

AGRÉGATION EXTERNE de GÉNIE ÉLECTRIQUE SESSION 2003

ÉLÉMENTS DE CORRECTION DE L'ÉPREUVE D'ÉLECTRONIQUE DE L'OPTION ÉLECTROTECHNIQUE ET ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE
--

Eléments de réponses de la partie A

A-1 $2d = c \cdot (\tau_2 - \tau_1)$ avec $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Pour le satellite géostationnaire $d = 36000$ km : $(\tau_1 - \tau_2) = 0,24$ s.

A-2-1 Débit binaire du code C/A : 1,023 Mbits/s.

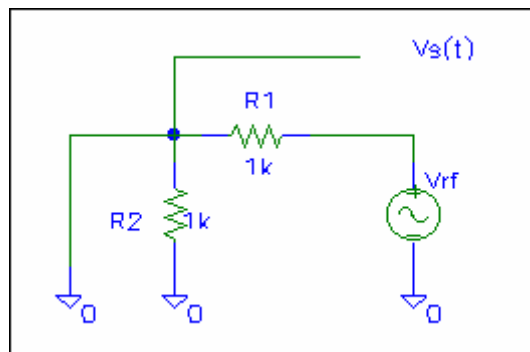
A-2-2 Nombre de bits du code C/A dans un bit du message M

$$N = (1,023 \cdot 10^6) / 50 = 20460 \text{ bits}$$

A-2-3 Rapport de cohérence $R_c = F_0 / F_{HI} = 1540$

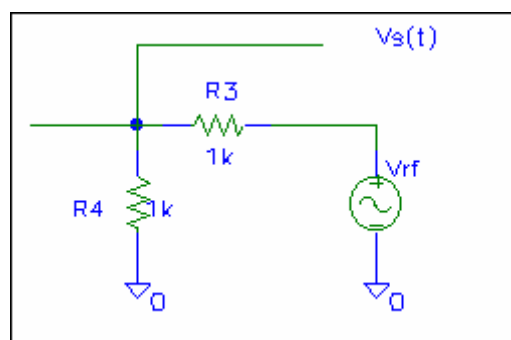
A3 Etude du mélangeur

A-3-1 1-schéma équivalent du circuit lorsque les diodes sont passantes :



$$\rightarrow V_s(t) = 0$$

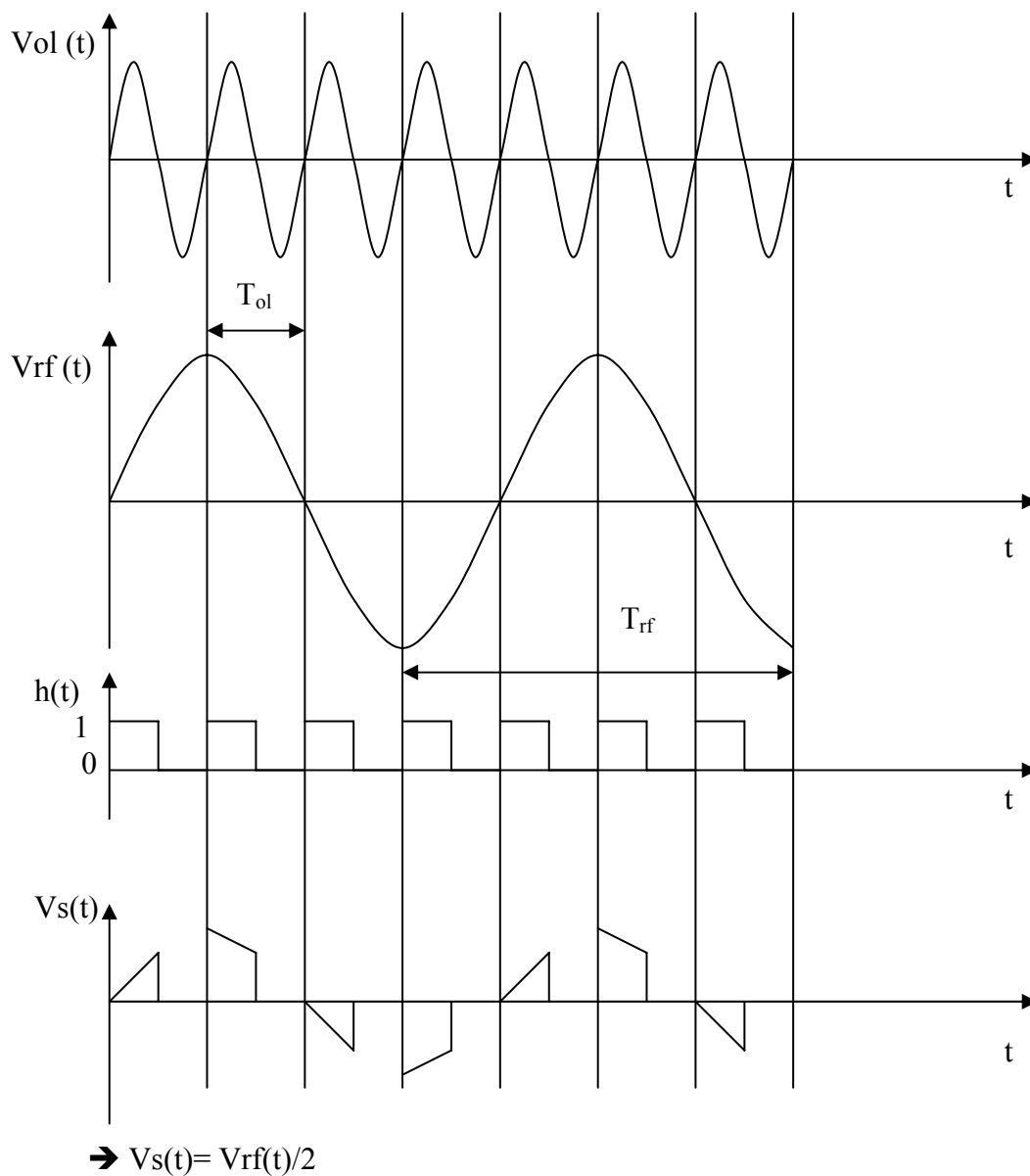
2- Les diodes sont bloquées :



$$\rightarrow V(t) = (V_{rf})/2$$

On peut simuler le fonctionnement du circuit en introduisant un interrupteur commandé par une tension en créneaux $h(t)$ de période $T_{ol} = 1 / F_{ol}$, aux bornes de la résistance R2.

Les tensions $V_s(t)$, $V_{rf}(t)$, $V_{ol}(t)$ et $h(t)$ sont représentées sur la figure suivante.



Représentation des tensions aux bornes du mélangeur.

Nous supposons que les diodes sont passantes pour l'alternance négative de V_{ol} et bloquées pour l'alternance positive.

A-3-2

Dans les conditions de la figure représentée à la question précédente, on peut exprimer les différents états des diodes par une fonction $h(t)$ définie par :

$$\begin{aligned} h(t) &= 1 \quad \text{pour } 0 < t < T_{ol}/2 \\ h(t) &= 0 \quad \text{pour } T_{ol}/2 < t < T_{ol} \end{aligned}$$

où T_{ol} est la période du signal de commande.

On voit que $V_s(t)$ est le résultat du produit de la tension $V_{rf}(t)$ avec $h(t)$:

$$v_s(t) = K \cdot V_{rf}(t) \cdot h(t)$$

avec ici $K = 1/2$ qui représente le diviseur formé par les résistances du circuit mélangeur.

A-3-3 Transformée de Fourier de $v_s(t)$

En appliquant le théorème de Plancherel à l'expression $v_s(t) = K \cdot V_{rf}(t) \cdot h(t)$, on obtient :

$$V_s(t) = V_{rf}(t) \cdot h(t) \quad \Longrightarrow \quad TF[V_s(t)] = TF[V_{rf}(t)] * TF[h(t)]$$

où $*$ représente le produit de convolution.

1-La fonction $h(t)$ est une fonction rectangulaire périodique de période T_{ol} que l'on peut facilement décomposer en série de Fourier et convertir ensuite dans l'espace des fréquences.

$$h(t) = \sum \frac{\theta}{T_{ol}} \cdot \frac{\sin(\pi F_{ol} \theta)}{\pi F_{ol} \theta} \cdot \exp(2j\pi F_{ol} t)$$

$$\text{avec } \frac{\theta}{T_{ol}} = \frac{1}{2}, \quad 1/T_{ol} = F_{ol}$$

la transformée de Fourier s'écrit :

$$H(f) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{\sin(n\pi F_{ol} \theta)}{n\pi F_{ol} \theta} \cdot \delta(f - nF_{ol})$$

ou $\delta(f)$ est l'impulsion de Dirac.

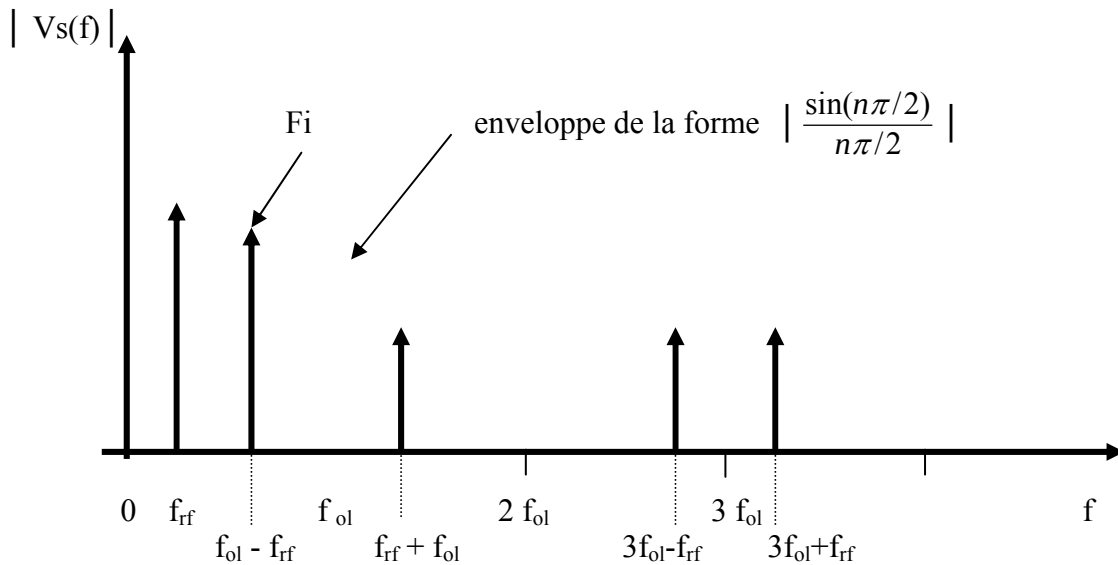
2- $V_{rf}(t)$ est une tension sinusoïdale, la transformée de Fourier de $V_{rf}(t)$, en représentation bilatérale s'écrit :

$$V_{rf}(f) = TF(V_{rf}(t)) = 1/2 [\delta(f + F_{rf}) + \delta(f - F_{rf})]$$

Finalement la transformée de Fourier de $v_s(t)$ s'écrit :

$$V_s(f) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\theta}{T_{ol}} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{\sin(n\pi F_{ol} \theta)}{n\pi F_{ol} \theta} \{ \delta(f + F_{rf} - nF_{ol}) + \delta(f - F_{rf} - nF_{ol}) \}$$

La figure suivante représente l'allure du spectre du signal $V_s(t)$. On observe un spectre de raies avec notamment une raie à la fréquence intermédiaire $F_i = F_{ol} - F_{rf}$.

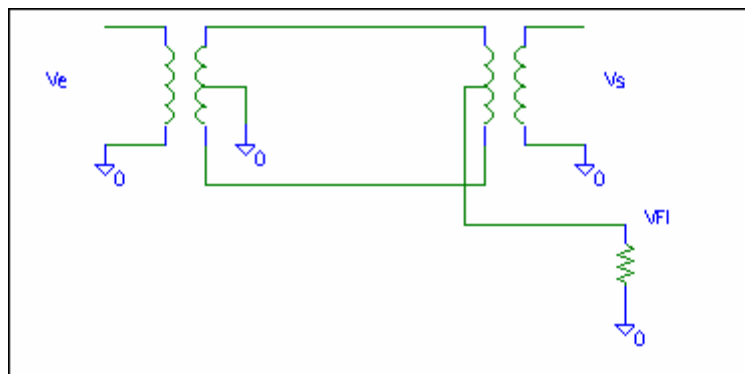


Représentation fréquentielle du signal de sortie du mélangeur $v_s(t)$.

A-3-4 Mélangeur équilibré

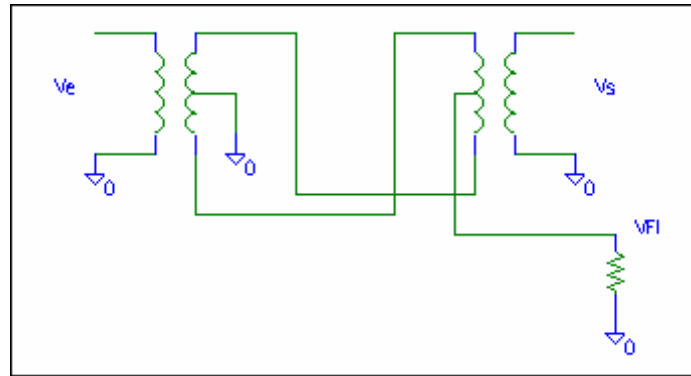
Dans ce type d'utilisation, le signal de commande des diodes est appliqué sur l'entrée F_i du mélangeur :

1° cas: D1 et D3 passantes et D2 et D4 bloquées (alternance <0 sur F_i)



→ V_s est en phase avec V_e .

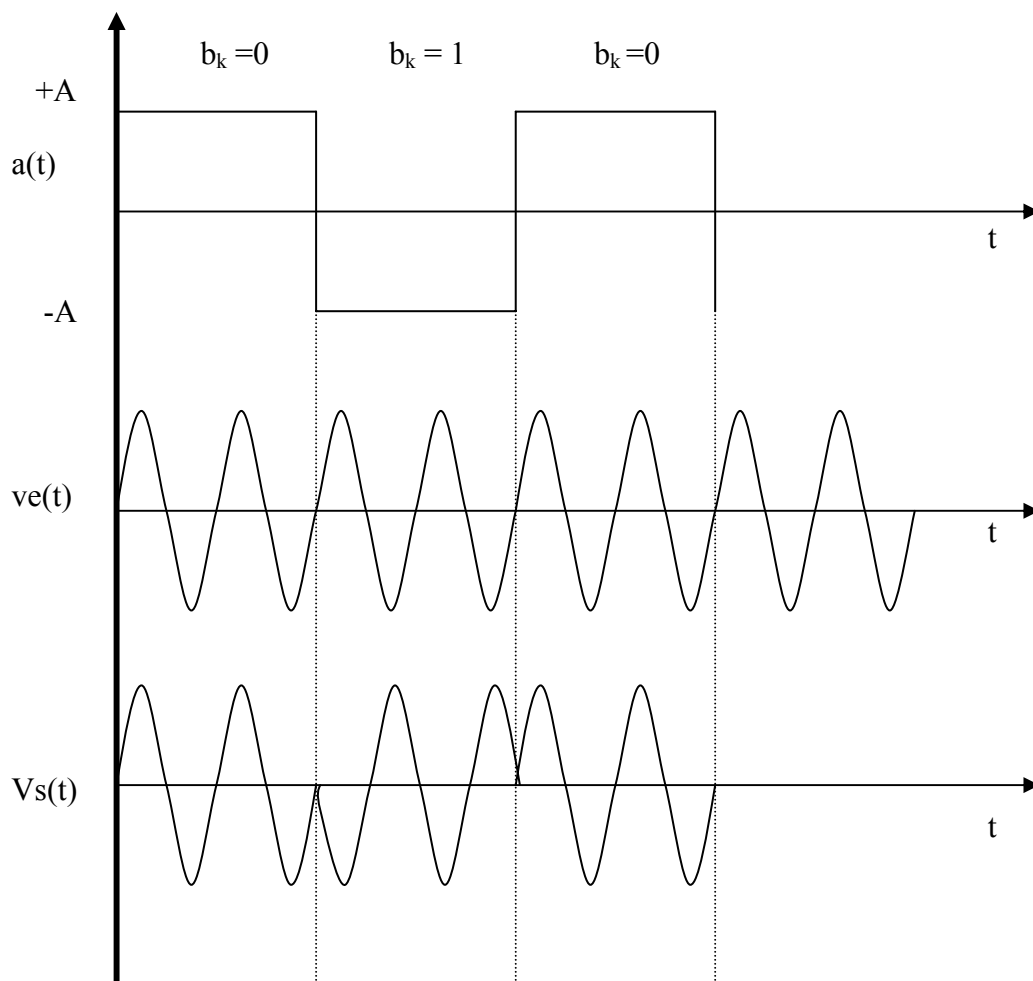
2° cas : D1 et D3 bloquées et D2 et D4 passantes (alternance >0 sur F_i)



→ $V_s(t)$ est en opposition de phase avec $V_e(t)$.

Conclusion :

Le mélangeur fonctionne en modulateur à deux états de phase pour le signal $V_e(t)$ si on applique un signal bipolaire $a(t)$ sur l'entrée F_i pour commander les diodes. Le signal $a(t)$ est représentatif de la suite binaire b_k , contenant une information. La figure suivante représente les signaux $a(t)$, $v_e(t)$ et $v_s(t)$



Représentation des signaux d'entrée, de sortie et de commande du modulateur à 2 états de phase.

A-3-5

On applique deux tensions sinusoïdales aux entrées du mélangeur :

$$V_1(t) = E_1 \sin(2\pi F_1 t + \varphi_1) \text{ et } V_2(t) = E_2 \sin(2\pi F_2 t + \varphi_2)$$

La tension résultante du mélange, $V_3(t)$, prise aux bornes de la résistance de charge R , s'écrit :

$$V_3(t) = R K (V + V_1 + V_2)^2$$

En remplaçant $V_1(t)$ et $V_2(t)$ par leur expression et en utilisant les relations trigonométriques habituelles, on obtient des termes de fréquence :

$$F_1, F_2, 2 F_1, 2 F_2, F_1 - F_2, F_1 + F_2 \dots$$

L'élément généralement retenu dans les applications courantes est celui de fréquence $F_1 - F_2$. Il est obtenu après filtrage des autres éléments. Dans ce cas le développement de la fonction $I = K(V + V_1 + V_2)^2$ se réduit à :

$$V_3(t) = V_1(t) \cdot V_2(t)$$

A-3-6

A-3-6-1

La fréquence OL (#1.5 GHz) impose SYM-11MH ou 25MH ou 36MH

La fréquence FI (#1 GHz) impose SYM-11MH

A-3-6-2

Puissance P exprimée en dBm : $10 \log (P/P_0)$ où P est exprimée en mW avec $P_0 = 1\text{mW}$.

0 dBm correspond à une puissance (en dBm) de 1 mW sur 50Ω d'où

$$N \text{ (dBm)} = 10 \log (P/10^{-3}) \text{ si } P \text{ est exprimé en W.}$$

A-3-6-3

$$P = V^2/R \text{ d'où } V = (R \cdot 10^{-3} 10^{N/10})^{1/2} \text{ avec } R = 50\Omega \text{ et } N \text{ en dBm}$$

$$+ 13 \text{ dBm} \rightarrow 20\text{mW} \text{ ou } V_{\text{eff}} = 1\text{V}$$

$$+ 9 \text{ dBm} \rightarrow 7,94 \text{ mW} \text{ ou } V_{\text{eff}} = 0,63\text{V}$$

A-3-6-4

Gain de conversion du mélangeur :

$$G = (\text{puissance du signal } F_i) / (\text{puissance du signal } R_F), \text{ en dB : } 10 \log G$$

A-3-6-5

Circuit passif : le "gain" est en réalité une atténuation : on parle alors de pertes

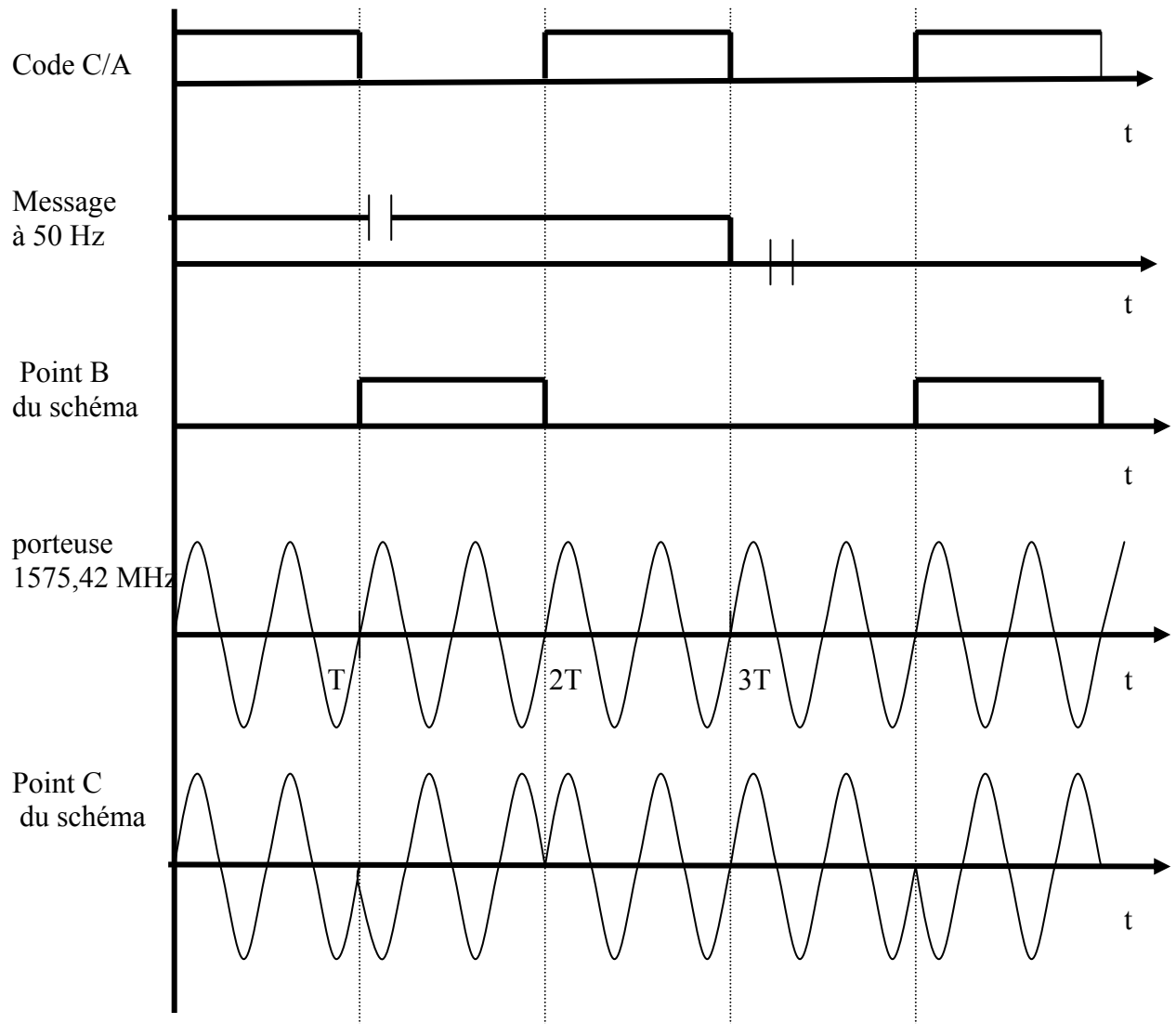
pertes de conversion (Conversion Loss ou CL) en dB = $10 \log (P_{RF}/P_{FI})$

il vient donc Gain = $10^{(-CL/10)}$

ici, sur toute la gamme CL = 9,9 dB d'où un "Gain" de 0,102

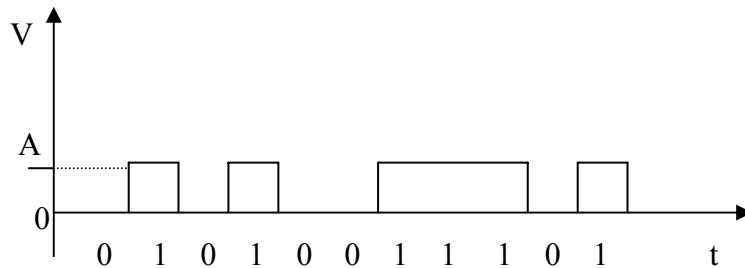
A-3-7 voir document réponse DR1

DOCUMENT REPONSE DR1



Éléments de réponse de la partie B

B-1-1 Représentation temporelle de la séquence binaire



B-1-2 Valeur moyenne du signal $m_s = E_s(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} s \cdot p(s) ds = \frac{A}{2}$
où p(s) est la probabilité d'apparition d'un 1 ou d'un 0. $p(s) = 1/2$

Valeur quadratique moyenne: $E_s(s^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} s^2 \cdot p(s) ds = \frac{A^2}{2}$

Variance du signal $E_s[s^2] - (E_s[s])^2 = A^2/4$

B-1-3

Fonction d'auto corrélation d'un signal pseudo aléatoire :

$$C(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot v(t-\tau) \cdot d\tau$$

T est la pseudo période du signal

pour $\tau > T_b$: $C(\tau) = \frac{A^2}{4}$

pour $0 < \tau < T_b$: $C(\tau) = \frac{A^2}{2} \left(1 - \frac{\tau}{T_b}\right)$

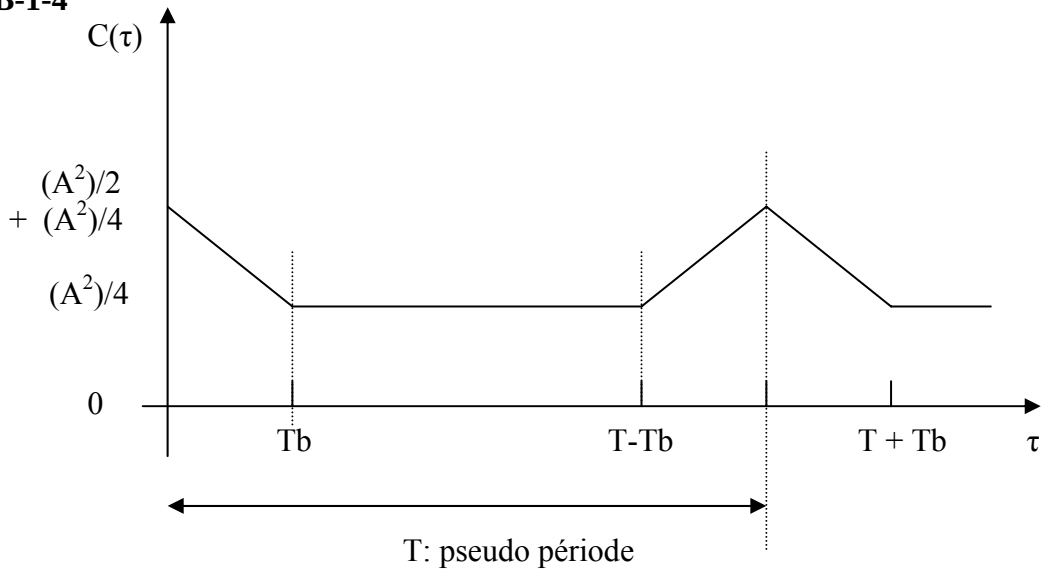
T_b est la durée de l'élément binaire.

La fonction d'auto corrélation du signal pseudo aléatoire de période T s'écrit donc :

$$C(\tau) = \frac{A^2}{2} \left(1 - \frac{\tau}{T_b}\right) + \frac{A^2}{4}$$

c'est une fonction périodique de même période T.

La fonction est représentée à la question suivante.

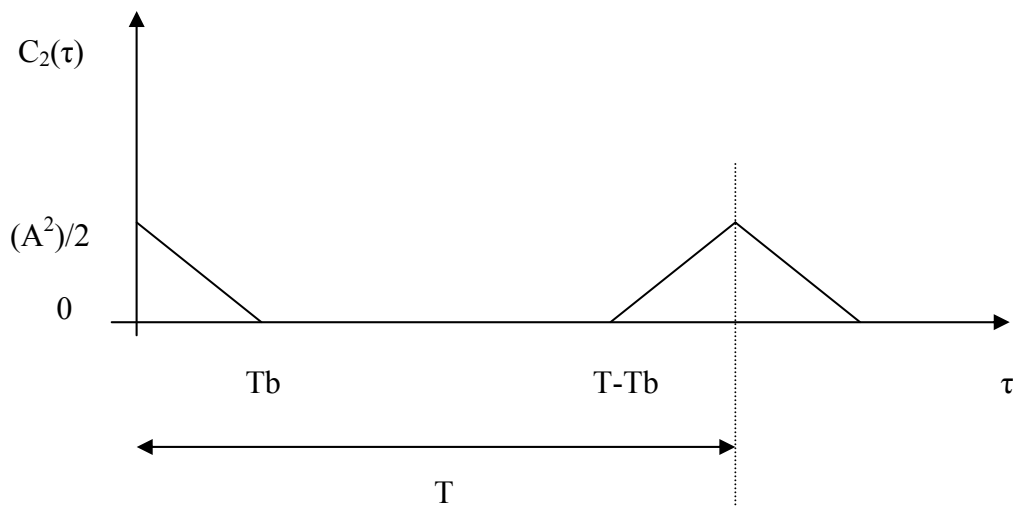
B-1-4

Représentation de la fonction d'auto corrélation du signal pseudo aléatoire

B-1-5

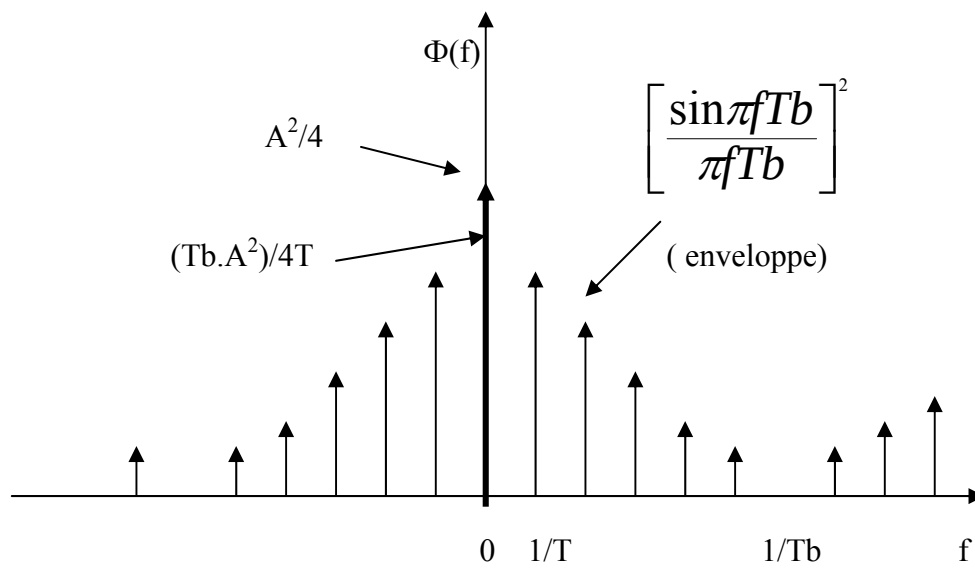
La densité spectrale de puissance du signal pseudo aléatoire est égale à la transformée de Fourier de sa fonction d'auto corrélation.

$C(\tau)$ se décompose en 2 fonctions simples : $C_1(\tau) = A^2/4$ et $C_2(\tau)$ est une fonction triangle représentée si dessous :



La densité spectrale de puissance $\Phi(f)$ s'écrit :

$$\Phi(f) = \frac{A^2}{4} \cdot \delta(f) + \frac{Tb A^2}{4T} \left[\frac{\sin \pi f Tb}{\pi f Tb} \right]^2 \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right)$$

B-1-6

$\Phi(f)$ représente la distribution de l'énergie du signal suivant l'axe des fréquences.

B-1-7 voir document réponse DR2

DOCUMENT REPONSE DR2

	Horloge	S ₀	S ₁	S ₂	S ₁ ⊕S ₂
0		1	1	1	0
1	↑	0	1	1	0
2	↑	0	0	1	1
3	↑	1	0	0	0
4	↑	0	1	0	1
5	↑	1	0	1	1
6	↑	1	1	0	1
7	↑	1	1	1	0

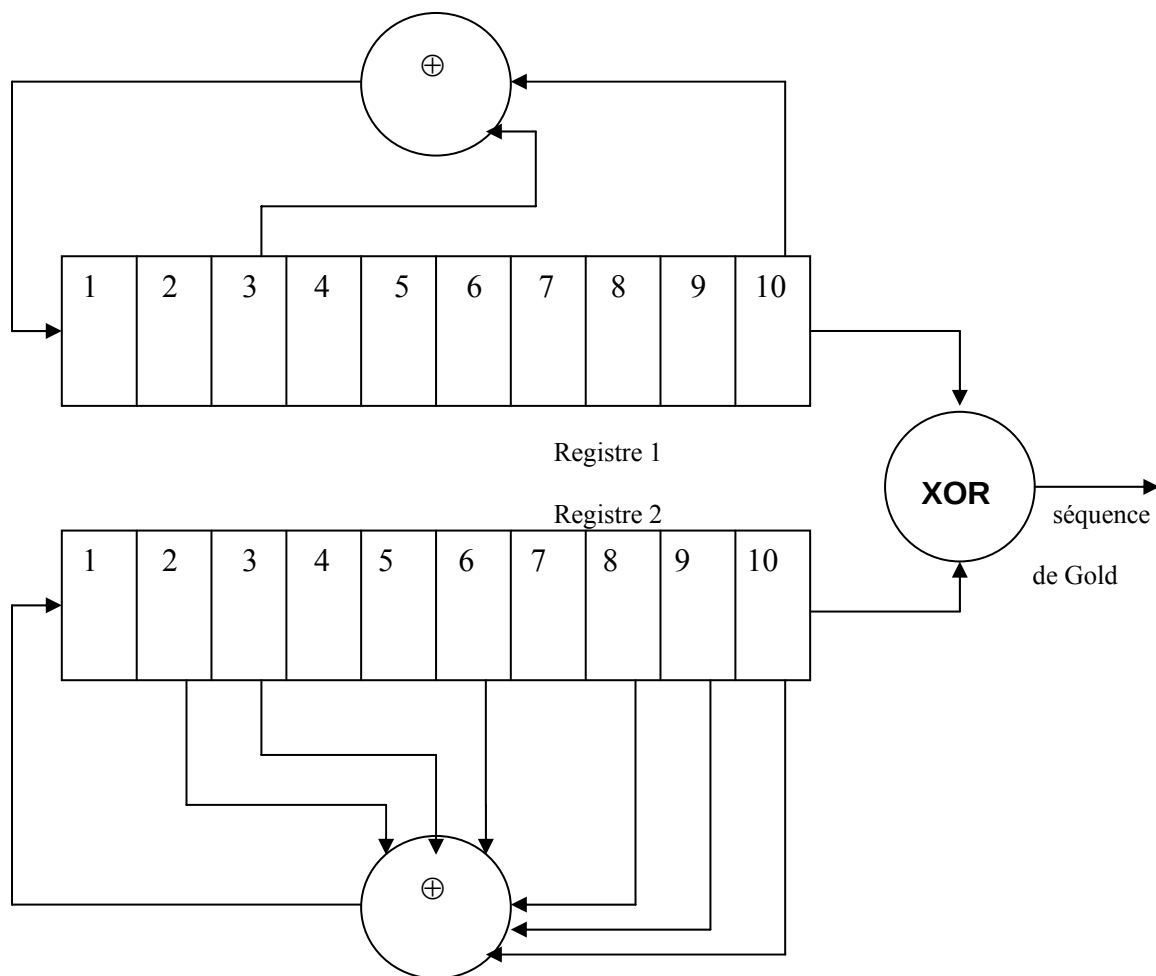
B-1-8 Longueur de la séquence: $L = 2^3 - 1 = 7$. La pseudo période $T = 7$ Tb

B-1-9 Polynôme générateur de la séquence : $P = x^2 + x + 1$

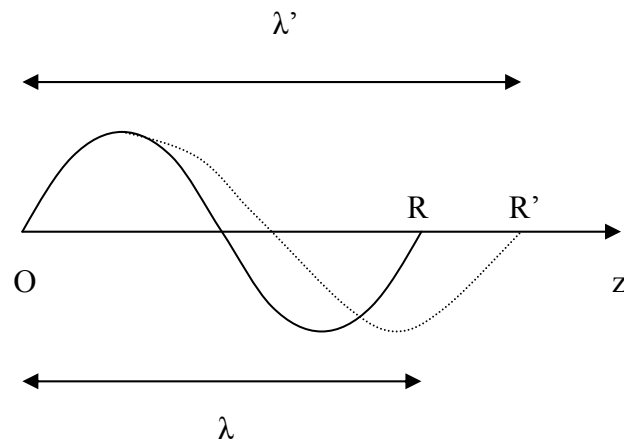
B-1-10 Une condition nécessaire pour que la séquence soit de longueur maximale est que le polynôme générateur soit irréductible. La période vaut $T = 2^n - 1$ si n est la longueur du registre.

B-1-11 voir DR3

DOCUMENT REPONSE DR3



B-1-12 Les séquences de Gold sont utilisées dans les modulations par étalement de spectre. Les séquences correspondantes à des codes différents ne sont pas corrélées. Ces séquences sont utilisées dans le système GPS ou encore dans le cas de la téléphonie mobile pour l'accès multiple à répartition par codes (CDMA). C'est le cas du système CDMA 2000 aux états unis et de l'UMTS en Europe.

B-2-1

On considère un nœud de tension à l'origine O. La longueur d'onde λ du signal est représentée par OR. Le récepteur s'est déplacé de R à R', la longueur d'onde apparente, λ' , vue par le récepteur s'écrit :

$$\lambda' = \lambda + vT$$

où v est la vitesse de déplacement du récepteur et T la période du signal émis.

$$\text{On en déduit : } \Delta F = F' - F = \pm \frac{v \cdot F}{c}$$

B-2-2 $F_{up} = 14,21 \text{ GHz}$, $\Delta f_{up} = 236,8 \text{ Hz}$, $F_{down} = 13,36 \text{ GHz}$, $\Delta f_{down} = 222,66 \text{ Hz}$
 $\Delta f_{total} = 459,5 \text{ Hz}$.

B-2-3-1 On suppose que le signal représentant la porteuse est sinusoïdal : $V_p = \sin(\omega_0 t)$

Il vient :

$$V_s(t) = [V_p[\sin(\omega_0 t)] \cdot V_0 \sin 2\pi F_c t] + [V_p[\cos(\omega_0 t)] \cdot V_0 \cos(2\pi F_c t)]$$

B-2-3-2

Après développement de l'expression vue en B-2-3-1, on obtient :

$$V_s(t) = V_p V_0 \sin[2\pi(F_p \pm F_0)t]$$

Eléments de réponses de la partie C

C-1-1 Le mot binaire fourni par le compteur correspond à un état de la phase instantanée du signal de sortie. A chaque mot est associé un autre mot binaire qui représente l'amplitude du signal que l'on souhaite fabriquer. Un convertisseur N/A donne le signal $v(t)$.

C-1-2 Le mot binaire fournit par le compteur correspond à une phase instantanée du signal analogique recherché. Il correspond aussi à l'adresse de la PROM qui contient l'échantillon du signal

C-1-3 Les données sauvegardées dans les mémoires représentent l'amplitude des échantillons des signaux sinus ou cosinus.

C-1-4 $n=10$ bits $\rightarrow$ le nombre d'échantillons est égal à $2^{10} = 1024$

C-1-5 $\Delta\varphi = 2\pi/2^n$ en radians soit encore $\Delta\varphi = 360/1023 = 0,35^\circ$

C-1-6 L'intervalle de temps entre un mot i en sortie du compteur et le mot $i+1$ est égal à :

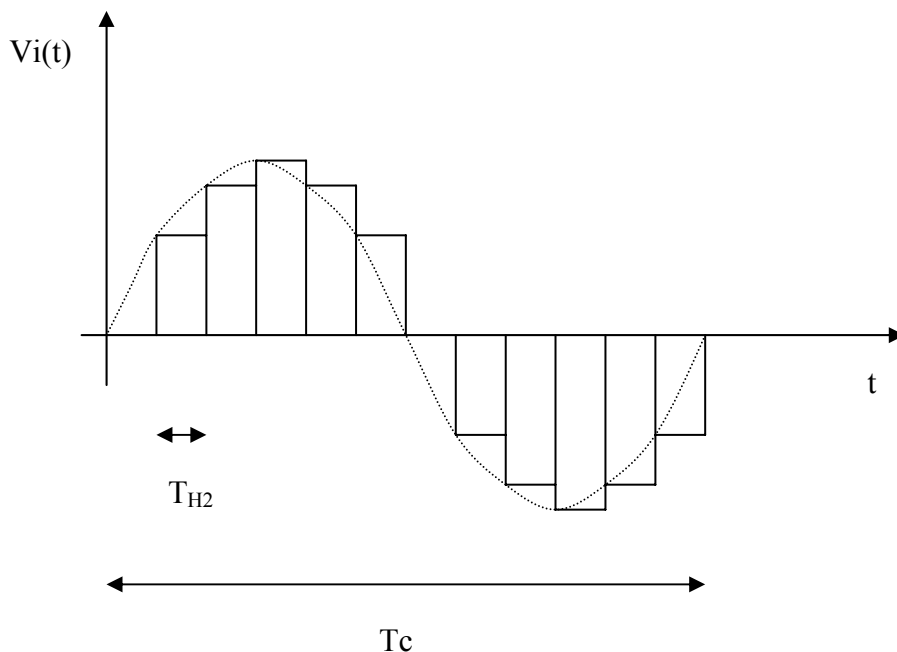
$T_{H2} = 1/F_{H2}$, La période du signal sinusoïdal généré est égale à :

$T_c = 2^n \cdot T_{H2}$ ou encore :

$$F_c = \frac{F_{H2}}{2^n} = \frac{F_{H2} \Delta\varphi}{2\pi}$$

C-1-7 On inverse le signe de la phase du sinus en activant la fonction de compteur à la place du compteur.

C-2-1



C-2-2 $V_i(t)$ est composée d'une fonction rectangle de durée T_{H2} , répétée avec une périodicité T_{H2} . L'amplitude de chaque échantillon est proportionnelle à $e(t) = e(nT_{H2}) = \sin(2\pi f_c \cdot nT_{H2})$. La fonction rectangulaire seule s'écrit : $g(t - T_{H2}/2)$, et la répétition des fonctions s'exprime par le produit de convolution avec un peigne de Dirac d'où la relation :

$$V_i(t) = g(t - \frac{T_{H2}}{2}) * \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(t - nT_{H2}) \cdot e(nT_{H2})$$

C-2-3

En appliquant le théorème de Plancherel, la transformée de Fourier de $V_i(t)$ s'écrit :

$$TF[V_i(t)] = TF[g(t - \frac{T_{H2}}{2})] \cdot TF[e(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(t - nT_{H2})]$$

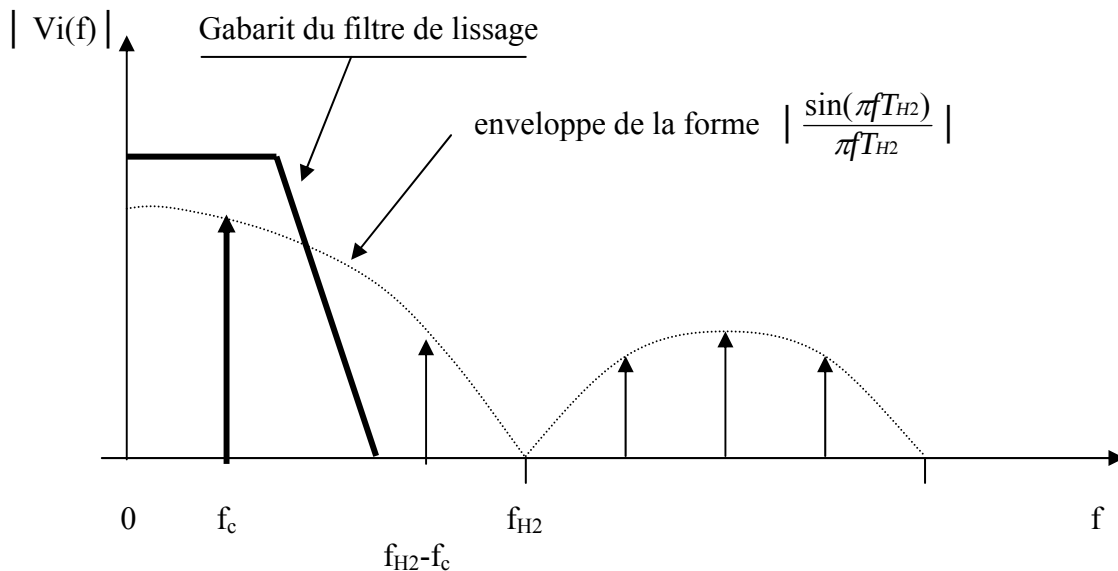
$$|TF[V_i(t)]| = |V_i(f)| = \left| \frac{\sin(\pi f T_{H2})}{\pi f T_{H2}} \right| \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} E(f - \frac{n}{T_{H2}})$$

où $E(f - n/T_{H2})$ est la transformée de Fourier du signal restitué.
Sachant que la transformée de Fourier du signal analogique parfait souhaité s'exprime par :

$$E(f) = \frac{1}{2} \{ \delta(f - f_c) + \delta(f + f_c) \}$$

$E(f - n/T_{H2})$ s'exprime par:

$$E(f - \frac{n}{T_{H2}}) = \frac{1}{2} \left[\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} [\delta(f - f_c - \frac{n}{T_{H2}})] + [\delta(f + f_c - \frac{n}{T_{H2}})] \right]$$



C-3 Application technologique

C-3-1-1 voir DR4

C-3-1-2 On ajoute un offset d'adressage sur la PROM sinus.

C-3-1-3-1

La structure d'un CPLD comprend des blocs logiques (macro cellules) entourant une matrice d'interconnexion programmable(ici PIM : Programmable Interconnect Matrix)
Les temps de réponse prédictibles et uniformes ne dépendent que des circuits d'entrée et de sortie des macro cellules.

La structure d'un FPGA est composée de blocs logiques reliés en eux par des interconnexions programmables en fonction de l'application. Le tout est entouré de blocs d'entrées-sorties. Le temps de propagation des signaux dans le FPGA dépend du routage entre les cellules.

C-3-1-3-2

Programmation simple, sans programmeur mais directement par le PC et le logiciel de développement, et ce directement dans l'application d'où une grande facilité de mise au point et d'évolution. Le protocole et l'interface s'appellent JTAG et les broches sont IS_{REN} pour passer en mode programmation et SDO / SDI pour la liaison série utilisée par l'interface JTAG

C-3-1-3-3

Broches VCCINT et VCCIO voir notice page 4
Les temps de propagation sont plus importants en 3,3V

C-3-1-3-4

Voir notice page 7 : rubrique Output register
temps de propagation horloge-sortie : t_{co} de 6,5 à 10 ns
temps de pré-établissement (Set-up time) : t_s de 5,5 à 10 ns
temps de maintien (hold time) : 0 ns
Chronogramme : voir notice page 8 Registered Output

C-3-1-3-5

Compatibilité TLL de la PROM CY7C235A :
voir notice page 2 : $V_{OH} = 2,4v$ $V_{OL} = 0,4v$ $V_{IH} = 2v$ $V_{IL} = 0,8v$

C-3-1-3-6

CP	ES	E	Sorties
X	X	H	disable (non validées)
↑	H	X	disable
↑	L	L	enable (validées)

C-3-1-4 oui en prévoyant une horloge pour F_{H2} . Les 128 cellules du circuit sont suffisantes.

C-3-1-5-1

Bipolaire puisqu'en sortie on veut une tension sinusoïdale bipolaire.

C-3-1-5-2

Notice page 7 $V_{conv} = 2V_{REF} D / 256$

C-3-1-5-3

Notice page 11 fig 32

Un schéma avec l'ALI, V_{REF} , R1, R2, R3, R4 et V_{conv} précédent permet de retrouver la formule qui précède la fig 32

C-3-1-5-4

$D = 0$ $V_S = -5V$, $D = 128$ $V_S = 0$, $D = 255$ $V_S = 4,96V$

C-3-1-5-5

Slew rate du CN/A : $Sr = 7,5V/\mu s$

$(dvs/dt)_{max} = Sr$ si $v_S = V \sin \omega t$ $(dvs/dt)_{max} = \omega V = 2\pi F V$ d'où $F_{max} = Sr/2\pi V$
ici $V = 5V$ $r = 7,5 \cdot 10^6 V/s$ donc $F_{max} = 238733 Hz$

C-3-1-5-6

Voir notice page 13 Un condensateur de $10 \mu F$ au tantale en parallèle avec un condensateur $0,1 \mu F$ céramique (faible ESR et ESI)

C-3-1-5-7

Idem Voir notice page 13.

C-3-1-5-8

– differential linearity : erreur de linéarité sur 2 codes successifs

- monotonic : la tension de sortie est une fonction monotone (un seul code par valeur de tension)
- rail to rail : V_S , dans son excursion maxi, atteint les tensions d'alimentation, il n'y a pas de tension de déchet

C-3-1-5-9

Operating temperature range : gamme de température de fonctionnement

Storage ... : gamme de température de stockage

Junction température : température maxi de la jonction

Thermal impedance : impédance thermique en $^{\circ}C/W$

Lead temperature, soldering : température de soudage (en phase vapeur ou infra-rouge)

C-3-2

C-3-2-1 En appliquant les développements classiques, on obtient :

$$F(p) = \frac{1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 2RC_2 p + 1}$$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R^2 C_1 C_2}}$ $m = R C_2 \omega_0$ coefficient de qualité : $Q = 1/2m$

C-3-2-2 $\omega_0 = 0,66 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$ $F_0 = 105,5 \text{ KHz}$ $m=0,682$
Filtre d'ordre 2

C-3-2-3 $F_c = 2 \text{ KHz} \rightarrow F_{H2} = 2,048 \text{ MHz}$

Amplitude de la composante F_c : $F_c \cdot T_{H2} = 1/2^n \rightarrow \frac{\sin(\pi f T_{H2})}{\pi f T_{H2}} \cong 1$

Amplitude de la 2^o raie : $F_{H2} - F_c \approx 0 \rightarrow \frac{\sin(\pi f T_{H2})}{\pi f T_{H2}} \cong 0$

F_0 est bien choisie entre F_c et F_{H2} .

C-3-2-4-1

pour un ALI $v_s = A(v_+ - v_-) + B(v_+ + v_-)/2$

A amplification de mode différentiel

B amplification de mode commun

CMR (Common Mode Ratio) = $20 \log(A/B)$

d'où $B = A / (10^{110/20})$ soit $3.2 \cdot 10^{-3} \text{ V/mV}$

C-3-2-4-2

PSRR (Power Supply Rejection Ratio) est le rapport de la variation de la tension d'entrée à la variation de tension d'alimentation qui donnerait la même variation de la tension de sortie

C-3-2-4-3

Il s'agit de l'excursion maximale de la tension de sortie ce qui implique une tension de déchet de 3V lors d'une alimentation en $\pm 15\text{V}$. C'est aussi la valeur de la tension de saturation

C-3-2-4-4

Il s'agit du produit Gain Bande; sur la courbe, pour 1MHz, on trouve un gain d'environ 15 dB soit une amplification de 6 donc compatible

C-3-2-4-5

Cette courbe montre un écroulement de l'excursion maximale dès la centaine de kHz L'OP470 sera donc limité à quelques centaine de kHz malgré un GBW de 6 MHz

C-3-2-4-6

Le bruit d'origine thermique répond à la loi $\overline{e^2} = 4kT\Delta f$ où Δf représente la bande passante du système et k la constante de Boltzmann. La notice donne la densité spectrale de la tension de bruit en entrée de l'amplificateur en $\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$.

DOCUMENT REPONSE DR4

