

**Deuxième Epreuve**  
**Correction Partie A**

**A.1.1** Par axisymétrie le champ est tangent aux cercles centrés sur le fil conducteur. On a donc :

$$\int_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = H(r) \cdot 2\pi r = i \Rightarrow H(r) = \frac{i}{2\pi r}$$

**A.1.2.1.**

$$r = \sqrt{(Y+y)^2 + h^2} \Rightarrow H(y) = \frac{i}{2\pi \sqrt{(Y+y)^2 + h^2}}$$

**A.1.2.2.**

$$\Phi(y) = \mu_0 \cdot H(y) \cdot \sin\theta \cdot b \cdot dy = \mu_0 \cdot \frac{i}{2\pi \sqrt{(Y+y)^2 + h^2}} \cdot \frac{Y+y}{\sqrt{(Y+y)^2 + h^2}} \cdot b \cdot dy = 2i \cdot b \cdot 10^{-7} \cdot \frac{Y+y}{(Y+y)^2 + h^2} \cdot d$$

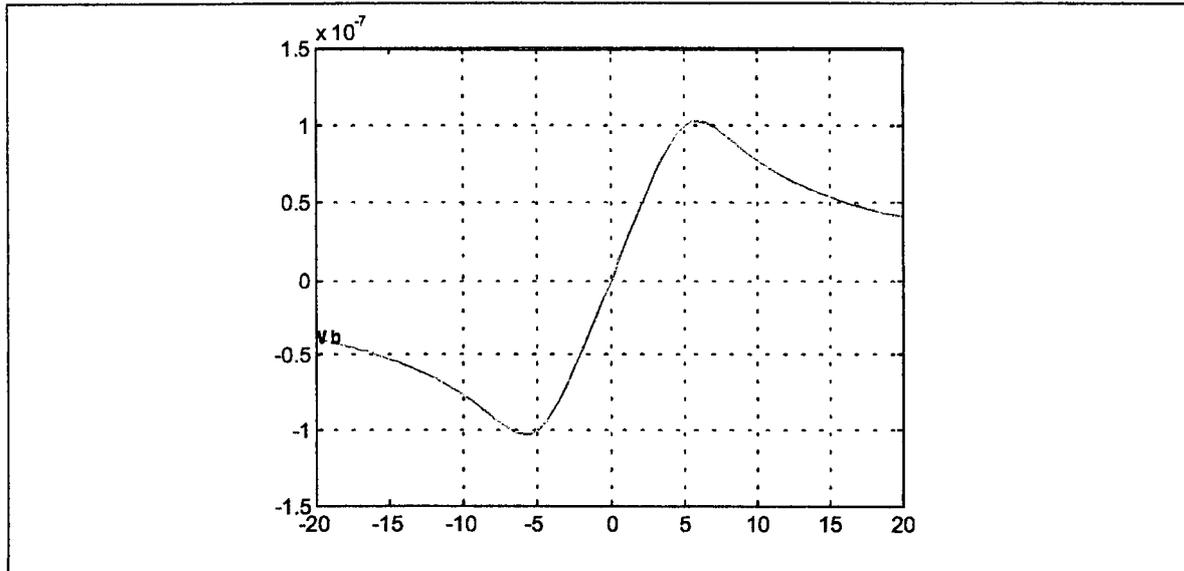
**A.1.2.3.**

$$\Phi(Y) = \int_{-b/2}^{b/2} 2i \cdot b \cdot 10^{-7} \cdot \frac{Y+y}{(Y+y)^2 + h^2} \cdot dy = i \cdot b \cdot 10^{-7} \left[ \log((Y+y)^2 + h^2) \right]_{-b/2}^{b/2} = i \cdot b \cdot 10^{-7} \log \left( \frac{(Y+b/2)^2 + h^2}{(Y-b/2)^2 + h^2} \right)$$

**A.1.2.4.** La dérivée vaut :

$$\begin{aligned} \frac{Y+b/2}{(Y+b/2)^2 + h^2} - \frac{Y-b/2}{(Y-b/2)^2 + h^2} &= \frac{(Y+b/2)((Y-b/2)^2 + h^2) - (Y-b/2)((Y+b/2)^2 + h^2)}{((Y+b/2)^2 + h^2)((Y-b/2)^2 + h^2)} \\ &= \frac{-bY^2 + \frac{b^2}{4} + h^2}{((Y+b/2)^2 + h^2)((Y-b/2)^2 + h^2)} \end{aligned}$$

qui s'annule pour  $Y = \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} + h^2}$

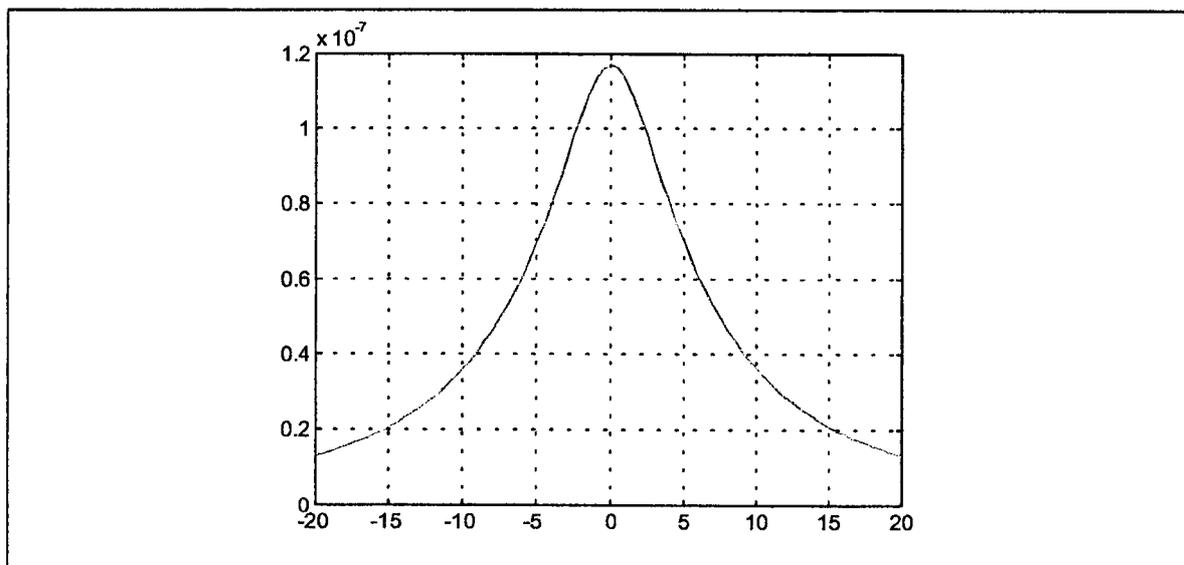


pour  $i=0,4 \text{ A}$ ,  $b=10 \text{ cm}$ ,  $N=10$ ,  $h=3 \text{ cm}$ .

A.1.2.5. On ne peut utiliser que le domaine "monotone", c'est à dire de  $-\sqrt{\frac{b^2}{4} + h^2}$  à  $\sqrt{\frac{b^2}{4} + h^2}$

A.1.3. Cette fois le flux ne change pas de signe. Il est maximum lorsque la bobine verticale est au droit du fil

$$\Phi_v(Y) = \int_0^b 2i \cdot b \cdot 10^{-7} \cdot \frac{h+z}{(h+z)^2 + Y^2} \cdot dz = i \cdot b \cdot 10^{-7} \left[ \log((h+z)^2 + Y^2) \right]_0^b = i \cdot b \cdot 10^{-7} \log\left(\frac{(h+b)^2 + Y^2}{h^2 + Y^2}\right)$$



pour  $i=0,4 \text{ A}$ ,  $b=10 \text{ cm}$ ,  $N=10$ ,  $h=3 \text{ cm}$ .

A.1.4.1.  $E_h(Y, t) = j\omega N \Phi_h(Y)$

A.1.4.2.  $E=1,7 \text{ mV}$  dans les deux cas

**A.1.4.3.** En regardant la phase de la f.e.m aux bornes de la bobine horizontale, par rapport à la phase de la f.e.m aux bornes de la bobine verticale. Si en phase, on est à droite du fil, si en opposition de phase, on est à gauche du fil.

**A.1.4.4.** On 1,7 mV pour 3 cm. Il faut donc un gain de  $G = \frac{3 \cdot 2}{1,7 \cdot 10^{-3}} \approx 3500$  soit environ 71 dB.

## Deuxième Epreuve Correction Partie A

$$\text{B.1.1.1 } v_4(t) = v_1(t) \cdot v_3(t) = \left( \sum_{\substack{\text{fréquences} \\ \text{présentes}}} E_h(Y_i) \cdot \sin(\omega_i t + \pi \cdot \text{signe}(Y_i)) \right) \cdot E \sin(\omega_i t)$$

**B.1.1.2** seul le produit :

$$E_h(Y_i) \cdot \sin(\omega_i t + \pi \cdot \text{signe}(Y_i)) \cdot E \sin(\omega_i t) = \pm \frac{E_h(Y_i) \cdot E}{2} (1 - \cos(2\omega_i t))$$

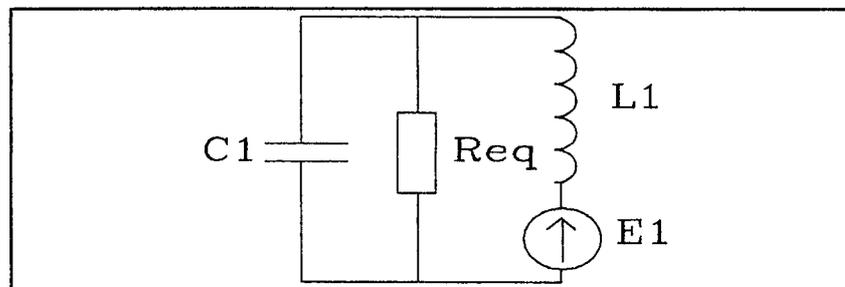
donne une valeur continue non nulle  $\pm \frac{E_h(Y_i) \cdot E}{2}$

**B.1.1.3** Si on décompose  $v_3(t)$  en série de fourier, on a :

$$v_4(t) = v_1(t) \cdot v_3(t) = \left( \sum_{\substack{\text{fréquences} \\ \text{présentes}}} E_h(Y_i) \cdot \sin(\omega_i t + \pi \cdot \text{signe}(Y_i)) \right) \cdot \sum_{n \text{ impair}} E_n \sin(n\omega_i t + \varphi_n)$$

**B.1.1.4** Il ne faut pas que l'une des fréquences utilisées soit un harmonique impair d'une autre des fréquences. C'est le cas ici en ayant choisi  $f_6 < 3f_1$

**B.1.2.1.1** L'impédance d'entrée du LM565C donné par le constructeur est de 5 kΩ. Placée en parallèle aux 1,2 kΩ externes ( R17 et R18 ), cela donne une résistance équivalente de 1 kΩ. On a donc le schéma équivalent suivant :



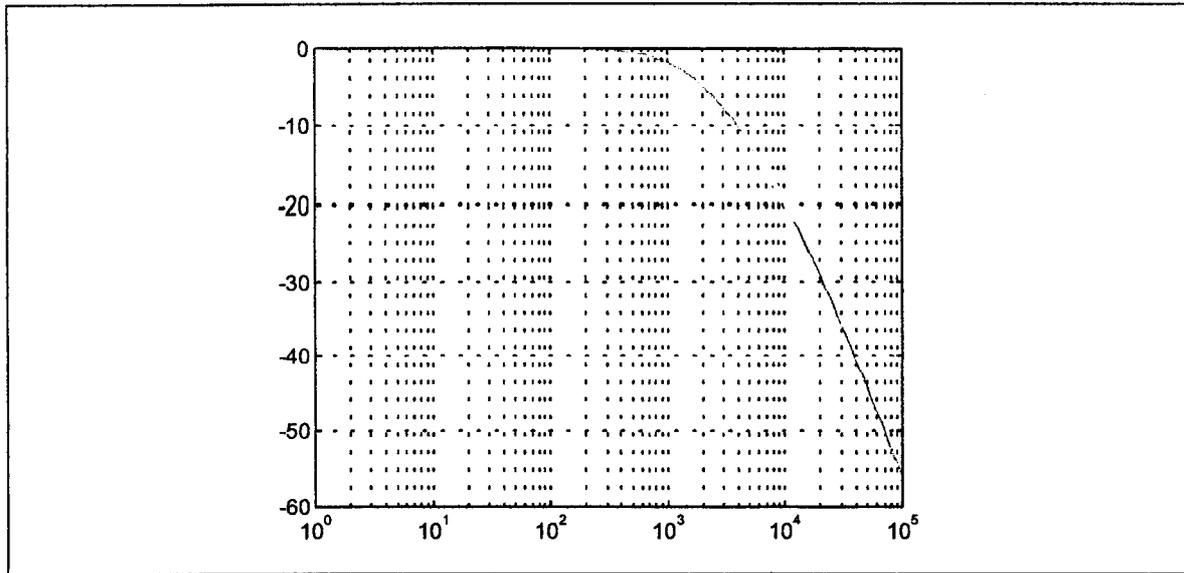
$$R_{eq} = 2 \text{ k}\Omega, C = 8,2 \text{ nF}, L = 200 \text{ mH}$$

**B.1.2.1.2** La tension  $U_{req}$  aux bornes de  $R_{eq}$  est donnée par :

$$\frac{U_{eq}}{E_1} = \frac{1}{1 + j \frac{L_1}{R_{eq}} \omega - L_1 C_1 \omega^2} \text{ avec } Q_a = R_{eq} \sqrt{\frac{C_1}{L_1}} \approx 0,4$$

soit un facteur d'amortissement de 1,25. La fréquence de coupure est de 3,9 kHz

### B.1.2.1.3)



Toutes les fréquences utilisées sont au delà de la fréquence de coupure. Mais compte tenu du fort amortissement, la zone d'intérêt est dans un domaine à sensiblement -20 dB/décade, soit un module inversement proportionnel à la fréquence. Or précisément, l'amplitude de la f.e.m est proportionnelle à la fréquence. On obtient donc une amplitude constante sur la plage de fréquence utilisée

**B.1.2.2.1** La fréquence centrale est donnée par  $f_0 = \frac{0,3}{R_0 C_0}$  où  $C_0$  est le "timing capacitor" connecté à la patte 9, soit ici 8,2 nF. La résistance est sélectionnée par le multiplexeur. Pour avoir une fréquence centrale de 8,3 kHz, il faut prendre  $R_0 \approx 4400 \Omega$

**B.1.2.2.2** La plage de poursuite dépend de la résistance placée entre les pattes 6 et 7, ici nulle. Elle s'étend donc de 0,8 à 1,2 fois la fréquence centrale. Or les fréquences sont sensiblement en progression géométrique de raison 1,2. Chaque fréquence est à la limite extrême de la plage de poursuite, ce qui devrait interdire le verrouillage intempestif sur une autre fréquence que celle sélectionnée.

**B.1.2.3.1** Le filtre de boucle utilisé ici est un simple RC avec  $C=1 \mu\text{F}$  ( C13 ) et la résistance interne du circuit soit 3,6 k $\Omega$ . Le gain de la boucle est donné dans la doc :

$$K_D K_0 = \frac{33,6 f_0}{V_c} = \frac{33,6 f_0}{16} = 2,1 f_0 \text{ soit en moyenne un gain d'environ } 15000.$$

La bande passante est  $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_D K_0}{RC}} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{15000}{0,0036}} \approx 325 \text{ Hz}$  et le facteur d'amortissement est

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{K_D K_0 RC}} \approx 0,068$$

**B.1.2.3.2** Puisqu'il s'agit d'un comparateur de phase type multiplieur, le point de fonctionnement correspond à un déphasage de 90° entre l'entrée et le VCO ( patte 4 ). Les

chronogrammes montrent qu'à la patte 9, la comparaison à 0 de la dent de scie permet d'obtenir un signal en phase ou en opposition avec le signal d'entrée. c'est ce qu'on cherche à avoir ici.

**B.1.2.4.1** La boucle n'est pas verrouillée, le VCO est donc à  $f_c = f_i + \Delta f_i$ . Cette fréquence est multipliée/filtrée par les autres fréquences. La valeur moyenne est donc nulle

**B.1.2.4.2** Cette fois la boucle est verrouillée, mais le signal délivré par la bobine horizontale est d'amplitude nulle. Donc la sortie de la détection synchrone est encore une fois nulle.

**B.1.2.4.3** En multipliant/filtrant la sortie de la PLL par le signal de la bobine verticale. Si la fréquence est présente, la sortie sera non nulle, et nulle dans le second cas.

### B.1.3.1

$$\left. \frac{\delta I_c}{\delta V_{be}} \right|_{I_c=I_{c0}} = \frac{1}{U_t} I_s e^{\frac{V_{be}}{U_t}} = \frac{I_{c0}}{U_t} \approx 40 I_{c0}$$

**B.1.3.2** C'est un montage en miroir de courant. Q7, Q8 et Q9 sont appairés et fonctionnent dans les mêmes conditions. Le courant collecteur est imposé dans Q9 par sa polarisation

$$I_{c9} = I_s e^{\frac{V_{be}}{U_t}}$$

$$V_{be} = V_{bias} - V^- - 500 I_{c9}, \quad V_{be} \approx 0,45V, \quad I_{c9} \approx 0,9mA$$

$$V_{bias} \approx -8200 I_{c9}$$

**B.1.3.3** La résistance est parcourue par le courant

$$\frac{\delta I_5 - \delta I_2}{2}$$

et par conséquent :

$$\delta I_5 - I_6 = \frac{1}{\frac{R}{2} + \frac{I_0}{U_t}}$$

### B.1.3.4

$$\delta I_{s1} - I_{s2} = \delta I_1 + \delta I_3 - \delta I_2 - \delta I_4$$

$$\delta I_1 = 20 I_5 \delta V_8$$

$$\delta I_4 = 20 I_6 \delta V_8$$

$$\delta I_2 = 20 I_5 \delta V_{10}$$

$$\delta I_3 = 20 I_6 \delta V_{10}$$

$$I_5 = I_0 + \delta I_5$$

$$I_6 = I_0 + \delta I_6$$

$$\Rightarrow \delta I_{s1} - I_{s2} = 20 \delta I_5 - \delta I_6 \quad \delta V_8 - \delta V_{10}$$

**B.1.3.5** Les deux entrées sont polarisées de la même façon par R14, R15, R8, R9. C2, de 10  $\mu$ F impose un potentiel continu et fixe à l'entrée +CIN. L'entrée -CIN est donc attaquée par un diviseur de tension :

$$\frac{R_9}{R_9 + R_{10}} \approx 0,28$$

Ce diviseur est attaqué par un signal carré issu de la sortie collecteur ouvert du LM339, donc d'amplitude 8  $V_{cac}$ . La tension différentielle vaut donc 2,2  $V_{cac}$ .

**B.1.3.6** Lorsque l'on est plus en petit signaux, les rapports des courants dans les paires différentielles Q1,Q2 et Q3,Q4 sont tels que l'un des transistors est bloqué tandis que l'autre est saturé. Dans ces conditions :

$$I_{s_1} - I_{s_2} = I_5 - I_6 \cdot \text{signe } V_8 - V_{10}$$

**B.1.3.7** Les courants de sorties attaquent chacun un ensemble 3,5 k $\Omega$ //47 k $\Omega$ //0,47  $\mu$ F, soit environ 3,2 k $\Omega$ //0,47  $\mu$ F. Dans la bande passante on a donc :

$$V_{s+} - V_{s-} \approx \frac{3,2 \cdot 10^3}{\frac{R_1}{2} + \frac{U_t}{I_0}} V_4 - V_1 \approx 41 V_4 - V_1$$

**B.1.3.8.** environ 100 Hz

**B.1.3.9** Le gain du multiplieur est d'environ 41. Celui de l'amplificateur est de 680/47=14,5, soit un gain total d'environ 600..

**B.1.3.10** Le gain pour la chaine de démodulation du signal de la bobine verticale est d'environ 500. La porte CMOS est alimentée en 12 V. Le niveau de basculement est donc de 6 V. Ce qui correspond à une f.e.m en entrée de 12 mV.

### B.2.1.1

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1 + \frac{f}{f_0}} df = \int_0^{\infty} \frac{f_0}{1 + \frac{f}{f_0}} d\frac{f}{f_0} = f_0 \cdot \arctg \frac{f}{f_0} \Big|_0^{\infty} = \frac{\pi}{2} f_0$$

**B.2.1.2.** A 3 cm du fil, la f.e.m sur la bobine horizontale a une amplitude de 6 mV, soit une valeur efficace de 4,2 mV, et une "puissance" de 18  $10^{-6}$  V<sup>2</sup>.

En sortie du filtre de 3,9 kHz, la puissance du bruit est 300  $10^{-9}$  V<sup>2</sup>, soit un rapport signal sur bruit de 17,8 dB

**B.2.1.3** En sortie, on a une puissance de bruit 600<sup>2</sup> fois plus grande comptenu du gain, mais 39 fois plus petite compte tenu du filtre, soit 2,7  $10^{-3}$  V<sup>2</sup>, soit 52,6 mV<sub>eff</sub>. Le signal a bénéficié du gain de 600<sup>2</sup> ( en puissance ). Le rapport signal à bruit est donc de 33,7 dB.

**B.2.2.1** résultat classique :  $q^2/12$

**B.2.2.2** Pour un convertisseur 8 bits de pleine échelle  $\pm 10$  V, le bruit de quantification vaut  $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ V}^2$ , soit, ramené à l'entrée de la chaîne,  $1,38 \text{ nV}^2$ , ce qui correspond à une équivalente de bruit de  $27,7 \text{ Hz}$ .

**B.2.2.3** On ramène toutes les bandes de  $\pm 10 \text{ Hz}$  autour des  $N \cdot f_e$ .

**B.2.2.4** C'est le critère de Shannon.

**B.2.3.1** On reconnaît une suite géométrique de raison  $z^{-1}$  :

$$M(z) = \frac{1}{N} (1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-N+1}) = \frac{1}{N} \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}}$$

**B.2.3.2)**

$$M(j\omega) = M(z)_{z=e^{j\omega T_e}} = \frac{1}{N} \frac{e^{-j\frac{N}{2}\omega T_e} e^{j\frac{N}{2}\omega T_e} - e^{-j\frac{N}{2}\omega T_e}}{e^{-j\frac{1}{2}\omega T_e} e^{j\frac{1}{2}\omega T_e} - e^{-j\frac{1}{2}\omega T_e}}$$

$$|M(j\omega)| = \frac{1}{N} \frac{\sin \frac{N\omega T_e}{2}}{\sin \frac{\omega T_e}{2}}$$

La bande équivalente de bruit d'un tel filtre est  $\frac{f_e}{2N}$

**B.2.3.3** La fréquence d'échantillonnage est  $f_e = 7.2 \text{ kHz}$  et on doit avoir :

$$\frac{f_e}{2N} \leq 10$$

On doit donc prendre au moins  $N = 360$  points.