

AGRÉGATION EXTERNE ÉNIE ÉLECTRIQUE SESSION 2003

ÉLEMENTS DE CORRECTION DE L'ÉPREUVE D'ÉLECTRONIQUE OPTION ÉLECTRONIQUE ET INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

Éléments de réponses de la partie A

A-1 $2d = c \cdot (\tau_2 - \tau_1)$ avec $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.
Pour le satellite géostationnaire $d = 36000$ km : $(\tau_1 - \tau_2) = 0,24$ s.

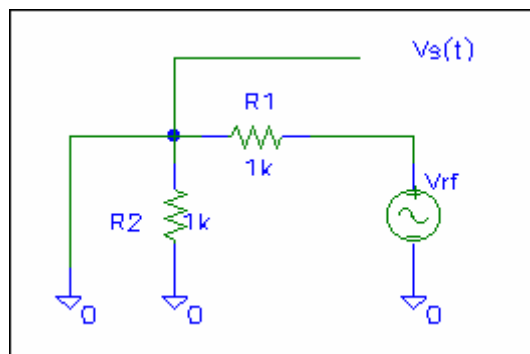
A-2-1 Débit binaire du code C/A : 1,023 Mbits/s.

A-2-2 Nombre de bits du code C/A dans un bit du message M
 $N = (1,023 \cdot 10^6) / 50 = 20460$ bits

A-2-3 Rapport de cohérence $R_c = F_0 / F_{HI} = 1540$

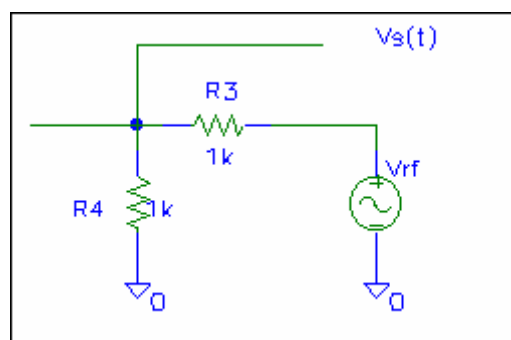
A3 Etude du mélangeur

A-3-1 1-schéma équivalent du circuit lorsque les diodes sont passantes :



→ $V_s(t) = 0$

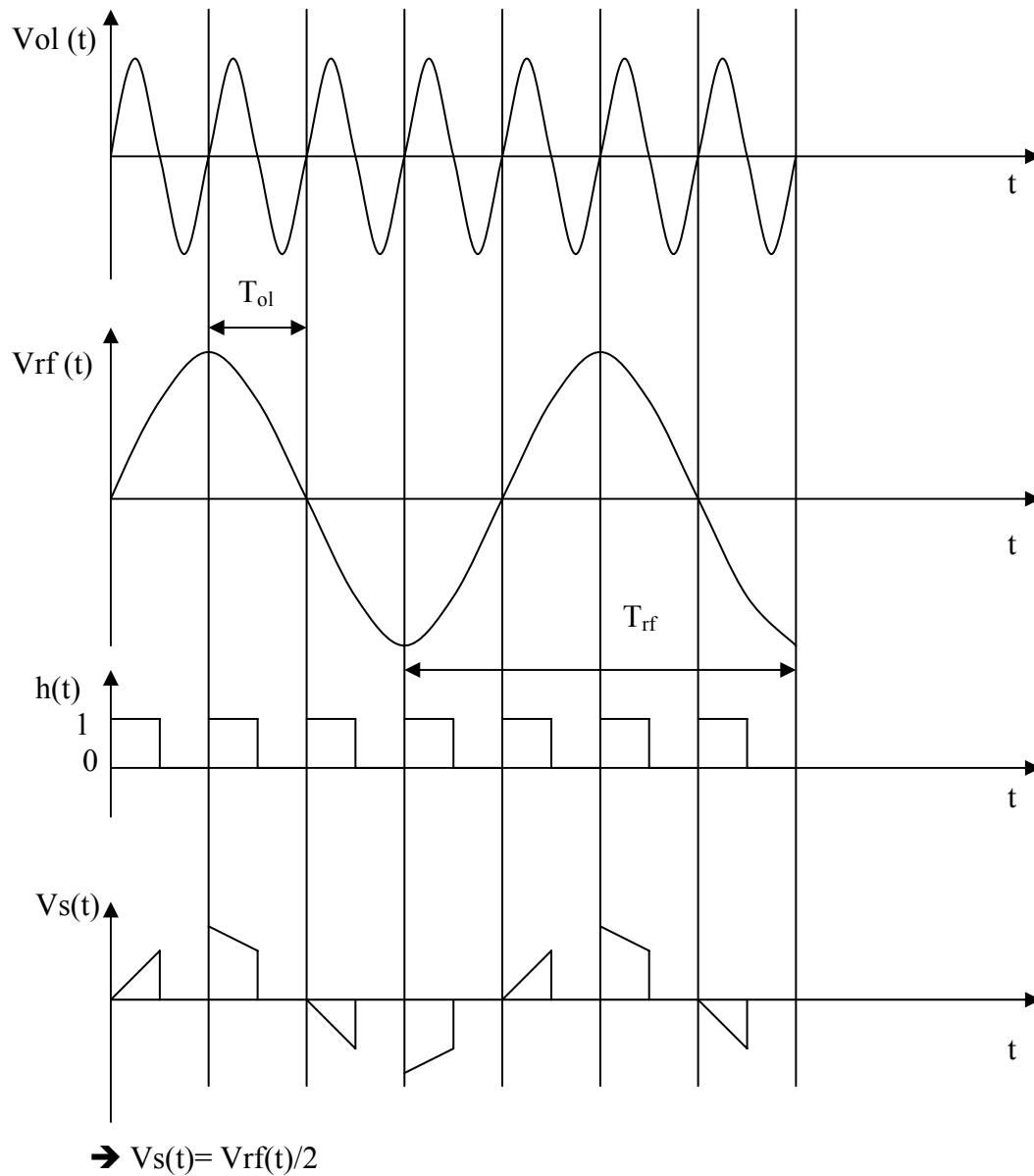
2- Les diodes sont bloquées :



→ $V(t) = (V_{rf})/2$

On peut simuler le fonctionnement du circuit en introduisant un interrupteur commandé par une tension en créneaux $h(t)$ de période $T_{ol} = 1 / F_{ol}$, aux bornes de la résistance R_2 .

Les tensions $V_s(t)$, $V_{rf}(t)$, $V_{ol}(t)$ et $h(t)$ sont représentées sur la figure suivante.



Représentation des tensions aux bornes du mélangeur.

Nous supposons que les diodes sont passantes pour l'alternance négative de V_{ol} et bloquées pour l'alternance positive.

A-3-2

Dans les conditions de la figure représentée à la question précédente, on peut exprimer les différents états des diodes par une fonction $h(t)$ définie par :

$$\begin{aligned} h(t) &= 1 \text{ pour } 0 < t < T_{ol}/2 \\ h(t) &= 0 \text{ pour } T_{ol}/2 < t < T_{ol} \end{aligned}$$

où T_{ol} est la période du signal de commande.

On voit que $V_s(t)$ est le résultat du produit de la tension $V_{rf}(t)$ avec $h(t)$:

$$v_s(t) = K \cdot V_{rf}(t) \cdot h(t)$$

avec ici $K = 1/2$ qui représente le diviseur formé par les résistances du circuit mélangeur.

A-3-3 Transformée de Fourier de $v_s(t)$

En appliquant le théorème de Plancherel à l'expression $v_s(t) = K \cdot V_{rf}(t) \cdot h(t)$, on obtient :

$$V_s(t) = V_{rf}(t) \cdot h(t) \quad \Longrightarrow \quad TF[V_s(t)] = TF[V_{rf}(t)] * TF[h(t)]$$

où $*$ représente le produit de convolution.

1-La fonction $h(t)$ est une fonction rectangulaire périodique de période T_{ol} que l'on peut facilement décomposer en série de Fourier et convertir ensuite dans l'espace des fréquences.

$$h(t) = \sum \frac{\theta}{T_{ol}} \cdot \frac{\sin(\pi F_{ol} \theta)}{\pi F_{ol} \theta} \cdot \exp(2j\pi F_{ol} t)$$

$$\text{avec } \frac{\theta}{T_{ol}} = \frac{1}{2}, \quad 1/T_{ol} = F_{ol}$$

la transformée de Fourier s'écrit :

$$H(f) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{\sin(n\pi F_{ol} \theta)}{n\pi F_{ol} \theta} \cdot \delta(f - nF_{ol})$$

ou $\delta(f)$ est l'impulsion de Dirac.

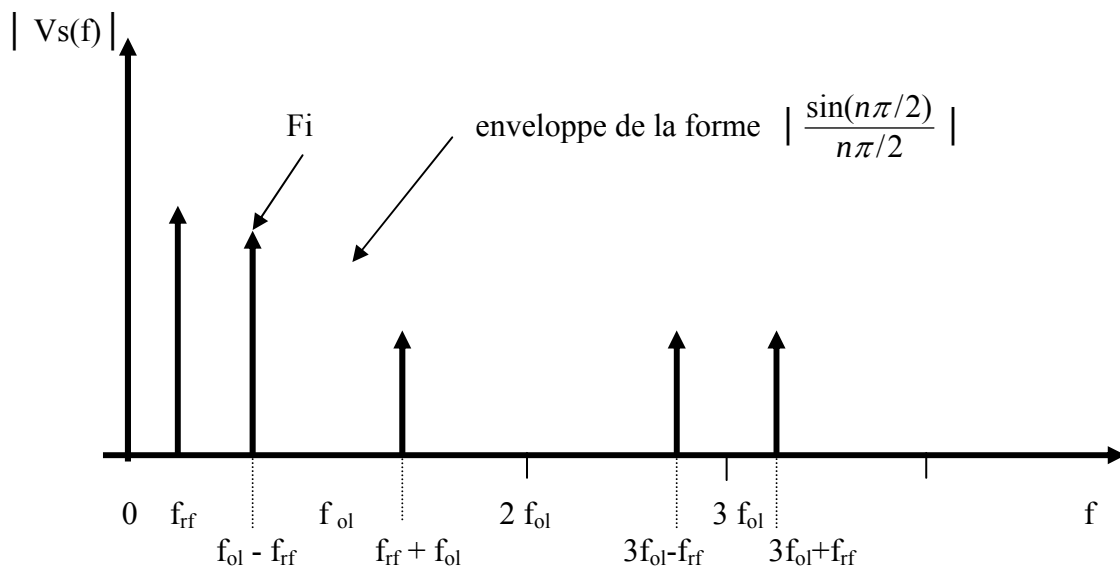
2- $V_{rf}(t)$ est une tension sinusoïdale, la transformée de Fourier de $V_{rf}(t)$, en représentation bilatérale s'écrit :

$$V_{rf}(f) = TF(V_{rf}(t)) = 1/2 [\delta(f + F_{rf}) + \delta(f - F_{rf})]$$

Finalement la transformée de Fourier de $v_s(t)$ s'écrit :

$$V_s(f) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\theta}{T_{ol}} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{\sin(n\pi F_{ol} \theta)}{n\pi F_{ol} \theta} \{ \delta(f + F_{rf} - nF_{ol}) + \delta(f - F_{rf} - nF_{ol}) \}$$

La figure suivante représente l'allure du spectre du signal $V_s(t)$. On observe un spectre de raies avec notamment une raie à la fréquence intermédiaire $F_i = F_{ol} - F_{rf}$.

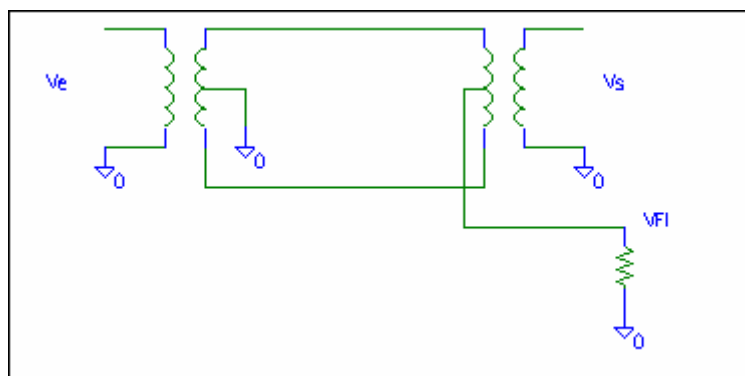


Représentation fréquentielle du signal de sortie du mélangeur $v_s(t)$.

A-3-4 Mélangeur équilibré

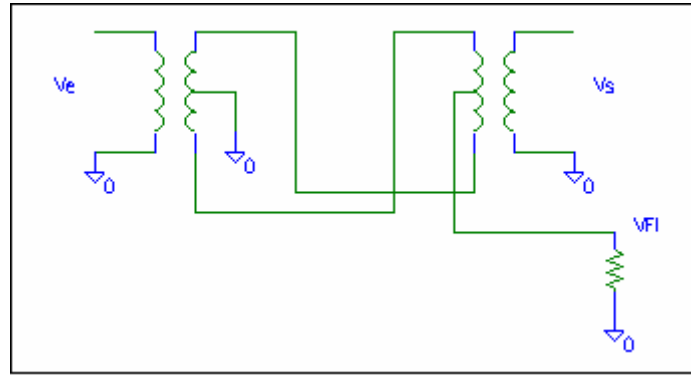
Dans ce type d'utilisation, le signal de commande des diodes est appliqué sur l'entrée F_i du mélangeur:

1° cas: D1 et D3 passantes et D2 et D4 bloquées (alternance <0 sur F_i)



→ V_s est en phase avec V_e .

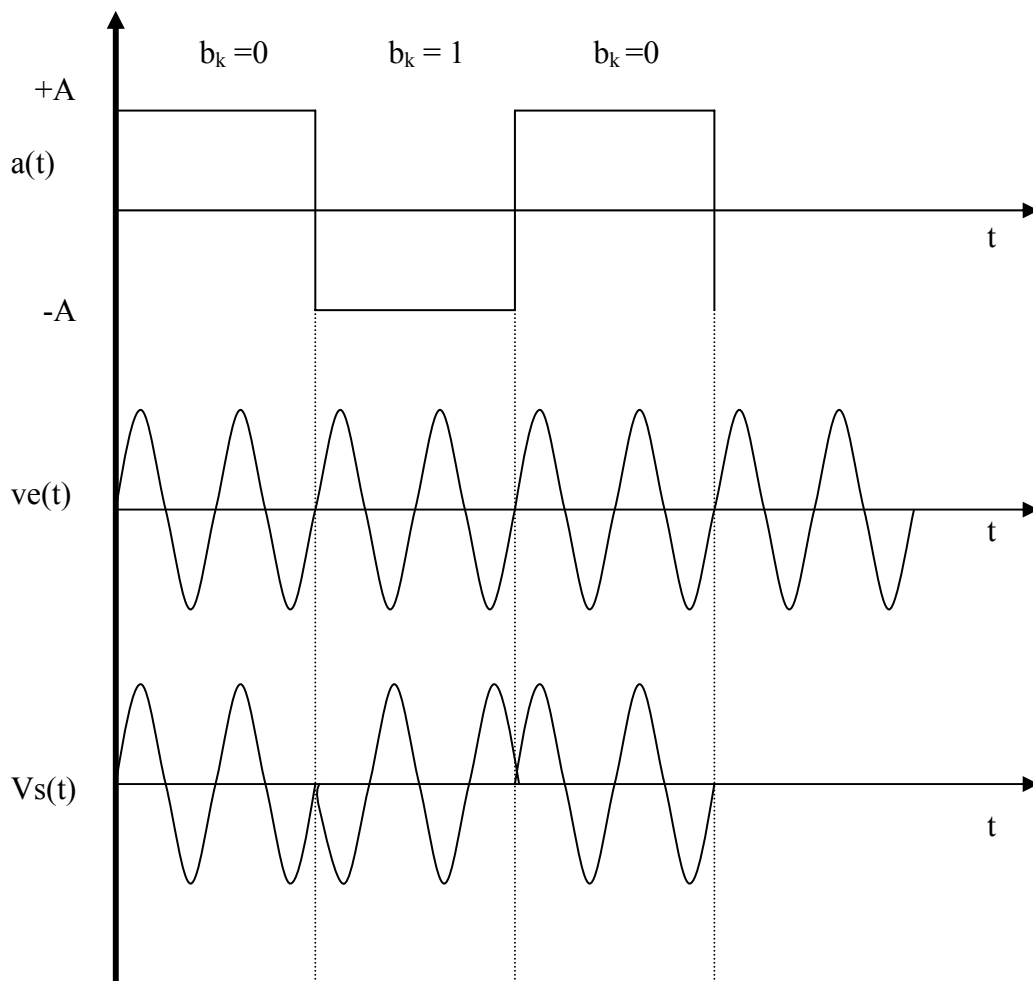
2° cas : D1 et D3 bloquées et D2 et D4 passantes (alternance >0 sur F_i)



→ $V_s(t)$ est en opposition de phase avec $V_e(t)$.

Conclusion :

Le mélangeur fonctionne en modulateur à deux états de phase pour le signal $V_e(t)$ si on applique un signal bipolaire $a(t)$ sur l'entrée F_i pour commander les diodes. Le signal $a(t)$ est représentatif de la suite binaire b_k contenant une information. La figure suivante représente les signaux $a(t)$, $v_e(t)$ et $v_s(t)$



Représentation des signaux d'entrée, de sortie et de commande du modulateur à 2 états de phase.

A-3-5

On applique deux tensions sinusoïdales aux entrées du mélangeur :

$$V_1(t) = E_1 \sin(2\pi F_1 t + \phi_1) \text{ et } V_2(t) = E_2 \sin(2\pi F_2 t + \phi_2)$$

La tension résultante du mélange, $V_3(t)$, prise aux bornes de la résistance de charge R , s'écrit :

$$V_3(t) = R K (V + V_1 + V_2)^2$$

En remplaçant $V_1(t)$ et $V_2(t)$ par leur expression et en utilisant les relations trigonométriques habituelles, on obtient des termes de fréquence :

$$F_1, F_2, 2 F_1, 2 F_2, F_1 - F_2, F_1 + F_2 \dots$$

L'élément généralement retenu dans les applications courantes est celui de fréquence $F_1 - F_2$. Il est obtenu après filtrage des autres éléments. Dans ce cas le développement de la fonction $I = K(V + V_1 + V_2)^2$ se réduit à :

$$V_3(t) = V_1(t) \cdot V_2(t)$$

A-3-6

A-3-6-1

La fréquence OL (#1.5 GHz) impose SYM-11MH ou 25MH ou 36MH

La fréquence FI (#1 GHz) impose SYM-11MH

A-3-6-2

Puissance P exprimée en dBm : $10 \log (P/P_0)$ où P est exprimée en mW avec $P_0 = 1\text{mW}$.

0 dBm correspond à une puissance (en dBm) de 1 mW sur 50 Ω d'où

$$N \text{ (dBm)} = 10 \log (P/10^{-3}) \text{ si } P \text{ est exprimé en W.}$$

A-3-6-3

$$P = V^2/R \text{ d'où } V = (R \cdot 10^{-3} 10^{N/10})^{1/2} \text{ avec } R = 50\Omega \text{ et } N \text{ en dBm}$$

$$+ 13 \text{ dBm} \rightarrow 20\text{mW ou } V_{\text{eff}} = 1\text{V}$$

$$+ 9 \text{ dBm} \rightarrow 7,94 \text{ mW ou } V_{\text{eff}} = 0,63\text{V}$$

A-3-6-4

Gain de conversion du mélangeur :

$$G = (\text{puissance du signal Fi})/(\text{puissance du signal RF}), \text{ en dB : } 10 \log G$$

A-3-6-5

Circuit passif : le "gain" est en réalité une atténuation : on parle alors de pertes

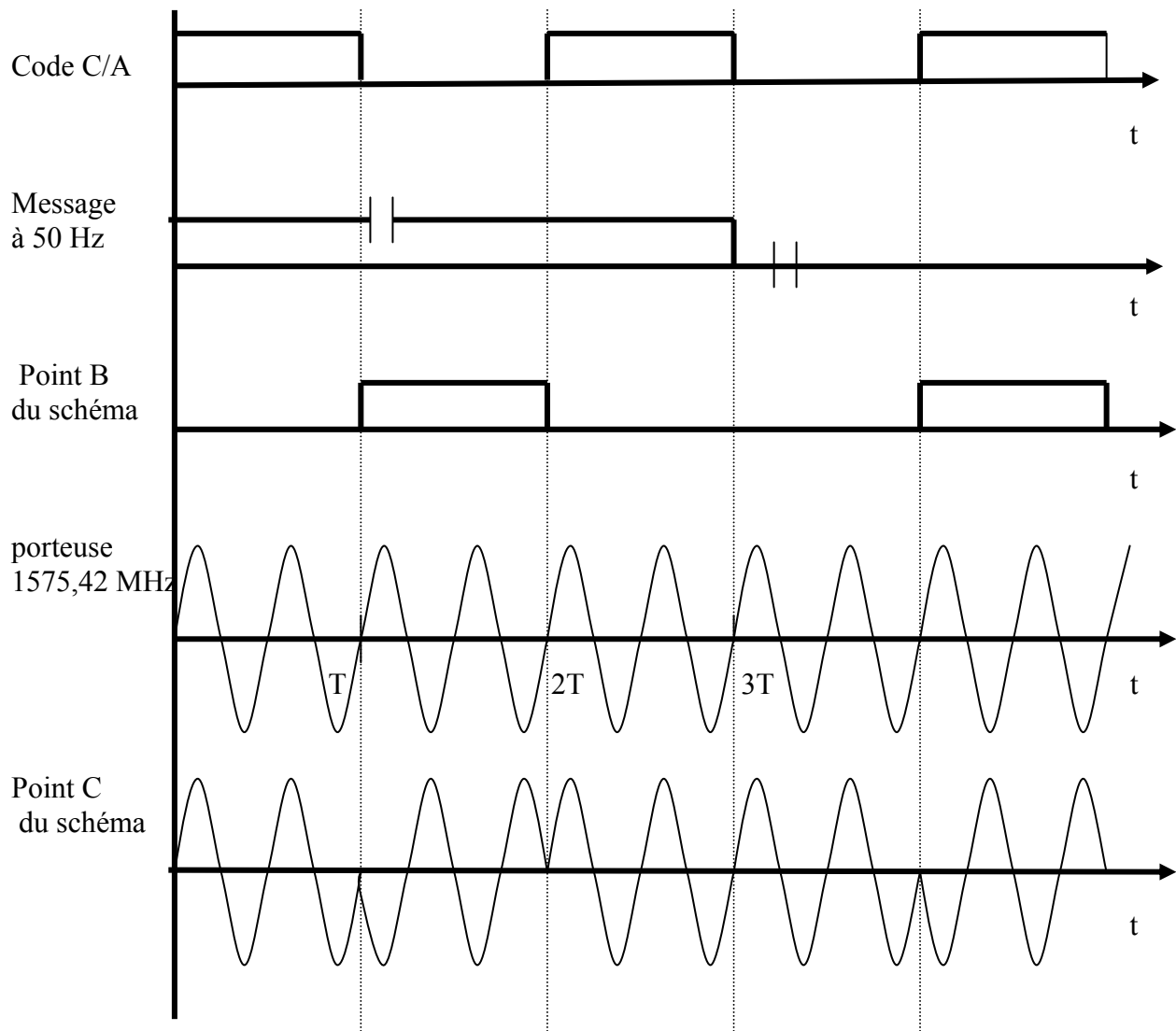
pertes de conversion (Conversion Loss ou CL) en dB = $10 \log (P_{\text{RF}}/P_{\text{FI}})$

il vient donc Gain = $10^{(-\text{CL}/10)}$

ici, sur toute la gamme CL = 9,9 dB d'où un "Gain" de 0,102

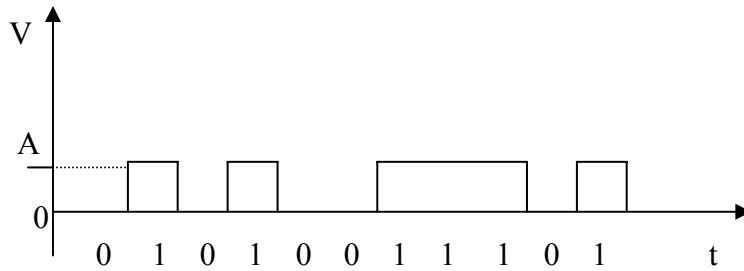
A-3-7 voir document réponse DR1

DOCUMENT REPONSE DR1



Eléments de réponse de la partie B

B-1-1 Représentation temporelle de la séquence binaire



B-1-2 Valeur moyenne du signal $m_s = E_s(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} s \cdot p(s) ds = \frac{A}{2}$
 où $p(s)$ est la probabilité d'apparition d'un 1 ou d'un 0. $p(s) = 1/2$

Valeur quadratique moyenne: $E_s(s^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} s^2 \cdot p(s) ds = \frac{A^2}{2}$

Variance du signal $E_s[s^2] - (E_s[s])^2 = A^2/4$

B-1-3

Fonction d'auto corrélation d'un signal pseudo aléatoire :

$$C(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot v(t-\tau) \cdot d\tau$$

T est la pseudo période du signal

pour $\tau > T_b$: $C(\tau) = \frac{A^2}{4}$

pour $0 < \tau < T_b$: $C(\tau) = \frac{A^2}{2} \left(1 - \frac{\tau}{T_b}\right)$

T_b est la durée de l'élément binaire.

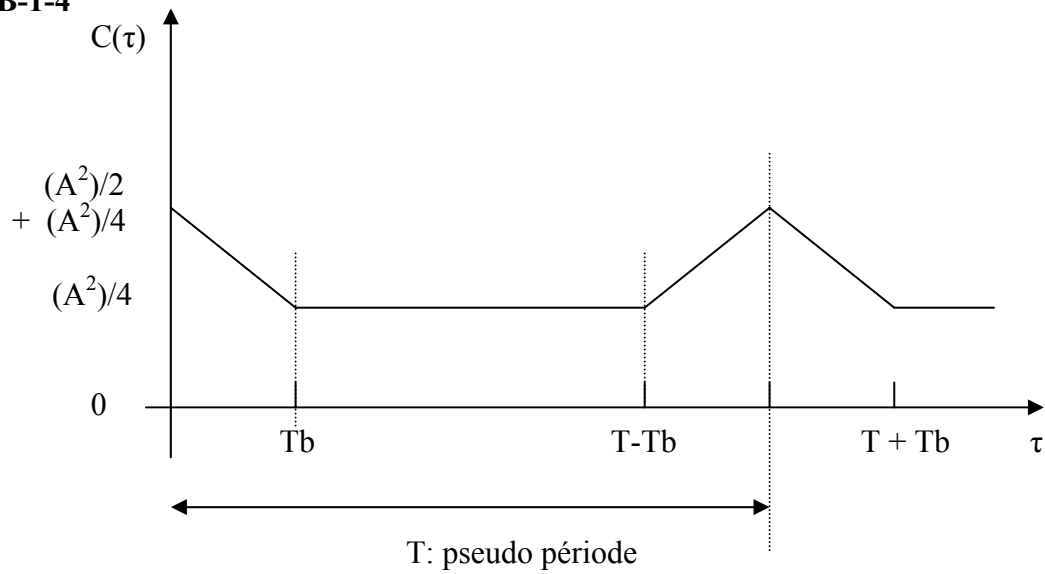
La fonction d'auto corrélation du signal pseudo aléatoire de période T s'écrit donc :

$$C(\tau) = \frac{A^2}{2} \left(1 - \frac{\tau}{T_b}\right) + \frac{A^2}{4}$$

c'est une fonction périodique de même période T.

La fonction est représentée à la question suivante.

B-1-4

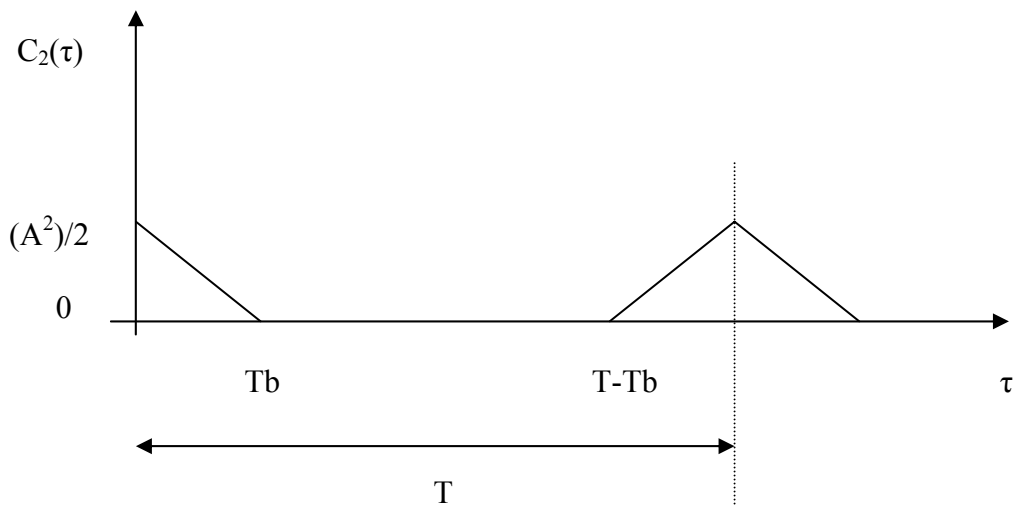


Représentation de la fonction d'auto corrélation du signal pseudo aléatoire

B-1-5

La densité spectrale de puissance du signal pseudo aléatoire est égale à la transformée de Fourier de sa fonction d'auto corrélation.

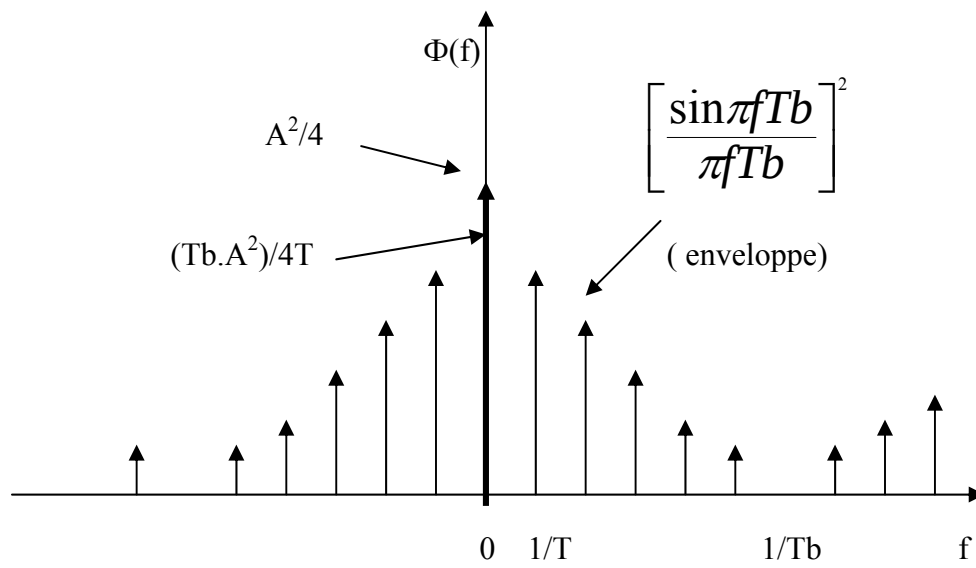
$C(\tau)$ se décompose en 2 fonctions simples : $C_1(\tau) = A^2/4$ et $C_2(\tau)$ est une fonction triangle représentée si dessous :



La densité spectrale de puissance $\Phi(f)$ s'écrit :

$$\Phi(f) = \frac{A^2}{4} \cdot \delta(f) + \frac{Tb A^2}{4T} \left[\frac{\sin \pi f Tb}{\pi f Tb} \right]^2 \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(f - \frac{n}{T})$$

B-1-6



$\Phi(f)$ représente la distribution de l'énergie du signal suivant l'axe des fréquences.

B-1-7 voir document réponse DR2

DOCUMENT REPONSE DR2

	Horloge	S_0	S_1	S_2	$S_1 \oplus S_2$
0		1	1	1	0
1	↑	0	1	1	0
2	↑	0	0	1	1
3	↑	1	0	0	0
4	↑	0	1	0	1
5	↑	1	0	1	1
6	↑	1	1	0	1
7	↑	1	1	1	0

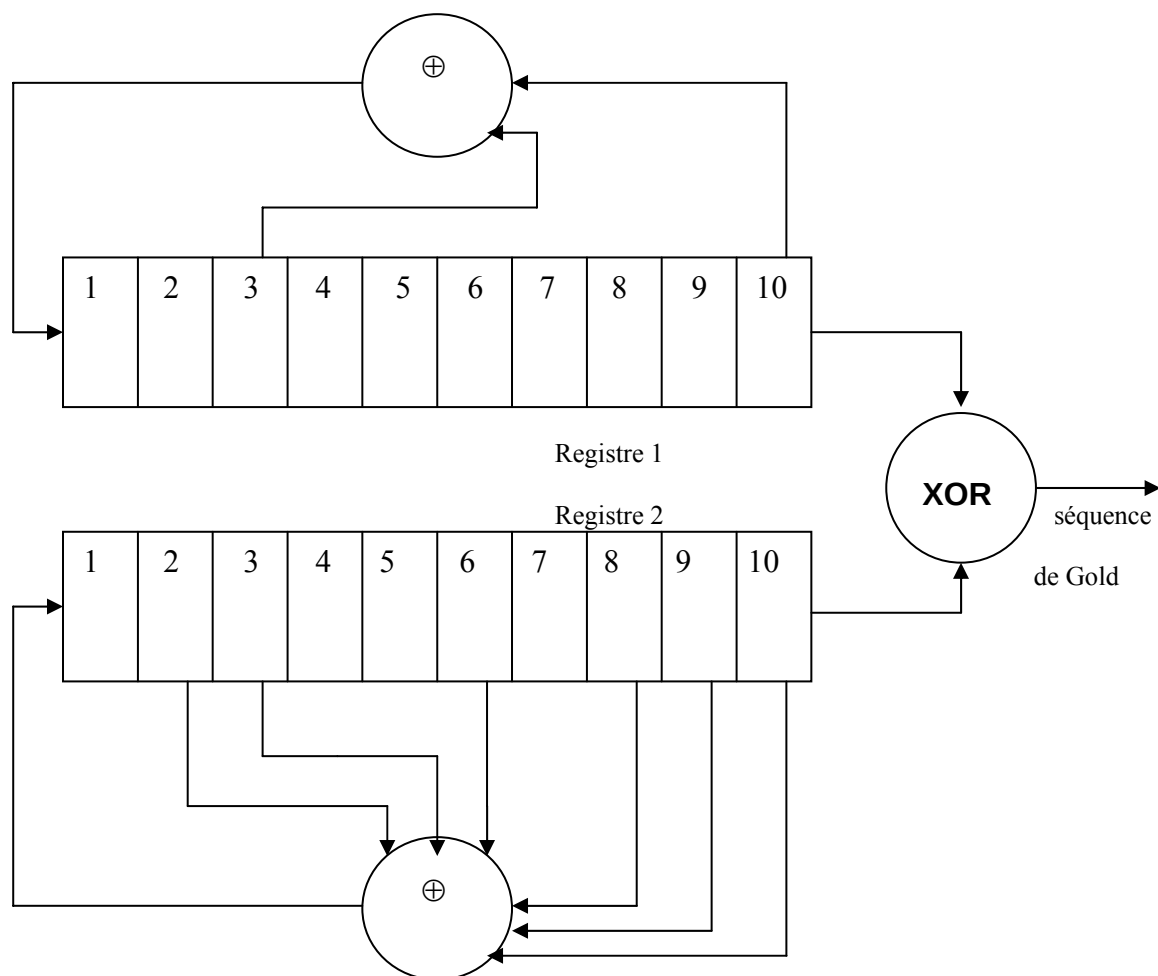
B-1-8 Longueur de la séquence: $L = 2^3 - 1 = 7$. La pseudo période $T = 7$ Tb

B-1-9 Polynôme générateur de la séquence : $P = x^2 + x + 1$

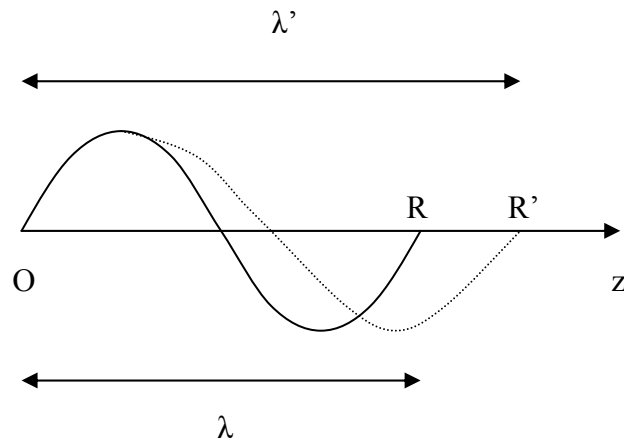
B-1-10 Une condition nécessaire pour que la séquence soit de longueur maximale est que le polynôme générateur soit irréductible. La période vaut $T = 2^n - 1$ si n est la longueur du registre.

B-1-11 voir document réponse DR3

DOCUMENT REPONSE DR3



B-1-12 Les séquences de Gold sont utilisées dans les modulations par étalement de spectre. Les séquences correspondantes à des codes différents ne sont pas corrélées. Ces séquences sont utilisées dans le système GPS ou encore dans le cas de la téléphonie mobile pour l'accès multiple à répartition par codes (CDMA). C'est le cas du système CDMA 2000 aux états unis et de l'UMTS en Europe.

B-2-1

On considère un nœud de tension à l'origine O. La longueur d'onde λ du signal est représentée par OR. Le récepteur s'est déplacé de R à R', la longueur d'onde apparente, λ' , vue par le récepteur s'écrit :

$$\lambda' = \lambda + vT$$

où v est la vitesse de déplacement du récepteur et T la période du signal émis.

$$\text{On en déduit : } \Delta F = F' - F = \pm \frac{v \cdot F}{c}$$

B-2-2 $F_{up} = 14,21 \text{ GHz}$, $\Delta f_{up} = 236,8 \text{ Hz}$, $F_{down} = 13,36 \text{ GHz}$, $\Delta f_{down} = 222,66 \text{ Hz}$
 $\Delta f_{total} = 459,5 \text{ Hz}$.

B-2-3-1 On suppose que le signal représentant la porteuse est sinusoïdal : $V_p = \sin(\omega_0 t)$

Il vient :

$$V_s(t) = [V_p[\sin(\omega_0 t)] \cdot V_0 \sin 2\pi F_c t] + [V_p[\cos(\omega_0 t)] \cdot V_0 \cos(2\pi F_c t)]$$

B-2-3-2

Après développement de l'expression vue en B-2-3-1, on obtient :

$$V_s(t) = V_p V_0 \sin[2\pi(F_p \pm F_0)t]$$

Eléments de réponses de la partie C

C-1-1 Le mot binaire fourni par le compteur correspond à un état de la phase instantanée du signal de sortie. A chaque mot est associé un autre mot binaire qui représente l'amplitude du signal que l'on souhaite fabriquer. Un convertisseur N/A donne le signal $v(t)$.

C-1-2 Le mot binaire fournit par le compteur correspond à une phase instantanée du signal analogique recherché. Il correspond aussi à l'adresse de la PROM qui contient l'échantillon du signal

C-1-3 Les données sauvegardées dans les mémoires représentent l'amplitude des échantillons des signaux sinus ou cosinus.

C-1-4 $n=10$ bits $\rightarrow$ le nombre d'échantillons est égal à $2^{10} = 1024$

C-1-5 $\Delta\varphi = 2\pi/2^n$ en radians soit encore $\Delta\varphi = 360/1023 = 0,35^\circ$

C-1-6 L'intervalle de temps entre un mot i en sortie du compteur et le mot $i+1$ est égal à :

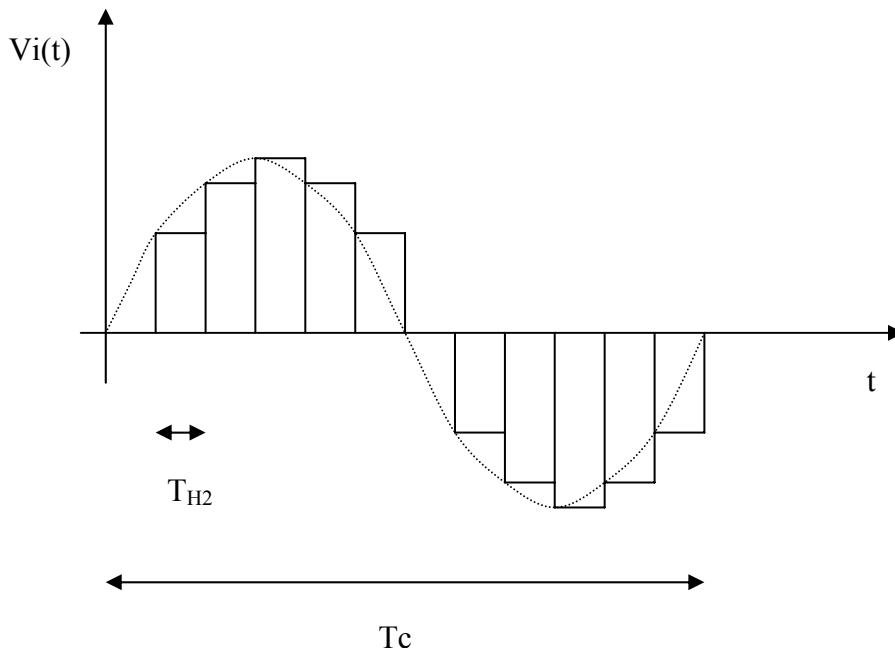
$T_{H2} = 1/F_{H2}$, La période du signal sinusoïdal généré est égale à :

$T_c = 2^n \cdot T_{H2}$ ou encore :

$$F_c = \frac{F_{H2}}{2^n} = \frac{F_{H2} \Delta\varphi}{2\pi}$$

C-1-7 On inverse le signe de la phase du sinus en activant la fonction de compteur à la place du compteur.

C-2-1



C-2-2 $V_i(t)$ est composée d'une fonction rectangle de durée T_{H2} , répétée avec une périodicité T_{H2} . L'amplitude de chaque échantillon est proportionnelle à $e(t) = e(nT_{H2}) = \sin(2\pi f_c \cdot nT_{H2})$. La fonction rectangulaire seule s'écrit : $g(t - T_{H2}/2)$, et la répétition des fonctions s'exprime par le produit de convolution avec un peigne de Dirac d'où la relation :

$$V_i(t) = g(t - \frac{T_{H2}}{2}) * \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(t - nT_{H2}) \cdot e(nT_{H2})$$

C-2-3

En appliquant le théorème de Plancherel, la transformée de Fourier de $V_i(t)$ s'écrit :

$$TF[V_i(t)] = TF[g(t - \frac{T_{H2}}{2})] \cdot TF[e(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(t - nT_{H2})]$$

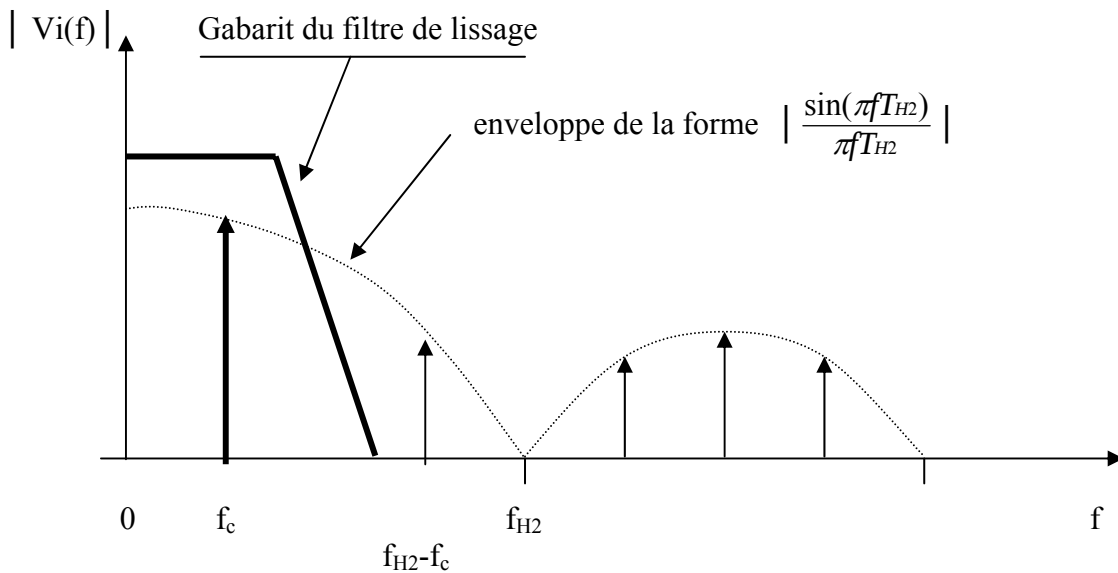
$$|TF[V_i(t)]| = |V_i(f)| = \left| \frac{\sin(\pi f T_{H2})}{\pi f T_{H2}} \right| \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} E(f - \frac{n}{T_{H2}})$$

où $E(f - n/T_{H2})$ est la transformée de Fourier du signal restitué.
Sachant que la transformée de Fourier du signal analogique parfait souhaité s'exprime par :

$$E(f) = \frac{1}{2} \{ \delta(f - f_c) + \delta(f + f_c) \}$$

$E(f - n/T_{H2})$ s'exprime par:

$$E(f - \frac{n}{T_{H2}}) = \frac{1}{2} \left[\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} [\delta(f - f_c - \frac{n}{T_{H2}})] + [\delta(f + f_c - \frac{n}{T_{H2}})] \right]$$



C-3 Application technologique

C-3-1-1 voir DR4

C-3-1-2 On ajoute un offset d'adressage sur la PROM sinus.

C-3-1-3-1

La structure d'un CPLD comprend des blocs logiques (macro cellules) entourant une matrice d'interconnexion programmable(ici PIM : Programmable Interconnect Matrix)
Les temps de réponse prédictibles et uniformes ne dépendent que des circuits d'entrée et de sortie des macro cellules.

La structure d'un FPGA est composée de blocs logiques reliés en eux par des interconnexions programmables en fonction de l'application. Le tout est entouré de blocs d'entrées-sorties. Le temps de propagation des signaux dans le FPGA dépend du routage entre les cellules.

C-3-1-3-2

Programmation simple, sans programmeur mais directement par le PC et le logiciel de développement, et ce directement dans l'application d'où une grande facilité de mise au point et d'évolution. Le protocole et l'interface s'appellent JTAG et les broches sont IS_{REN} pour passer en mode programmation et SDO / SDI pour la liaison série utilisée par l'interface JTAG

C-3-1-3-3

Broches VCCINT et VCCIO voir notice page 4
Les temps de propagation sont plus importants en 3,3V

C-3-1-3-4

Voir notice page 7 : rubrique Output register
temps de propagation horloge-sortie : t_{co} de 6,5 à 10 ns
temps de pré-établissement (Set-up time) : t_s de 5,5 à 10 ns
temps de maintien (hold time) : 0 ns
Chronogramme : voir notice page 8 Registered Output

C-3-1-3-5

Compatibilité TLL de la PROM CY7C235A :
voir notice page 2 : $V_{OH} = 2,4v$ $V_{OL} = 0,4v$ $V_{IH} = 2v$ $V_{IL} = 0,8v$

C-3-1-3-6

CP	ES	E	Sorties
X	X	H	disable (non validées)
↑	H	X	disable
↑	L	L	enable (validées)

C-3-1-4 oui en prévoyant une horloge pour F_{H2} . Les 128 cellules du circuit sont suffisantes.

C-3-1-5-1

Bipolaire puisqu'en sortie on veut une tension sinusoïdale bipolaire.

C-3-1-5-2

Notice page 7 $V_{conv} = 2V_{REF} D / 256$

C-3-1-5-3

Notice page 11 fig 32

Un schéma avec l'ALI, V_{REF} , R1, R2, R3, R4 et V_{conv} précédent permet de retrouver la formule qui précède la fig 32

C-3-1-5-4

$D = 0$ $V_S = -5V$, $D = 128$ $V_S = 0$, $D = 255$ $V_S = 4,96V$

C-3-1-5-5

Slew rate du CN/A : $Sr = 7,5V/\mu s$

$(dv_s/dt)_{max} = Sr$ si $v_s = V \sin \omega t$ $(dv_s/dt)_{max} = \omega V = 2\pi F V$ d'où $F_{max} = Sr/2\pi V$
ici $V = 5V$ $r = 7,5 \cdot 10^6 V/s$ donc $F_{max} = 238733 Hz$

C-3-1-5-6

Voir notice page 13 Un condensateur de $10 \mu F$ au tantale en parallèle avec un condensateur $0,1 \mu F$ céramique (faible ESR et ESI)

C-3-1-5-7

Idem Voir notice page 13.

C-3-1-5-8

- differential linearity : erreur de linéarité sur 2 codes successifs
 - monotonic : la tension de sortie est une fonction monotone (un seul code par valeur de tension)
 - rail to rail : V_S , dans son excursion maxi, atteint les tensions d'alimentation, il n'y a pas de tension de déchet

C-3-1-5-9

Operating temperature range : gamme de température de fonctionnement

Storage ... : gamme de température de stockage

Junction température : température maxi de la jonction

Thermal impedance : impédance thermique en $^{\circ}C/W$

Lead temperature, soldering : température de soudage (en phase vapeur ou infra-rouge)

C-3-1-6

■ Compteur-Décompteur de 1024

-- appel aux librairies de l'IEEE

```
LIBRARY ieee;  
USE ieee.std_logic_1164.ALL;  
USE ieee.std_logic_arith.ALL;  
USE ieee.std_logic_unsigned.ALL;
```

-- déclaration de l'entité

```
entity COMPT_1024_UD is  
    port(  
        FH2 : in    STD_LOGIC; -- entrée d'horloge  
        SIGNE : in  STD_LOGIC; -- entrée de comptage/décomptage  
        Q   : out  STD_LOGIC_VECTOR(9 downto 0) -- sorties sur 10 bits  
    );  
end COMPT_1024_UD;
```

-- déclaration d'une architecture comportementale

```
architecture COMPORTEMENTALE of COMPT_1024_UD is  
    signal CO : STD_LOGIC_VECTOR (9 downto 0); -- signal interne sur 10 bits  
  
begin  
  
    process (FH2) -- processus séquentiel  
    begin  
        if (FH2'event and FH2 = '1') then -- détection du front montant  
            if SIGNE = '1' then CO <= CO+1; -- comptage  
            else CO <= CO - 1; -- décomptage  
            end if;  
        end if;  
        Q <= CO; -- affectation des sorties à la valeur du signal interne  
    end process;  
end COMPORTEMENTALE ;
```

C-3-2

C-3-2-1 En appliquant les développements classiques, on obtient :

$$F(p) = \frac{1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 2RC_2 p + 1}$$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R^2 C_1 C_2}}$ $m = R C_2 \omega_0$ coefficient de qualité : $Q = 1/2m$

C-3-2-2 $\omega_0 = 0,66 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$ $F_0 = 105,5 \text{ KHz}$ $m = 0,682$
Filtre d'ordre 2

C-3-2-3 $F_c = 2 \text{ KHz} \rightarrow F_{H2} = 2,048 \text{ MHz}$

Amplitude de la composante F_c : $F_c \cdot T_{H2} = 1/2^n \rightarrow \frac{\sin(\pi f T_{H2})}{\pi f T_{H2}} \cong 1$

Amplitude de la 2° raie : $F_{H2} - F_c \approx 0 \rightarrow \frac{\sin(\pi f T_{H2})}{\pi f T_{H2}} \cong 0$

F_0 est bien choisie entre F_c et F_{H2} .

C-3-2-4-1

pour un ALI $v_s = A(v_+ - v_-) + B(v_+ + v_-)/2$

A amplification de mode différentiel

B amplification de mode commun

CMR (Common Mode Ratio) = $20 \log(A/B)$

d'où $B = A / (10^{110/20})$ soit $3.2 \cdot 10^{-3} \text{ V/mV}$

C-3-2-4-2

PSRR (Power Supply Rejection Ratio) est le rapport de la variation de la tension d'entrée à la variation de tension d'alimentation qui donnerait la même variation de la tension de sortie

C-3-2-4-3

Il s'agit de l'excursion maximale de la tension de sortie ce qui implique une tension de déchet de 3V lors d'une alimentation en $\pm 15V$. C'est aussi la valeur de la tension de saturation.

C-3-2-4-4

Il s'agit du produit Gain Bande; sur la courbe, pour 1MHz, on trouve un gain d'environ 15 dB soit une amplification de 6 donc compatible.

C-3-2-4-5

Cette courbe montre un écroulement de l'excursion maximale dès la centaine de kHz L'OP470 sera donc limité à quelques centaine de kHz malgré un GBW de 6 MHz

C-3-2-4-6

Le bruit d'origine thermique répond à la loi $\overline{e^2} = 4kT\Delta f$ où Δf représente la bande passante du système et k la constante de Boltzmann. La notice donne la densité spectrale de la tension de bruit en entrée de l'amplificateur en $V/\sqrt{Hz}$.

Eléments de réponses de la partie D

D-1-1 On développe la fonction $u(t)$ en appliquant les relations trigonométriques usuelles, on obtient : $u(t) = I \cdot \cos(2\pi F_0 t) - Q \cdot \sin(2\pi F_0 t)$ avec $I = A \cos(\Phi(t))$ et $Q = A \sin(\Phi(t))$

D-1-2 voir document réponse DR5

Coordonnées de I et Q et phase du signal en fonction du mot binaire pour $\Phi_0 = 0$:

Signal Binaire	coordonnées du point I	coordonnées du point Q	Phase du signal MDP4
00	$A \frac{\sqrt{2}}{2}$	$A \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\pi}{4}$
01	$-A \frac{\sqrt{2}}{2}$	$A \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$
11	$-A \frac{\sqrt{2}}{2}$	$-A \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{5\pi}{4}$
10	$A \frac{\sqrt{2}}{2}$	$-A \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$

Coordonnées de I et Q et phase du signal en fonction du mot binaire pour $\Phi_0 = \pi/4$:

Signal Binaire	coordonnées du point I	coordonnées du point Q	Phase du signal MDP4
00	0	A	$\frac{\pi}{2}$
01	-A	0	π
11	0	-A	$\frac{3\pi}{2}$
10	A	0	2π

D-1-3

Les deux mélangeurs sont ici utilisés en modulateur à 2 états de phase. Les signaux I et Q sont bipolaires et représentent respectivement la suites binaires d'éléments pairs et impairs. En sortie de chaque mélangeur on obtient les signaux suivants :

$$s_1(t) = A \cos(\omega_0 t + b_{2n} \pi) \text{ pour les éléments pairs}$$

$$s_2(t) = A \sin(\omega_0 t + b_{2n+1} \pi) \text{ pour les éléments impairs.}$$

Le signal recomposé après le sommateur s'écrit :

$$s(t) = A [\cos(\omega_0 t + b_{2n} \pi) + \sin(\omega_0 t + b_{2n+1} \pi)]$$

ou encore :

$$s(t) = A [\cos(\omega_0 t + b_{2n} \pi) + \cos(\omega_0 t + b_{2n+1} \pi + 3\pi/2)]$$

ce qui correspond à quatre états de phase possibles pour la porteuse et que l'on peut écrire :

$$s(t) = A \cos(\omega_0 t + b_k \pi/2)$$

D-1-4 voir les documents réponse DR6-1 et DR6-2

D-2-1 Le signal modulé est de la forme : $s(t) = A \sin[2\pi f_0 t + \frac{(2m+1)\pi}{4}]$.

1- L'élévation à la puissance 4 de $s(t)$ donne l'expression suivante :

$$[s(t)]^4 = A^4 \sin^4[2\pi f_0 t + \frac{(2m+1)\pi}{4}] \text{ qui, après développement et élimination des termes}$$

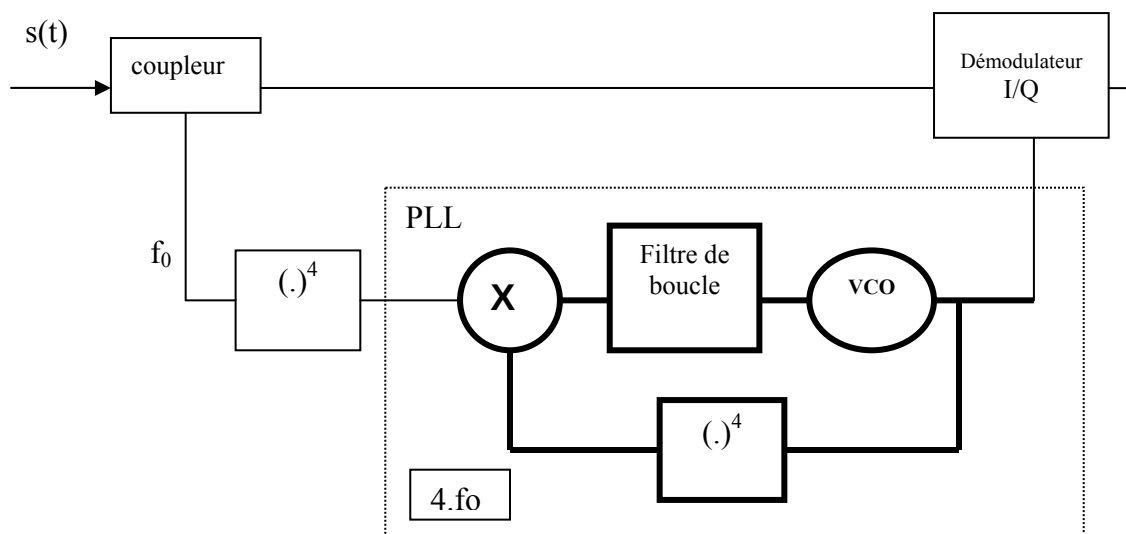
non utiles pour l'application donne l'expression suivante :

$$[s(t)]^4 \cong A^4 \cos[4(2\pi f_0 t + (2m+1)\pi)]$$

Les sauts de phase de $\pi/4$ sont éliminés. On obtient un signal de fréquence $4f_0$ qui représente la porteuse de l'émission. On régénère un signal synchrone en utilisant, au récepteur, une boucle à verrouillage de phase, toute fois il faut lever l'indétermination sur le signe du signal reçu (phase $(2m+1)\pi$).

2- On utilise une séquence d'initialisation connue de l'émetteur et du récepteur avant transmission de l'information.

D-2-2 Figure 11 avec le bloc PLL



D-3-1

Le mélangeur effectue l'opération multiplication:

$$e(t) = S_i(t) \cdot s_0(t) = (AB/2) [\sin(8\pi f_0 t + \theta_i + \theta_0) + \sin(\theta_i - \theta_0)].$$

Après filtrage et en supposant $\theta_i - \theta_0 \cong 0$ on obtient:

$$c(t) = K_d (\theta_i - \theta_0).$$

où $K_d = AB/2$ grandeur qui s'exprime en V/rad.

L'oscillateur commandé en tension (VCO) fournit un signal de fréquence:

$$f_0 = K_0 \cdot c(t)$$

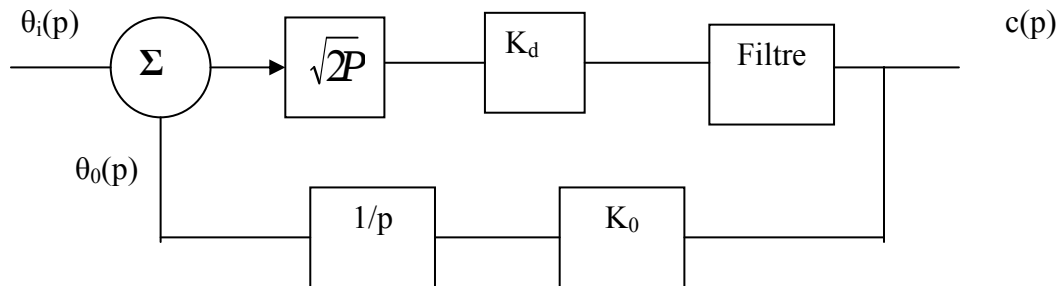
où K_0 s'exprime en Hz/v

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = K'_0 c(t) \text{ avec } K'_0 = K_0 \cdot 2\pi \text{ en rad/v.}$$

La phase instantanée du signal fourni par le VCO s'exprime : $\theta_0(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_0 \cdot c(t) dt$.

Ce qui conduit au schéma de la figure 13.

D-3-2 On obtient le schéma de la PLL en fonction des grandeurs fréquentielles en considérant la transformée de Laplace de chacun des blocs représentés sur la figure 13.



D-3-3

$$\frac{\theta_0(p)}{\theta_i(p)} = H_0(p) = \frac{\sqrt{2P} K_0 K_d F(p)}{p + \sqrt{2P} K_0 K_d F(p)}$$

D-3-4

$$He(p) = \frac{\theta_e(p)}{\theta_i(p)} = \frac{p}{p + \sqrt{2P} K_0 K_d F(p)}$$

D-3-5 $F(p) = K_f$

$$H_e(p) = \frac{\theta_e(p)}{\theta_i(p)} = \frac{p}{p + \sqrt{2PK_0K_dK_f}}$$

si $\theta_i(t) = 2\pi f_s t$ la transformée de Laplace de $\theta_i(t) = \theta_i(p) = (2\pi f_s)/p^2$

$$\theta_e(p) = \frac{2\pi f_s}{(p + \sqrt{2PK_0K_dK_f})p}$$

En appliquant le théorème de la valeur finale,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\theta_e(t)] = \lim_{p \rightarrow 0} [p \cdot \theta_e(p)]$$

on obtient :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\theta_e(t)] = \frac{2\pi f_s}{(\sqrt{2PK_0K_dK_f})}$$

$\theta_e(t)$ tend vers une constante. La fréquence f_0 ne peut se verrouiller sur la porteuse d'émission.

D-3-6 On a $F(p) = \frac{1 + \tau_2 p}{\tau_1 p}$

$$H_{0,2}(p) = \frac{2m\omega_n p + \omega_n^2}{p^2 + 2m\omega_n p + \omega_n^2} \quad \text{avec} \quad \omega_n^2 = \frac{K_0 \sqrt{2PK_d}}{\tau_1} \quad \text{et} \quad m = \frac{\tau_2 \omega_n}{2}$$

D-3-7

$$H_{e,2}(p) = \frac{p^2}{p^2 + 2m\omega_n p + \omega_n^2}$$

D-3-8

1°

$$\theta_e(p) = \frac{2\pi f_s}{p^2 + 2m\omega_n p + \omega_n^2}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\theta_e(t)] = 0$$

2° L'erreur de phase $\theta_e(t) \rightarrow 0$: la fréquence du signal de sortie du VCO est synchrone avec la porteuse de l'émission. Le filtre de boucle proposé dans ce cas convient pour l'application.

D-3-9 $x(t)=n_c(t)\cos(\theta(t))-n_s(t)\sin(\theta(t))$

$y(t)= n_c(t)\cos(\theta(t))-n_s(t)\sin(\theta(t))$

d'où $n(t)= n_c(t)\cos(2\pi f_0 t+\theta(t))-n_s(t)\sin(2\pi f_0 t+\theta(t))$

On considère le mélangeur comme une fonction multiplication (voir D-3-1) avec ici le signal d'entrée de la forme : $s(t)=[\sin(2\pi f_0 t+\theta_i)]+n(t)$

Après développement et filtrage des termes harmoniques puis en supposant que $\theta_i \approx \theta_{0on}$ (fonctionnement linéaire), on obtient la relation suivante:

$e(t)=\sqrt{2P}K_d \sin(\theta_i-\theta_0)+n_c(t)\sin(\theta_i-\theta_0)-n_s(t)\cos(\theta_i-\theta_0)$

ou encore $e(t)=\sqrt{2P}K_d(\theta_i-\theta_0)+m(t)$ d'où le schéma de la figure 14.

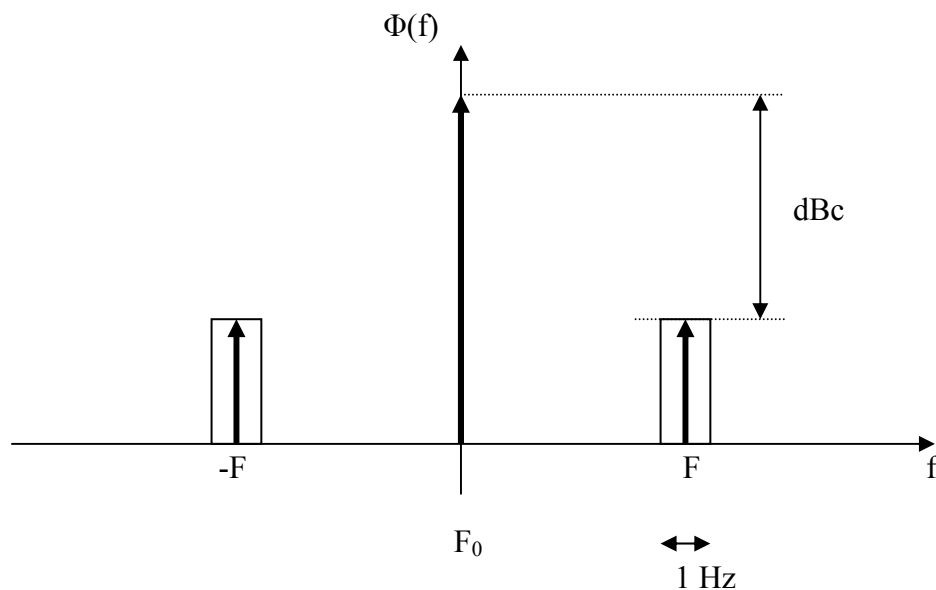
où $m(t)=n_c(t)\sin(\theta_i-\theta_0)-n_s(t)\cos(\theta_i-\theta_0)$

D-4-1-1 $f_0=1$ GHz $c= 16,5$ v pour $f_0 = 1$ GHz

D-4-1-2 $K_0= 25$ MHz/v, puissance du signal de sortie $P= 15$ dBm, c'est à dire 31,6 mW

D-4-1-3 Pour le VCO utilisé on trouve dans la documentation : -95 dBc/Hz à 10KHz et -115 dBc/Hz à 100 KHz.

Cette donnée représente, comme le montre la figure suivante, compte tenu du bruit de phase de l'oscillateur, l'atténuation par rapport à la porteuse du spectre $\Phi(f)$ du signal fourni par l'oscillateur à une fréquence F de la porteuse, dans une bande de 1 Hz.



D-4-2-1 A partir de la documentation technique on obtient :
 puissance du signal Ol ($4F_0$) : 13 dBm
 Puissance du signal RF ≤ 9 dBm.

D-4-2-2 Pertes de conversion : 9,5 dB soit un gain de -9,5 dB

D-4-2-3

Si P_e est la puissance des signaux d'entrée de fréquences f_{r1} et f_{r2} , P_{s0} est la puissance des signaux de sortie de fréquences $f_{f1} = f_o - f_{r1}$ et $f_{f2} = f_o - f_{r2}$, P_{s3} est la puissance des signaux de sortie de fréquences $f_o - (2f_{r1} - f_{r2})$ et $f_o - (2f_{r2} - f_{r1})$. $IP3$ est le point d'interception des droites représentant l'évolution de $P_{s0}=f(P_e)$ et de $P_{s3}=g(P_e)$. Les puissances sont exprimées en dBm.

Pour le SKY60MH, $IP3 = +19$ dBm

Dynamique = $P_{smax} - P_{smin}$ en dBm ; P_{smax} --> compression à 1 dB et P_{smin} --> niveau du plancher de bruit.

D-4-2-4 Voir question D-3-1 $K_d = 1/2$ v/rd

D-4-3-1 $B_b = 9,4$ KHz $\omega_n = 1,77 \cdot 10^4$ rd/s

En prenant $P = 9$ dBm soit $P = 7,9$ mW, avec $K_0 = 25$ MHz/v et $K_d = 1/2$ v/rd, on obtient :

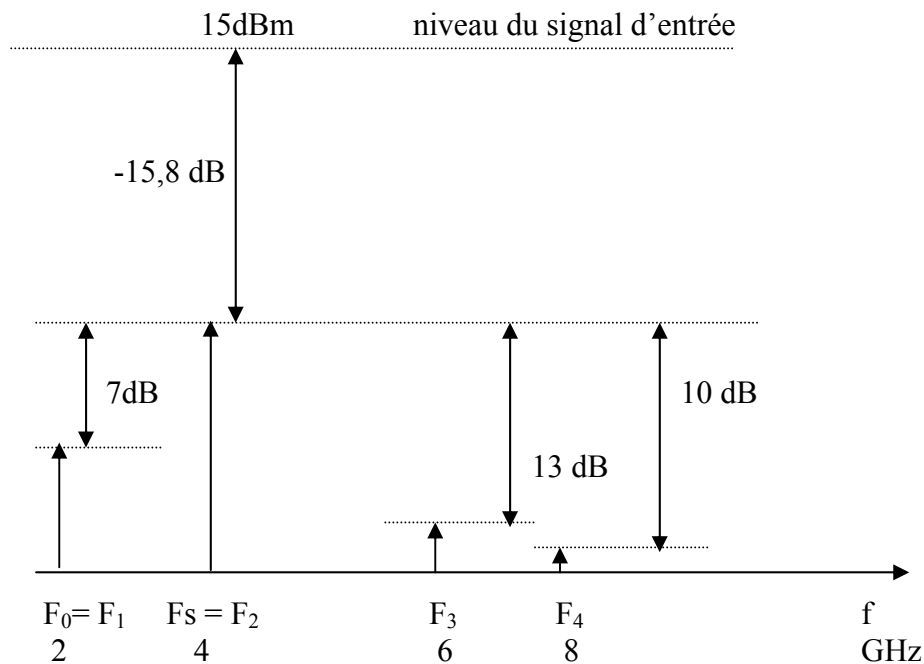
$$\tau_1 = 39,4 \mu s \text{ et } \tau_2 = 79,4 \mu s$$

D-4-3-2 Le second amplificateur auquel on applique une tension continue sur son entrée permet d'ajuster la fréquence f_0 du VCO au repos (en absence de modulation).

D-4-4-1 Le doubleur de fréquence est un élément dont le fonctionnement est caractérisé par une fonction non linéaire (exemple une diode). Son action génère des harmoniques du signal d'entrée. Par filtrage on sélectionne l'harmonique désirée.

D-4-4-2 Le gain de conversion est défini par le rapport de la puissance de l'harmonique 2 sur la puissance du signal d'entrée. Lorsque ce rapport est inférieur à un, on utilise le terme perte de conversion défini par le rapport de la puissance d'entrée sur la puissance du signal de l'harmonique 2. Ce rapport s'exprime en dB.

D-4-4-3



Amplitude des harmoniques en sortie du doubleur de fréquence KBA 20 par rapport à la puissance du signal d'entrée.

F_0 est la fréquence du signal d'entrée (2 GHz), F_s est la fréquence du signal de sortie recherché (4 GHz).

D-4-4-4 Les amplificateurs permettent l'adaptation des circuits et régénèrent le signal compte tenu des pertes des filtres.

D-4-5-1

le point de compression à -1 dB est donné à 2 GHz et vaut 13 dBm typ

D-4-5-2

Le gain typique à cette fréquence est de 15.2 dB

dans le plan imposé la courbe idéale est une droite D1 d'équation $P_s = P_e + 15.2$ que l'on peut tracer à l'aide de 2 points :

- le point de compression $P_s = 13 + 1 = 14$ dBm et $P_e = 14 - 15.2 = -1.2$ dBm
- $P_e = 8$ dBm par exemple $P_s = 23.2$ dBm

Le plan peut être gradué ainsi : P_s de -4 à $+30$ dBm et P_e de -4 à $+15$ dBm

La courbe réelle passe 1 dB dessous à la compression puis devient horizontale (saturation).

D-4-5-3

On peut placer le point IP3 : $P_s = 26$ dBm avec $P_e = 26 - 15.2 = 10.8$

La droite D3 d'inter modulation 3 a pour équation $P_s = 3P_e + B$ soit au point IP3

$26 = 3 \times 10.8 + B$ d'où $B = -6.4$; on peut tracer D3 avec un second point $P_e = 2$, $P_s = 0.4$

D-4-5-4 La protection contre l'inter modulation Δ est donnée par $D3 - D1$

$$\Delta = -2P_e + 21,6 \text{ soit } 19,2 \text{ dB pour } P_e = -1,2 \text{ dBm}$$

D-4-5-5 Le niveau maxi d'entrée sans dommage est spécifié à 15dBm soit 32mW ou 1,25 V

D-4-5-6 Le facteur de bruit ou Noise Factor vaut ici 4,3 dB typ à 2 Ghz

Le facteur de bruit d'un amplificateur est défini par :

$$F = (N_a + N_e G) / N_e G = (N_a + kTBG) / kTBG$$

à $T = 290^\circ\text{K}$ exprimé en dB ou non

avec N_a bruit ajouté de l'amplificateur et G son Gain en puissance. N_e est la puissance de bruit en entrée de l'amplificateur.

On exprime aussi le facteur de bruit par : $F = (S/N)_e / (S/N)_s$

D-4-5-7 MTTF = Mean Time To Failure (temps moyen avant une panne) il s'agit donc d'une courbe de fiabilité

D-4-5-8 Flatness = platitude de la courbe de réponse dans la bande passante

D-4-5-9

Voltage Standing Wave Ratio ou R.O. S (rapport d'ondes stationnaires)

ROS = 1 : adaptation parfaite ROS = quelques unités : désadaptation

ici valeurs correctes puisque le ROS est entre 1,2 et 1,6

D-4-6 voir document réponse DR 7

D-4-7 Le filtre centré sur 4 GHz placé après le premier doubleur n'est pas assez sélectif pour la fréquence qui est de 2 GHz à cet endroit. Les harmoniques générées par le doubleur ne seront pas suffisamment éliminées. Il faudrait utiliser un filtre passe bande centré sur 2 GHz .

D-5 1° Récupération de porteuse par une boucle de Costas

2° Récupération de porteuse par remodulation

Eléments de réponse de la partie E

E-1-1

$F_s = 8 \text{ GHz}$ A l'aide de l'abaque on trouve un ordre $n=3$.

E-1-2 Pour un filtre passe bas, l'impédance du condensateur pour les fréquences basses, donc dans la bande passante, est très grande. Pour un filtre passe bande, on retrouve la même caractéristique si on considère un circuit L-C parallèle. L'impédance est grande pour $f_1 < f < f_2$. Dans le cas d'un élément inductif on aboutit au même raisonnement en remplaçant l'inductance par un circuit L-C série. L'impédance du circuit série tend vers zéro à la résonance.

E-1-3

Dans la synthèse d'un filtre, on se réfère à un filtre passe dit prototype dans lequel les paramètres du filtre sont normalisés par rapport à la fréquence de coupure. Pour synthétiser un filtre passe haut on effectue la transformation :

$P_N = j(\omega/\omega_0)$ pour le filtre prototype avec $P_N = k/p$ où $p = j\omega$ pour le filtre recherché. Pour un filtre passe bande, la fonction de transformation est de la forme :

$$P_N = ap + b/p$$

Les impédances correspondantes s'écrivent:

Inductance du filtre prototype : $L_N p_N = L_N (ap + b/p) = L_p + 1/C_p$
avec $L = aL_N$ et $C = 1/(bL_N)$.

A la valeur L_N correspond une inductance en série avec un condensateur.

De même on a : $\frac{1}{C_N p_N} = \frac{1}{C_N (ap + \frac{b}{p})} = \frac{1}{Cp + \frac{1}{Lp}}$

A la valeur C_N du filtre prototype correspond une inductance L en parallèle avec un condensateur C .

E-1-4 Fréquence centrale $F_0 = 4 \text{ GHz}$ Bande relative $B = 0,2$

Pour un filtre de chebyshev d'ordre 3 avec une ondulation dans la bande de 0,1 dB puis de 0,25 dB, les coefficients g_k donnés en annexe sont:

A_m	g_1	g_2	g_3
0,1 dB	1,0315	1,1474	1,0315
0,25 dB	1,303	1,146	1,303

Les inductances et les condensateurs du schéma électrique représenté sur la figure 19 de l'énoncé ont les valeurs suivantes:

	$L''1=L''3$	$C''1=C''3$	$L''2$	$C''2$
$A_m = 0,1 \text{ dB}$	0,389 nH	4,1 pF	11,41 nH	0,139 pF
$A_m = 0,25 \text{ dB}$	0,3 nH	5,18 pF	11,41 nH	0,139 pF

E-1-5

Si on considère une ligne de longueur $\lambda/4$ fermée par une impédance réduite $z_s = Z_s/Z_c$, où Z_c est l'impédance caractéristique de la ligne, l'impédance réduite d'entrée est égale à $z_e = 1/z_s$. $\lambda g/4$ correspond à un demi-tour de l'abaque de smith. On trouve $Z_e = (Z_c^2)/Z_s$. L'admittance vue entre les points MM' (figure 21b de l'énoncé) du circuit L-C parallèle, s'écrit :

$$Y_{MM'} = \frac{1}{jL\omega} \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right) \quad \text{où } LC(\omega_0)^2 = 1$$

Compte tenu du tronçon $\lambda/4$, l'impédance vue en AA' s'écrit :

$$Z_{AA'} = \frac{Z_c^2}{jL\omega} \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right) \quad \text{ou encore sous une autre forme : } Z_{AA'} = Z_c^2 jC\omega \left(1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right)$$

Par ailleurs, d'après le schéma de la figure 21a, on peut écrire

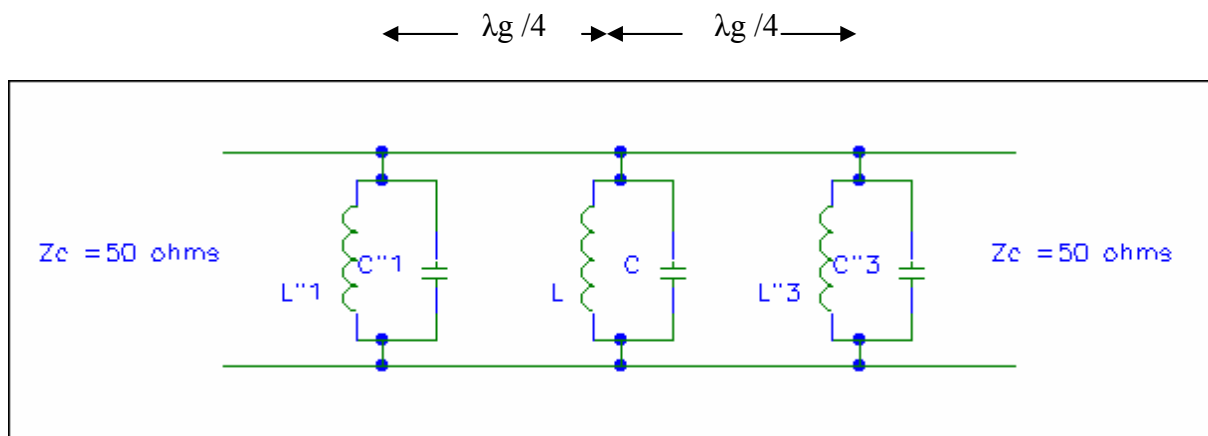
$$Z_{\text{série}} = jL_2\omega \left(1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right)$$

Avec la condition $Z_{AA'} = Z_{\text{série}}$ pour tout ω , on obtient les relations de passage:

$$L = \frac{Z_c^2}{L''\omega_0^2} \quad \text{et} \quad C = \frac{Y_c^2}{\omega_0^2 C_2''}$$

E-1-6

Le schéma électrique du filtre ainsi transformé est représenté sur la figure suivante :



Les valeurs numériques sont résumées dans le tableau suivant:

Am	L''1=L''3	C''1=C''3	L''2	C''2	L	C
0,1dB	0,389 nH	4,1 pF	11,41 nH	0,139 pF	0,347 nH	4,46 pF
0,25 dB	0,3 nH	5,18 pF	11,41 nH	0,139 pF	0,347 nH	4,46 pF

E-2-1

Pour une ligne court-circuitée de longueur l l'impédance réduite d'entrée s'écrit:

$$z_e = \frac{Z_e}{Z_c} = j \tan(2\pi \frac{l}{\lambda_g})$$

Dans le cas d'une ligne en circuit ouvert: $z_e = \frac{Z_e}{Z_c} = \frac{1}{j \tan(\frac{2\pi l}{\lambda_g})}$

E-2-2

Permittivité effective: $\epsilon_{eff} = 3,62$; la longueur d'onde de propagation s'exprime par la relation: $\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{eff}}}$ et vaut ici : $\lambda_g = 39,5 \text{ mm}$.

Impédance caractéristique de la ligne micro-ruban pour $w/h = 1,59$ est égale à: $Z_c = 53,24 \Omega$.

E-2-3 Calcul des impédances caractéristiques des lignes fermées sur un court-circuit pour réaliser les inductances L''1 et L et fermée par un circuit- ouvert pour les condensateur C''1 et C.

$$\omega_0 = 2\pi \cdot 4 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$$

on se positionne usuellement dans le cas où $\tan(\beta l)$ est proche de zéro
dans ce cas $\tan(\beta l) \neq \beta l$ il faut donc l très voisin de $k\lambda_g/2$ soit ici proche de 20, 40, 60 mm etc avec, d'après l'énoncé, des multiples de 15 mm : on peut choisir 60 mm

1- Inductances (lignes fermées sur un CC)

l doit être légèrement supérieur à $k\lambda_g/2$ pour avoir $\tan(\beta l) > 0$

par exemple : $L = 0.347 \text{ nH}$ et $l = 60 \text{ mm}$

$$\tan(\beta l) = + 0.134625, \quad l = 3\lambda_g/2 \quad Z_{ind} = jL\omega_0 = j 8.72 \Omega$$

$$\text{donc } Z_c = |Z_{ind}| / \tan(\beta l) = 64.7 \Omega$$

2- Condensateurs (lignes ouvertes)

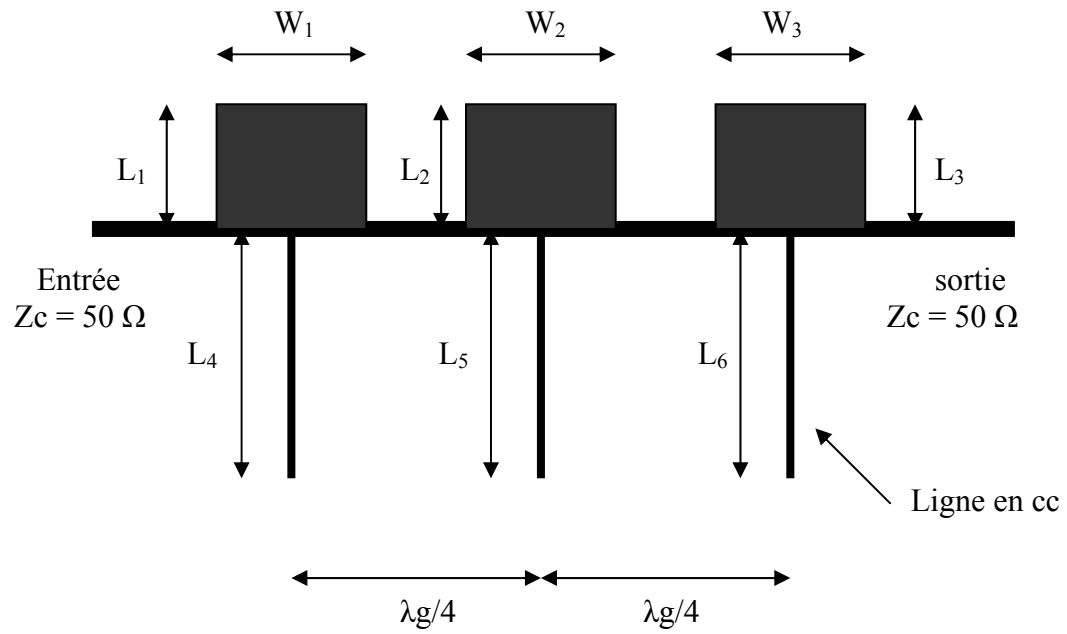
par exemple $C = 4.46 \text{ pF}$ et toujours $l = 60 \text{ mm}$

$$Z_{cond} = 1 / jC\omega_0 = -j8.92 \Omega \text{ donc } Z_c = |Z_{cond}| \cdot \tan(\beta l) = 1.2 \Omega$$

NB : on peut aussi jouer sur le signe de $\tan(\beta l)$ pour réaliser soit une inductance soit un condensateur indépendamment de la mise en circuit ouvert ou en court-circuit .

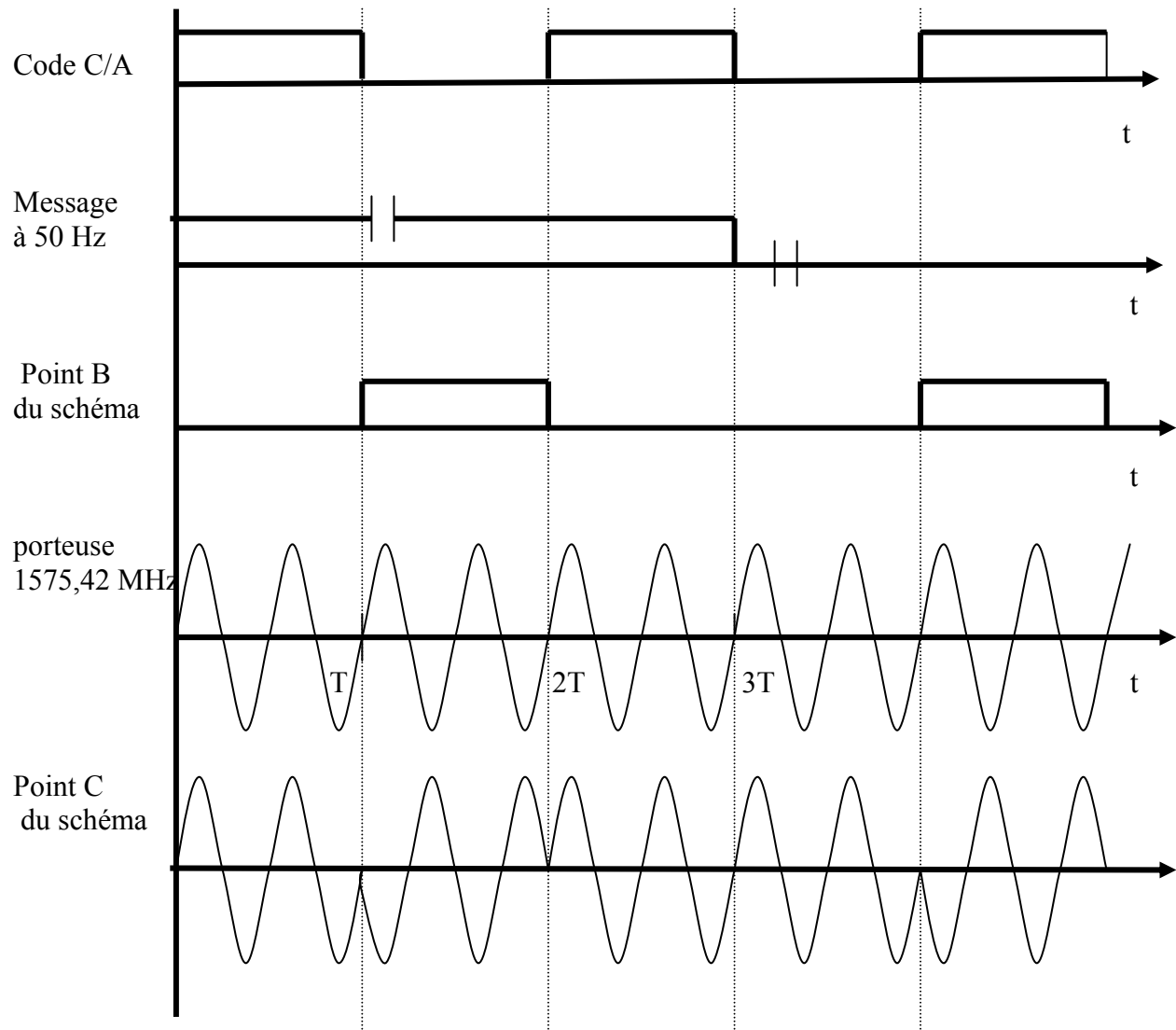
E-2-4

Ebauche de la topologie du filtre :



CORRIGE DES DOCUMENTS REPONSES

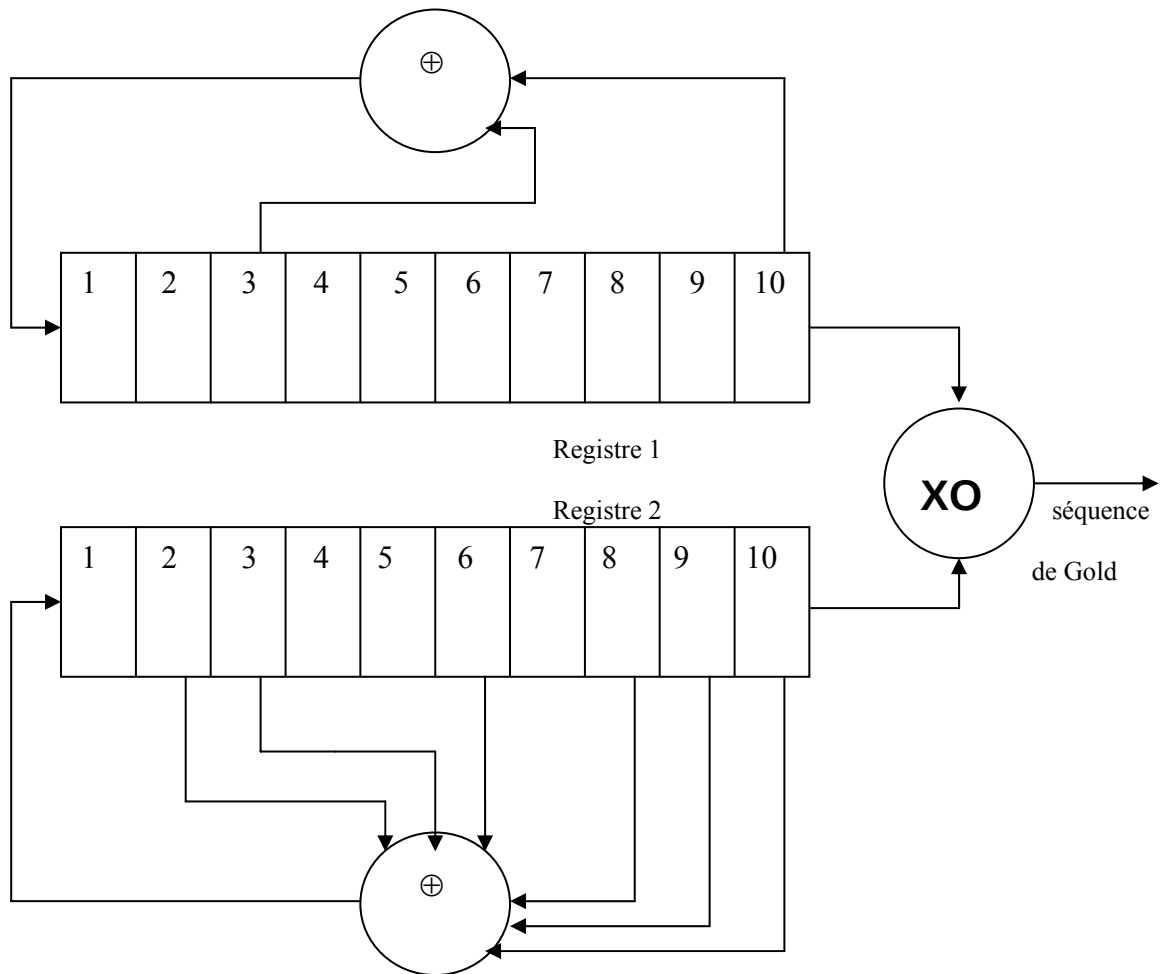
DOCUMENT REPONSE DR1



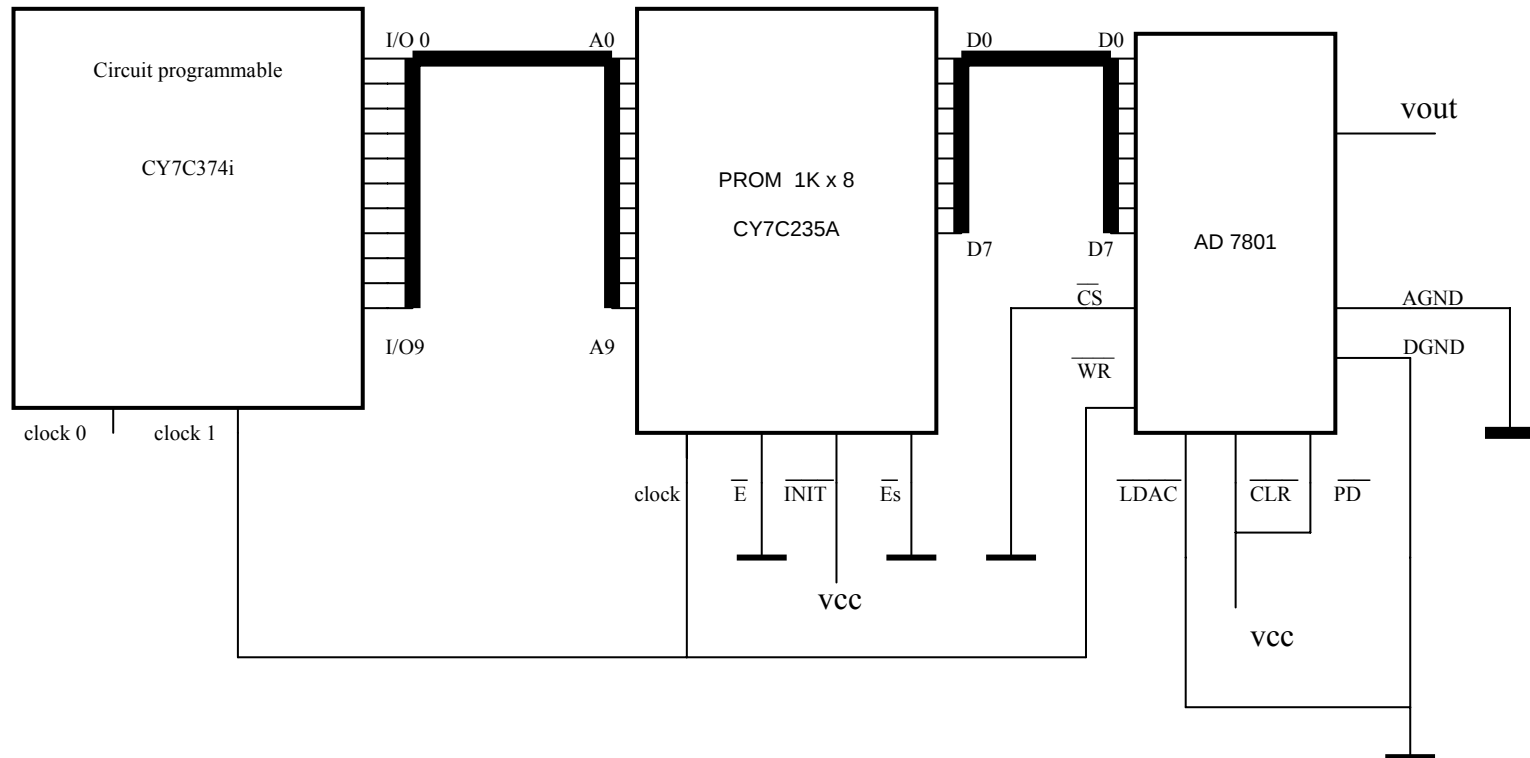
DOCUMENT REPONSE DR2

	Horloge	S_0	S_1	S_2	$S_1 \oplus S_2$
0		1	1	1	0
1	↑	0	1	1	0
2	↑	0	0	1	1
3	↑	1	0	0	0
4	↑	0	1	0	1
5	↑	1	0	1	1
6	↑	1	1	0	1
7	↑	1	1	1	0

DOCUMENT REPONSE DR3



DOCUMENT REPONSE DR4

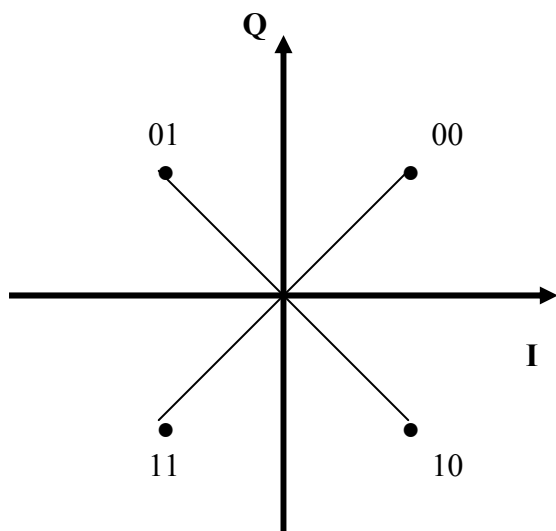


DOCUMENT REPONSE DR5

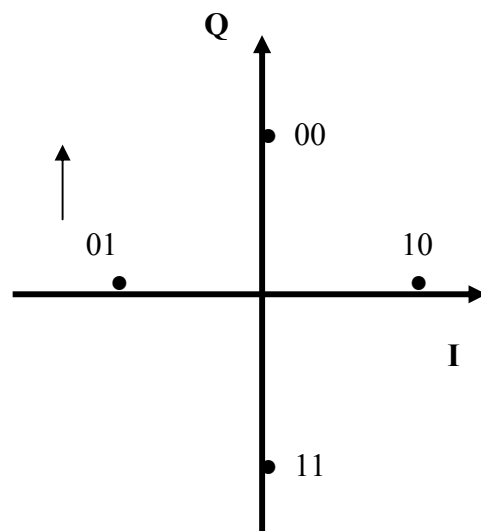
$\Phi_0=0$

Signal Binaire	coordonnées du point I	coordonnées du point Q	Phase du signal MDP4
00	$A\frac{\sqrt{2}}{2}$	$A\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\pi}{4}$
01	$-A\frac{\sqrt{2}}{2}$	$A\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$
11	$-A\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-A\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{5\pi}{4}$
10	$A\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-A\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$

Diagramme vectoriel

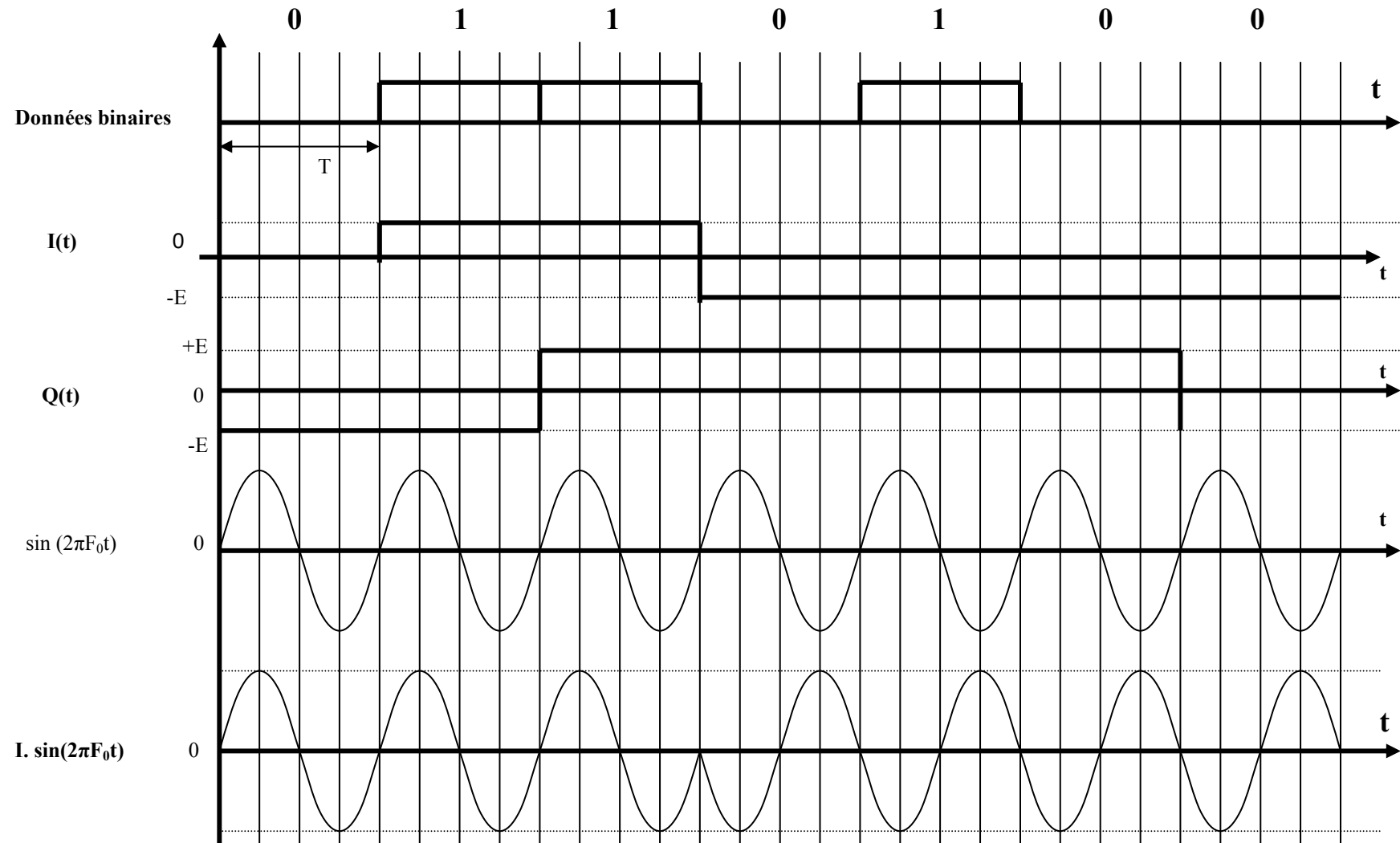


$\Phi_0 = 0$

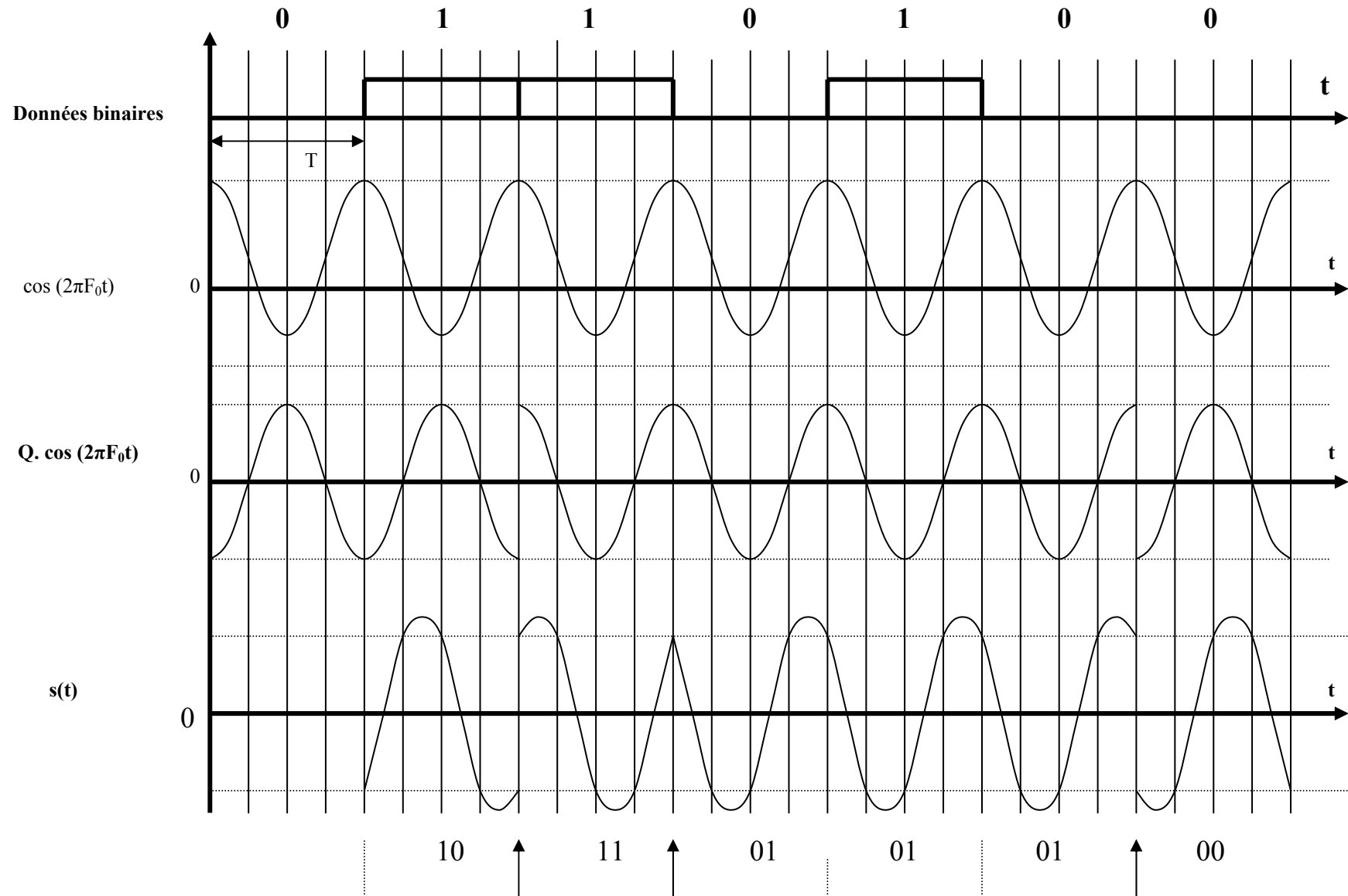


$\Phi_0 = \pi/4$

DOCUMENT REPONSE DR6-1



DOCUMENT REPONSE DR6-2



DOCUMENT REPONSE DR7

	Ampli A4	Filtre 'passe- bande'	Ampli A3	Doubleur D2	Ampli A2	Doubleur D1	Ampli A1
Fréquence Centrale	4 GHz	4 GHz	4 GHz	entrée 2GHz sortie 4 GHZ	2 GHz	entrée 1GHz sortie 2 GHZ	1 GHz
Gain	13 dB	-1 dB	13 dB	-12 dB	15,2 dB	-12 dB	15,8 dB
Puissance d'entrée	0 dBm	1 dBm	-12 dBm	0 dBm	-15,2 dBm	-3 dBm	- 18,8 dBm
Puissance de sortie	13 dBm	0 dBm	1 dBm	-12 dBm	0 dBm	-15,2 dBm	-3dBm