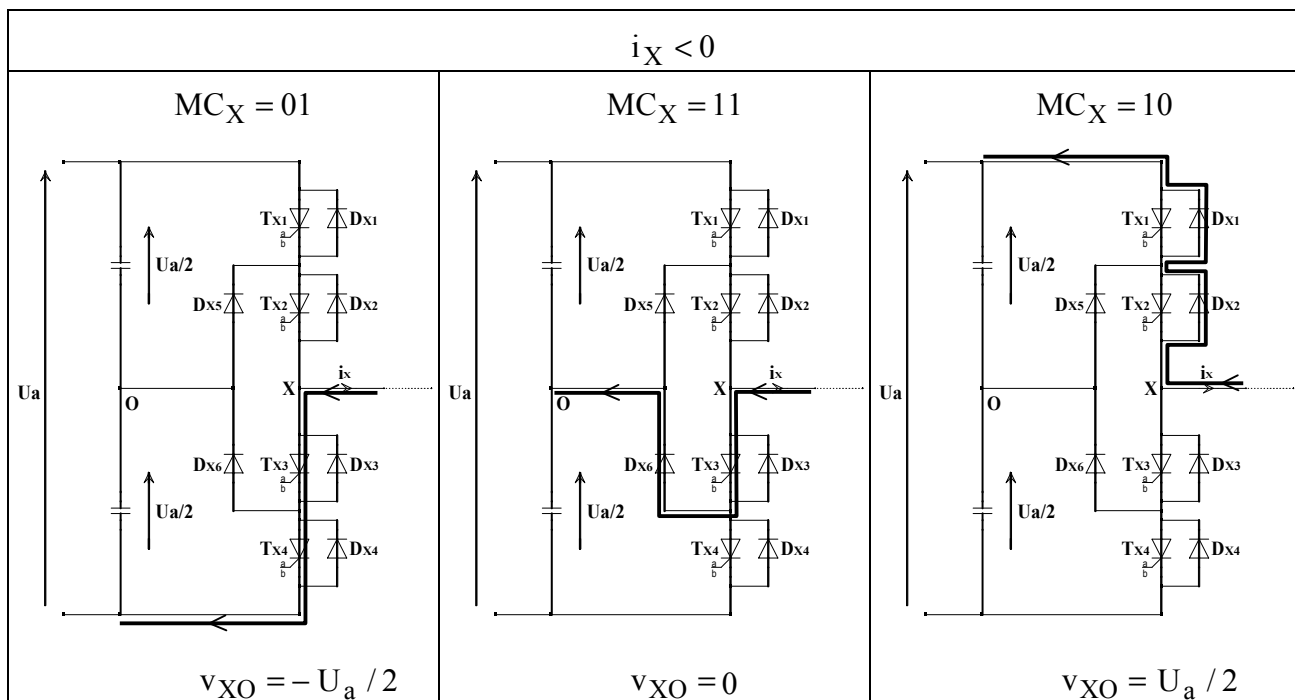
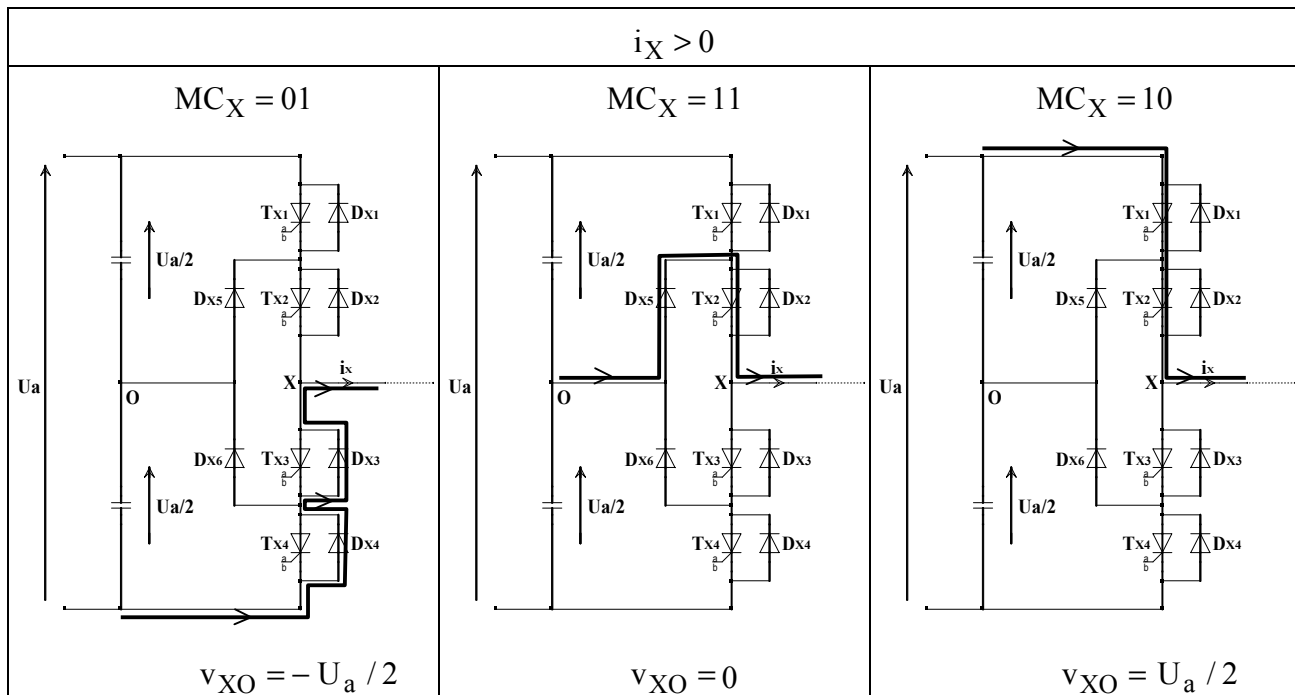
DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 15
A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS



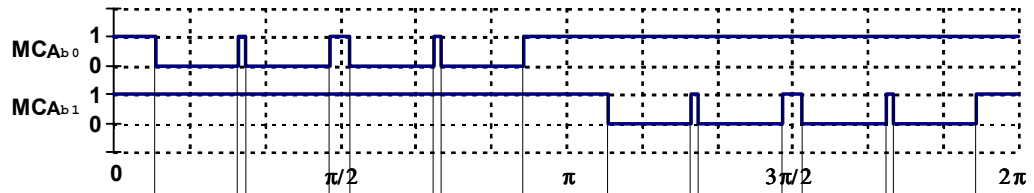
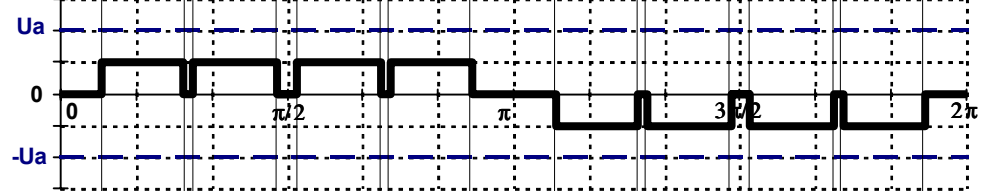
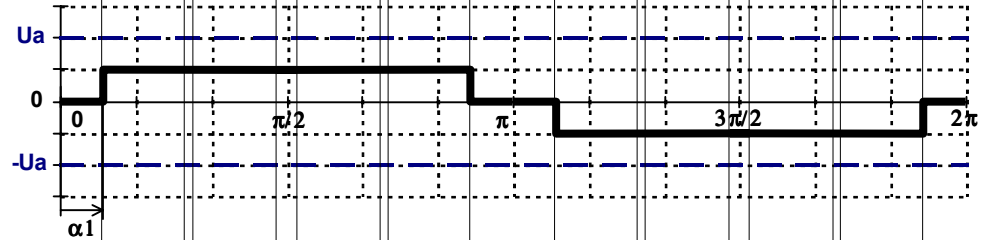
DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 16
A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS

t	$v_{\alpha_{\text{ref}}}$	$v_{\beta_{\text{ref}}}$	N° Secteur	α_A	α_B	α_C
0	$0,59 \cdot U_a$	$-0,16 \cdot U_a$	VI	0,92	0,08	0,31
T/12	$0,59 \cdot U_a$	$0,16 \cdot U_a$	I	0,92	0,31	0,08
T/6	$0,43 \cdot U_a$	$0,43 \cdot U_a$	I	0,92	0,69	0,08
T/4	$0,16 \cdot U_a$	$0,59 \cdot U_a$	II	0,69	0,92	0,08
T/3	$-0,16 \cdot U_a$	$0,59 \cdot U_a$	II			
5T/12	$-0,43 \cdot U_a$	$0,43 \cdot U_a$	III			
T/2	$-0,59 \cdot U_a$	$0,16 \cdot U_a$	III			
7T/12	$-0,59 \cdot U_a$	$-0,16 \cdot U_a$	IV			
2T/3	$-0,43 \cdot U_a$	$-0,43 \cdot U_a$	IV			
3T/4	$-0,16 \cdot U_a$	$-0,59 \cdot U_a$	V			
5T/6	$0,16 \cdot U_a$	$-0,59 \cdot U_a$	V			
T	$0,59 \cdot U_a$	$-0,16 \cdot U_a$	VI			

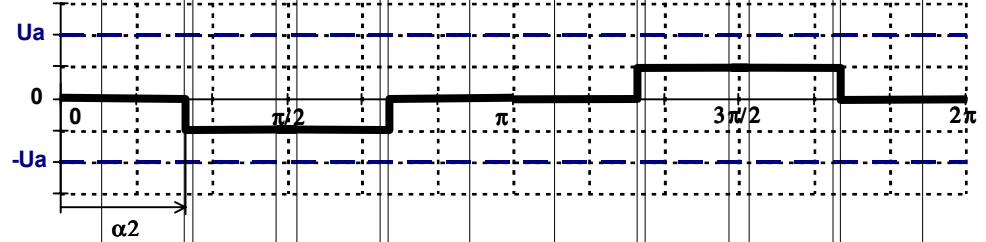
DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 17
A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS



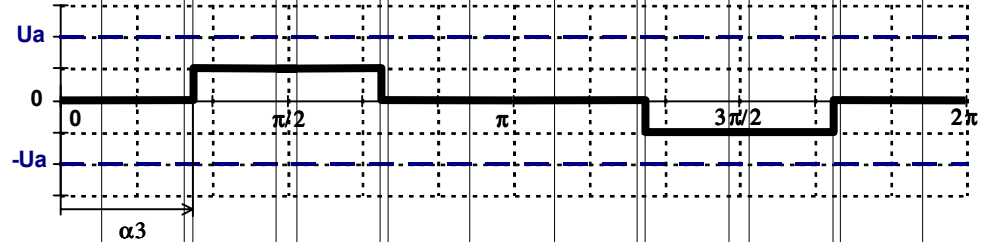
DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 18

A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURS MC_A  V_{AO}  V_{x1} 

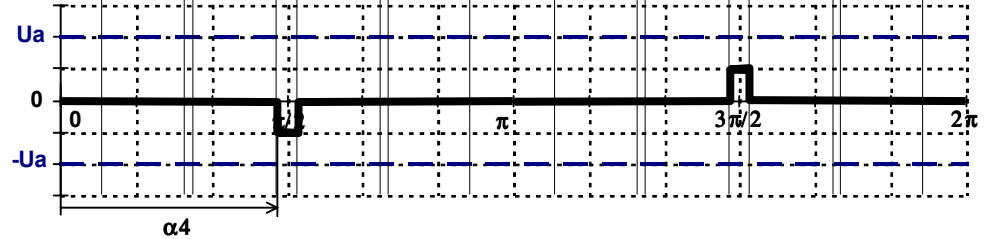
=

 V_{x2} 

+

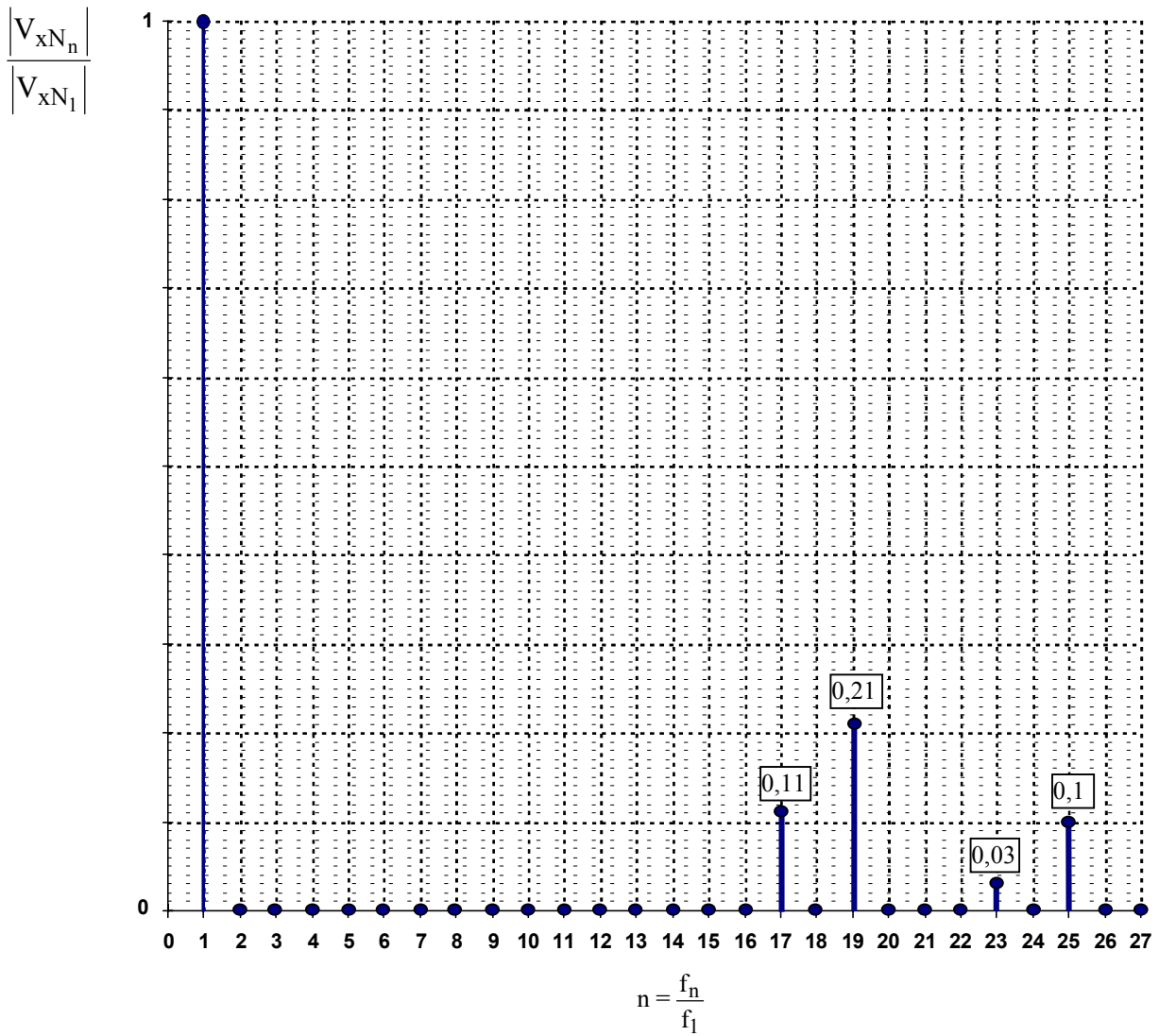
 V_{x3} 

+

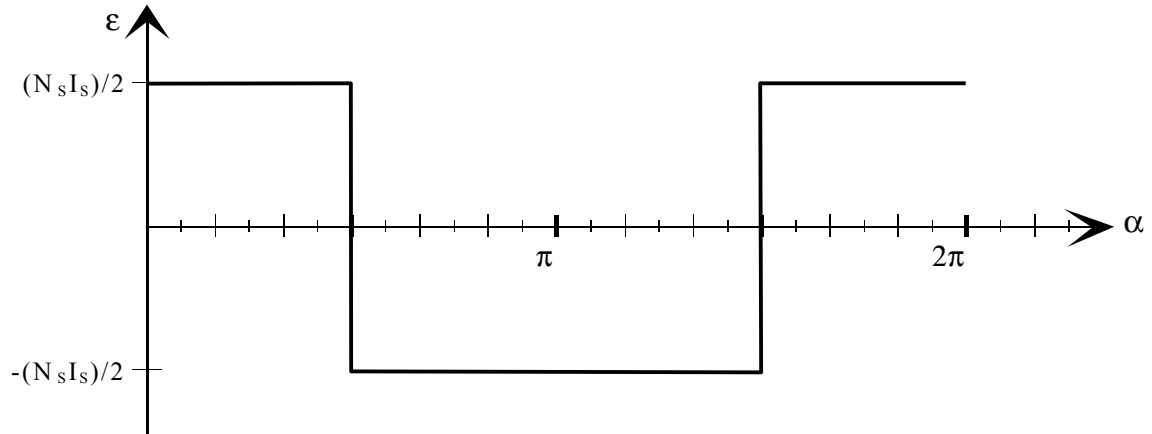
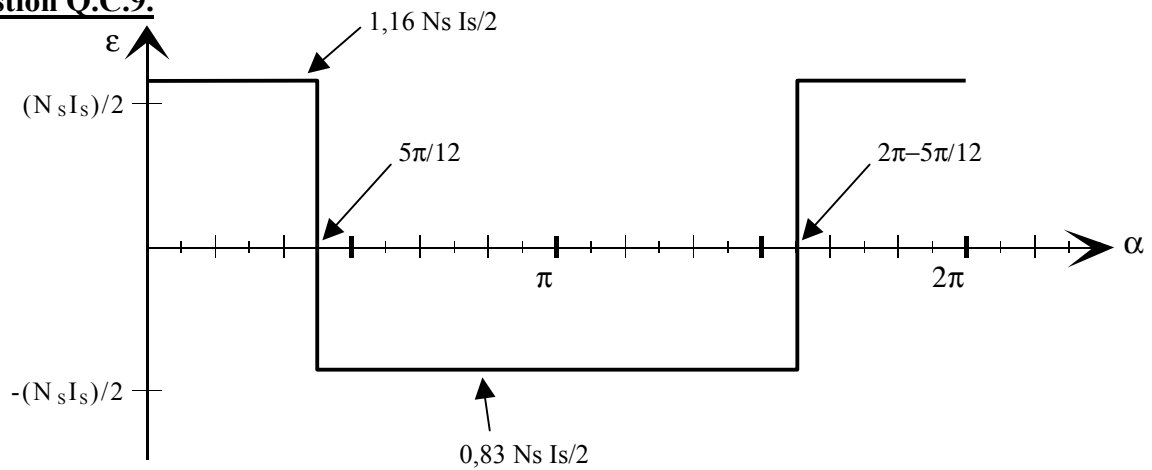
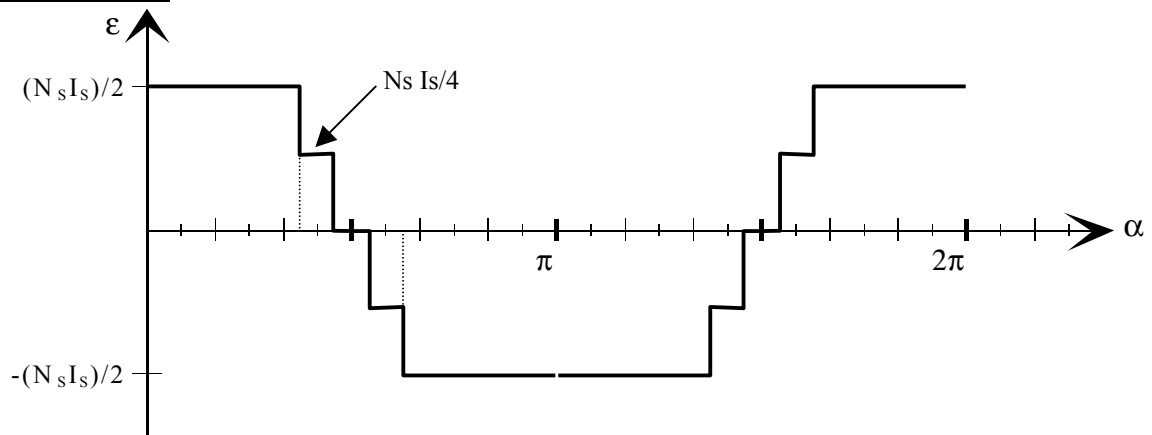
 V_{x4} 

+

DOCUMENT RÉPONSE REP.B. 19



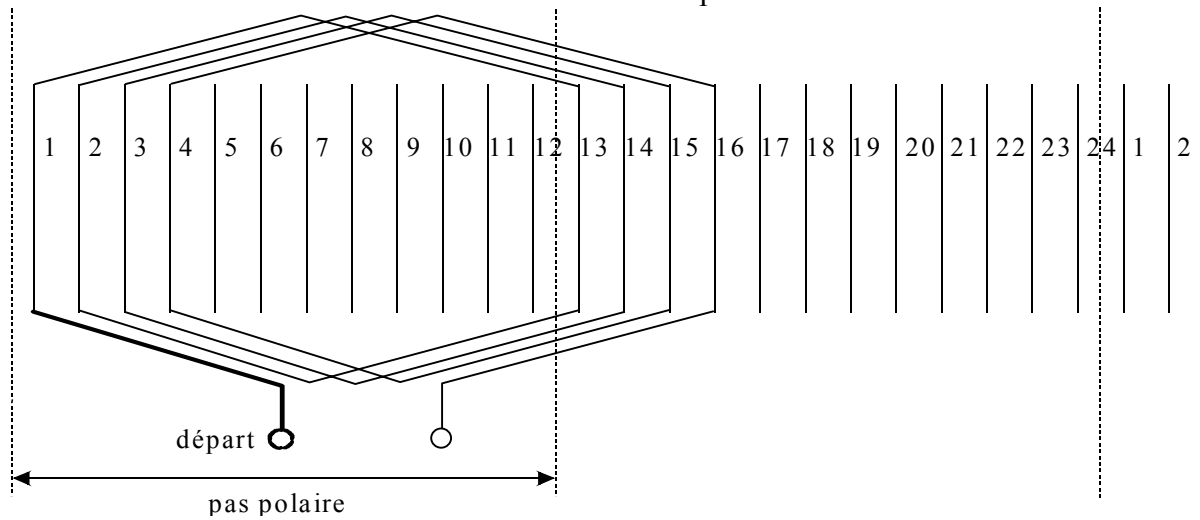
DOCUMENT RÉPONSE REP.C.1

A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURSQuestion Q.C.2.Question Q.C.9.Question Q.C.13.

DOCUMENT RÉPONSE REP.C. 2

A COMPLÉTER AVEC SOIN ET EN UTILISANT DES COULEURSQuestion Q.C.11.

Enroulement avec sections à pas diamétral.

Question Q.C.12.Enroulement avec sections à pas raccourci $\delta = \frac{5}{6}$.