

CORRIGE AGREGATION DE GENIE ELECTRIQUE
Session 2001
2^{ème} épreuve : Devoir d'électronique et automatique

TRÉFILEUSE – RECUISEUSE

ORGANISATION DU SUJET

SUJET :	Parties 1 à 4	(14 pages)
DOCUMENTS ANNEXES :	Annexes 1 à 6	(6 pages)
FEUILLES REPONSE :	Feuilles réponse n°1 à 4	(4 pages)
DOCUMENTS CONSTRUCTEURS :	Famille MACH 4	(3 pages)
(partiels) :	LT 2000-S	(2 pages)
	LMF 100	(15 pages)

PRESENTATION

La tréfileuse – recuiseuse utilisée dans la société Alcatel Câble permet, à partir d'une bobine de fil de cuivre brut, de réaliser des fils électriques de section allant de 1,35 mm² à 16 mm².

La machine comporte 2 parties :

- Une partie tréfilage qui permet par passes successives d'amener le fil de la section brute à la section désirée. Le fil est tiré derrière chaque filière par un rouleau tracteur. Tous les rouleaux sont entraînés via des réducteurs à rapport de réduction réglable par un seul moteur de traction. L'ensemble de toutes les filières et des rouleaux tracteurs est immergé dans un bain refroidi pour assurer la lubrification et éviter la montée en température du fil.
- Une partie où le recuit est effectué à la volée en 3 phases :
 - zone 1 : phase de préchauffage du fil.
 - zone 2 : phase de recuit du fil.
 - zone 3 : phase de nettoyage, refroidissement puis séchage du fil.

Le chauffage s'effectue, pour chaque zone, par le passage d'un courant directement dans le fil.

Un enrouleur en sortie de recuit, assure la traction du fil et l'enroulage final sur une bobine.



Le sujet proposé comporte 4 parties :

Partie 1 : Etude du tréfilage et du recuit à la volée.

Partie 2 : Etude de l'asservissement de température.

Partie 3 : Etude du dispositif de contrôle du courant de recuit.

Partie 4 : Travail pédagogique.

Les quatre parties sont indépendantes, cependant **les candidats ont intérêt à lire tout le sujet** et à essayer de traiter les différentes parties dans l'ordre proposé.

Les questions sont identifiées par une police *italique* et repérées par un numéro.

DONNEES TECHNIQUES:

Données générales

Masse volumique du cuivre :	$\mu = 8,96 \text{ T/m}^3$
Résistivité du cuivre à 0 °C :	$\rho_0 = 1,673.10^{-8} \Omega\text{m}$
Chaleur massique du cuivre :	$c = 395 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Résistance à la traction du cuivre :	$R_t = 26 \text{ daN/mm}^2$
Coefficient de température du cuivre :	$a = 0,0041$

Données relatives au tréfilage

Vitesse nominale du fil en sortie :	$v = 24 \text{ m/s}$
Section du fil en sortie :	$s_s = 2 \text{ mm}^2$
Section du fil en entrée :	$s_e = 50 \text{ mm}^2$
Coefficient d'allongement du cuivre :	$A = 34\%$
Puissance du moteur de tréfilage :	$P_t = 150 \text{ kW}$

Données relatives au recuit

Section du fil :	$s = 2 \text{ mm}^2$
Vitesse nominale du fil :	$v = 24 \text{ m/s}$
Température de recuit du cuivre :	$\theta_r = 600^\circ\text{C}$
Température de préchauffage au point A:	$\theta_p = 180^\circ\text{C}$
Température de séchage :	$\theta_s = 150^\circ\text{C}$
Contrôle de la température de chaque zone par gradateurs monophasés à angle de phase.	

DOCUMENTS :

Synoptique de la tréfileuse :	ANNEXE 1.
Synoptique de la recuiseuse :	ANNEXE 2.
Abaque du temps de réponse réduit :	ANNEXE 3.
Formulaire pour les calculs de valeurs efficaces :	ANNEXE 4.
Organisation interne du CPLD :	ANNEXE 5.
Description logique du CPLD :	ANNEXE 6.

1. ETUDE DU TREFILAGE ET DU RECUIT

1.1 Etude du tréfilage (annexe1)

Le tréfilage s'effectue à volume constant, dans chaque filière le fil subi un allongement A défini en page 3.

1.1.1. Déterminer la relation littérale entre la section de sortie et la section d'entrée du fil pour une filière, puis pour n filières.

Tréfilage à volume constant $\rightarrow$ débit massique constant

$$\frac{dVe}{dt} = \frac{dVs}{dt} \rightarrow dVe = dVs \text{ et } dVe = s_e \cdot dle \text{ et } dVs = s_s \cdot dls \text{ avec } dls = dle(1 + A)$$

$$s_s = \frac{s_e}{1 + A} \quad \text{pour } n \text{ filières : } s_{sn} = \frac{s_e}{(1 + A)^n}$$

1.1.2 Déterminer la relation littérale entre la vitesse de sortie et la vitesse d'entrée du fil pour une filière, puis pour n filières.

$$ve = \frac{dle}{dt} \text{ et } vs = \frac{dls}{dt} \rightarrow vs = ve \frac{dle}{dls} \rightarrow vs = ve(1 + A) \text{ pour } n \text{ filières : } vs = ve \cdot (1 + A)^n$$

1.1.3 Calculer le nombre de filières à installer pour passer de la section S_e à la section S_s .

$$\lg(1 + A)^n = \lg\left(\frac{s_e}{s_{sn}}\right) = n \cdot \lg(1 + A) \rightarrow n = \frac{\lg\left(\frac{s_e}{s_{sn}}\right)}{\lg(1 + A)} \text{ d'ou } n = \frac{\lg\left(\frac{50}{2}\right)}{\lg(1 + 0.34)} = 11$$

1.1.4 Calculer la vitesse du fil à l'entrée de la première filière.

$$ve = \frac{vs}{(1 + A)^n} \rightarrow ve = \frac{24}{(1 + 0.34)^{11}} = 0.96 \text{ m/s}$$

Le tréfilage s'effectue à la limite de la résistance à la traction du cuivre et l'effort de traction est nul à l'entrée de chaque filière.

1.1.5 Déterminer la puissance mécanique des tracteurs en sortie de chaque filière et vérifier la puissance totale du moteur de tréfilage.

puissance de tréfilage

$$P = Ft \cdot vs \text{ avec } Ft = Rt \cdot s_s \rightarrow P = Rt \cdot vs \cdot s_s \text{ pour une filière}$$

$$\text{remarque : } vs = \frac{dls}{dt} \rightarrow P = Rt \cdot s_s \cdot \frac{dls}{dt} = Rt \cdot \frac{dVs}{dt}$$

comme le débit volumique est constant, la puissance est identique pour chaque filière.

Pour une filière $P_1 = 12.48 \text{ kW}$

Pour toutes les filières $P_t = 137.3 \text{ kW}$, le moteur de 150 kW convient.

La puissance de tréfilage est transformée en chaleur au niveau de chaque filière à raison de 40% évacuée par la filière et 60% évacuée par le fil.

1.1.6 Déterminer l'élévation de température qu'aurait le fil sur chaque filière en l'absence de refroidissement et en régime adiabatique.

$$dm \cdot c \cdot \Delta\theta = 0.6Pdt \rightarrow \Delta\theta = \frac{0.6Pdt}{\mu scdl} = \frac{0.6Rt \cdot s \cdot v \cdot dt}{\mu \cdot s \cdot c \cdot dl} = \frac{0.6Rt}{\mu \cdot c}$$

$$\Delta\theta = 44.1^\circ\text{C}$$

1.2. Etude du recuit (annexe 2)

Après le tréfilage, le fil passe dans la partie recuit comportant trois zones : le préchauffage, le recuit et le nettoyage séchage.

L'étude porte uniquement sur la zone de recuit.

La machine fonctionne à vitesse nominale, le chauffage du fil se fait de manière adiabatique par circulation d'un courant considéré constant I_R dans le fil entre les points A et B. La température de préchauffage θ_p du fil au point A est constante.

1.2.1 Déterminer la longueur utile AB du fil dans la zone de recuit.

En prenant O et O' les centres des 2 roues conductrices et M le centre du segment OO', on peut écrire :

$$OO'^2 = h^2 + v^2, \quad OM^2 = OA^2 + AM^2, \quad AB = 2 AM, \quad OO' = 2 OM$$

Et $OA = r = d/2$

$$AB = 2\sqrt{OM^2 - OA^2} = 2\sqrt{\frac{OO'^2}{4} - r^2} = \sqrt{h^2 + v^2 - d^2}$$

$$AB = 1.3\text{m}$$

On considère un petit élément de fil de longueur $d\ell$ situé à une distance ℓ du point A et à une température $\theta_p + \theta$.

1.2.2 Ecrire la relation donnant l'énergie électrique dWe fournie à l'élément de résistance dr et de longueur $d\ell$.

$$dWe = \rho_0 (1 + a(\theta_p + \theta)) \frac{d\ell}{S} I_R^2 dt$$

1.2.3 Ecrire la relation donnant l'énergie thermique dWc emmagasinée par le même élément $d\ell$.

$$dWc = d(mc\theta) = \mu sc \cdot d\ell \cdot d\theta$$

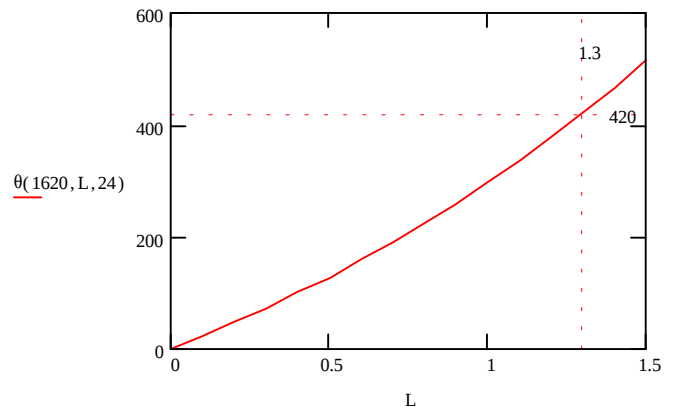
1.2.4 Rechercher l'équation littérale de l'élévation de température θ , de l'élément $d\ell$ en fonction du temps, du courant I_R et de la température de préchauffage θ_p .

$$dWe = dWc \rightarrow \rho_0 (1 + a(\theta_p + \theta)) \frac{I_R^2}{S} dt = \mu sc d\theta$$

$$\theta - \frac{\mu s^2 c}{a \rho_0 I^2} \cdot \frac{d\theta}{dt} = -\frac{1 + a\theta_p}{a} \text{ avec à } t=0, \theta=0 \text{ alors } \theta = \frac{1 + a\theta_p}{a} \left[e^{\frac{a \rho_0 I_R^2}{\mu s^2 c} t} - 1 \right]$$

- 1.2.5 En déduire l'équation littérale de l'élévation de température θ en fonction de la vitesse v , du courant I_R et de la distance L . Tracer l'allure de la courbe $\theta(L)$, les autres paramètres étant constants.

sachant que $t = \frac{L}{v}$ alors $\theta = \frac{1 + a\theta_p}{a} \left[e^{\frac{a\rho_0 I_R^2 L}{\mu s^2 cv}} - 1 \right]$



- 1.2.6 Rechercher la relation littérale du courant I_R en fonction de la vitesse pour atteindre la température de recuit au point B.

Au bout de la longueur $L=AB$, $\theta = \theta_r - \theta_p$. De la relation ci – dessus on tire :

$$I_R = \sqrt{\frac{\mu s^2 cv}{a\rho_0 L} \ln\left(\frac{1 + a\theta_r}{1 + a\theta_p}\right)}$$

- 1.2.7 Calculer le courant nécessaire au recuit à vitesse nominale.

Ce qui donne $I_R = 1620A$

Le courant **est fixé à sa valeur nominale.**

- 1.2.8 Déterminer l'expression littérale $R(\theta_r)$ de la résistance du fil entre les points A et B en fonction de la température de préchauffage θ_p et de la température de recuit θ_r .

$$dR = \rho_0 (1 + a(\theta_p + \theta)) \frac{dl}{s} \rightarrow R = \int_0^L \frac{\rho_0}{s} \left[1 + a \left(\theta_p + \frac{1 + a\theta_p}{a} \left(e^{\frac{a\rho_0 I_R^2 l}{\mu s^2 cv}} - 1 \right) \right) \right] dl$$

En remplaçant I_R par la relation trouvée dans la question 1.2.6., on obtient :

$$R = \frac{\rho_0}{s} (1 + a\theta_p) \int_0^L e^{\frac{l}{L} \ln\left(\frac{1 + a\theta_r}{1 + a\theta_p}\right)} dl$$

$$R = \frac{\rho_0}{s} (1 + a\theta_p) \frac{L}{\ln\left(\frac{1 + a\theta_r}{1 + a\theta_p}\right)} \left(\frac{1 + a\theta_r}{1 + a\theta_p} - 1 \right) \text{ ce qui donne } R = \frac{\rho_0 L}{s} \cdot \frac{a(\theta_r - \theta_p)}{\ln\left(\frac{1 + a\theta_r}{1 + a\theta_p}\right)}$$

- 1.2.9 Calculer la tension aux bornes du segment AB.

Application numérique de l'équation de la résistance : $R = 0.0272 \Omega$

$U_{AB} = R I = 44.06V$

1.2.10 Déterminer l'expression littérale de la puissance à fournir en fonction de la température de recuit θ_r et de la vitesse de la ligne v , puis calculer cette puissance à la vitesse nominale.

$P = R I^2$ et en remplaçant par les expressions des questions 1.2.6. et 1.2.7., il vient
 $P = \mu_{scv}(\theta_r - \theta_p)$ ce qui donne à la vitesse nominale $P = 71.4 \text{ kW}$

1.2.11 Linéariser la fonction $R(\theta_r)$ autour du point $\theta_r = 600^\circ\text{C}$ en écrivant $R(\theta_r)$ sous la forme

$$\rho_1(1 + b(\theta_r - \theta_p)) \frac{L}{s} \text{ puis calculer } \rho_1 \text{ et } b.$$

pour $\theta_r = 600^\circ\text{C}$, $\frac{dR(600)}{d\theta_r} = 1,651 \cdot 10^{-3} \frac{\rho_0 L}{s}$ et $R(600) = 2,5 \frac{\rho_0 L}{s}$

$$\frac{dR(\theta_r)}{d\theta_r} = \frac{a\rho_0 L}{s} \left[\frac{\ln\left(\frac{1+a\theta_r}{1+a\theta_p}\right) - \frac{(\theta_r - \theta_p)}{1+a\theta_r}}{\ln^2\left(\frac{1+a\theta_r}{1+a\theta_p}\right)} \right]$$

ce qui donne un système de deux équations à deux inconnues

$$2,5 \frac{\rho_0 L}{s} = \rho_1 \frac{L}{s} (1 + 420 \cdot b)$$

$$1,651 \cdot 10^{-3} \frac{\rho_0 L}{s} = \rho_1 \frac{L}{s} b$$

qui a pour solution $\rho_1 = 3,024 \cdot 10^{-8}$ et $b = 9,13 \cdot 10^{-4}$

1.3. Commande du gradateur de chauffage

Le courant nécessaire au recuit est contrôlé par un gradateur à angle de phase placé au primaire d'un transformateur monophasé 400/55V.

1.3.1 Expliquer le choix de cette configuration et du mode de commande du gradateur.

gradateur placé au primaire pour réduire le calibre courant I au primaire $= 1620 \cdot 55/400 = 223\text{A}$
 commande en angle de phase car un élément de longueur dl est présent dans le segment AB pendant un temps de $1.3/24 = 54 \text{ ms}$ ce qui rend impossible une commande par trains d'ondes.

2 ASSERVISSEMENT DE TEMPERATURE

Dans toute cette partie, la vitesse est considérée constante et égale à la vitesse nominale.

2.1. Modélisation

La température à l'entrée de la zone recuit est prise comme origine.

2.1.1 Durant un intervalle de temps dt , déterminer l'énergie thermique évacuée par un élément de fil de longueur dl en sortie de la zone recuit.

$dWs = dm \cdot c \cdot \theta = \mu \cdot s \cdot dl \cdot c \cdot \theta$ θ représente la différence de température entre les points A et B.

comme $v = \frac{dl}{dt} \rightarrow dWs = \mu scv \theta dt$

Le générateur, qui alimente la zone de recuit, doit fournir l'énergie évacuée ainsi que celle nécessaire à l'élévation de température $d\theta$ le long de toute la zone de recuit.

2.1.2 Déterminer l'équation différentielle qui lie la température de sortie θ à la puissance P du générateur.

$$Pdt = dWs + Mcd\theta = \mu scv\theta dt + \mu Lscd\theta \quad d'où \quad P = \mu scv\theta + \mu Lsc \frac{d\theta}{dt}$$

2.1.3 Ecrire littéralement, puis numériquement la fonction $\frac{\theta(p)}{P(p)}$.

En Laplace $P(p) = \mu scv \left(\theta(p) + \frac{L}{v} \theta(p) p \right) \rightarrow \frac{\theta(p)}{P(p)} = \frac{1/\mu scv}{1 + \frac{L}{v} p}$

En numérique : $\frac{\theta(p)}{P(p)} = \frac{5,89 \cdot 10^{-3}}{1 + 54,2 \cdot 10^{-3} p}$

Le capteur de température est placé 15 cm après la sortie de la zone de recuit.

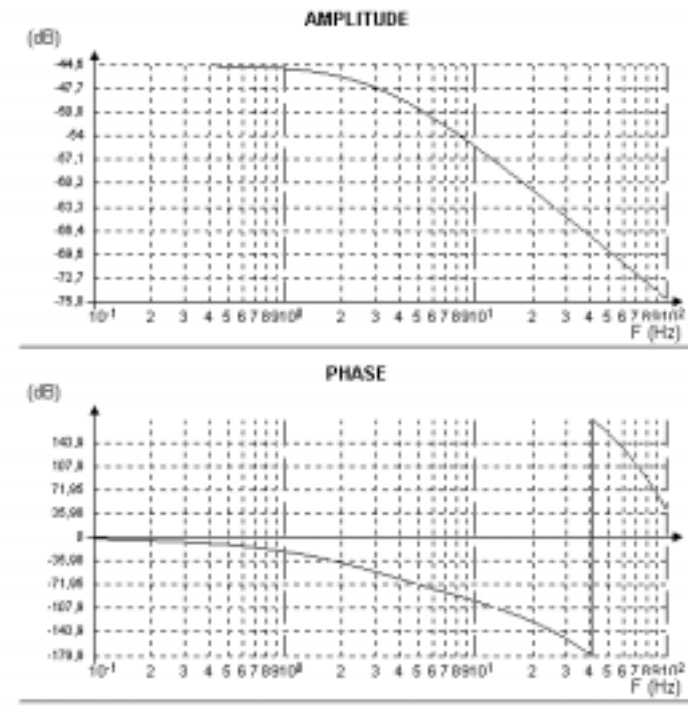
2.14. Calculer le retard pur introduit par la mesure et écrire, numériquement la nouvelle fonction $\frac{\theta_m(p)}{P(p)}$ (θ_m : température mesurée).

$$T = \frac{lc}{v} = \frac{0.15}{24} = 6,25ms \quad \text{ce qui donne la fonction} \quad \frac{\theta_m(p)}{P(p)} = \frac{5,89 \cdot 10^{-3} e^{-6,25 \cdot 10^{-3} p}}{1 + 54,2 \cdot 10^{-3} p}$$

2.2 Correction proportionnelle

On prendra comme fonction de transfert du recuit : $\frac{\theta_m(p)}{P(p)} = \frac{6 \cdot 10^{-3} e^{-6,25 \cdot 10^{-3} p}}{1 + 55 \cdot 10^{-3} p}$

2.2.1 Tracer le diagramme de Bode de cette fonction de transfert.



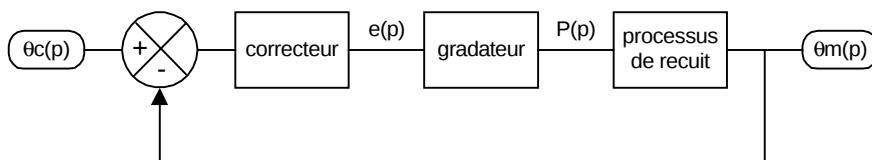
2.2.2 Calculer une valeur approchée de la pulsation critique ω_c correspondant à une phase de -180° .

Le retard pur se situe à pratiquement une décade de la fréquence de coupure du premier ordre. Le premier ordre amène donc une phase d'environ $-\pi/2$.

La pulsation critique est obtenue lorsque le retard pur amène une phase de $-\pi/2$, soit :

$$\frac{\omega_c}{\omega_1} = \frac{\pi}{2} \rightarrow \omega_c = \frac{\pi \omega_1}{2} \text{ avec } \omega_1 = \frac{1}{6,25 \cdot 10^{-3}} = 160 \text{ rad/s} \rightarrow \omega_c = 251 \text{ rad/s}$$

Le gradateur est considéré comme un **gain de 220**.



2.2.3 Calculer la valeur du gain du correcteur pour la limite de stabilité.

Il faut que le gain en boucle ouverte soit < 1 pour ω_c .

$$\frac{K \cdot 220 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2}} = 1 \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{55 \cdot 10^{-3}} = 18,18 \text{ ce qui donne } K = 10,5$$

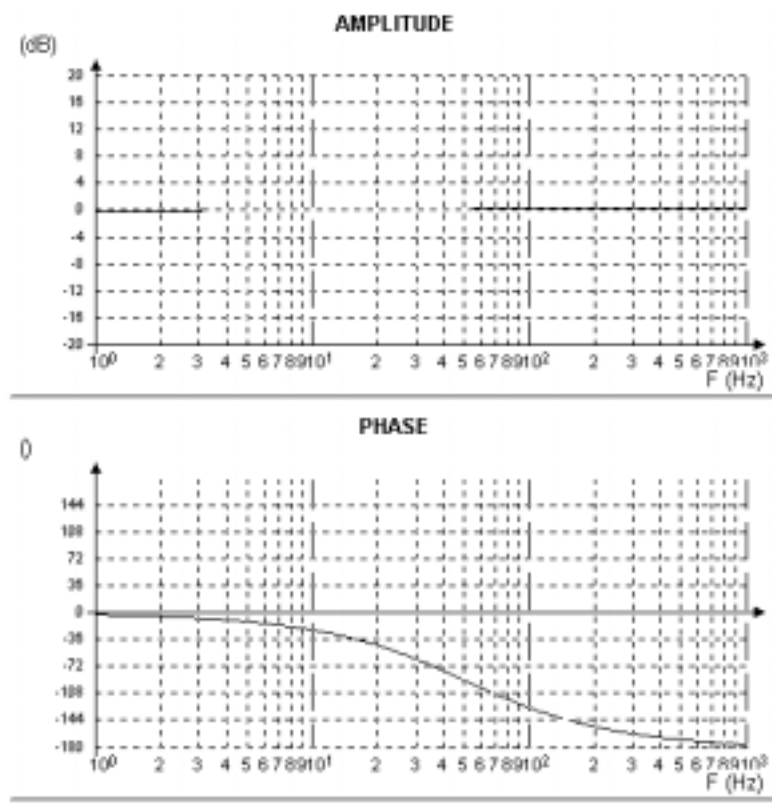
2.2.4. Calculer la valeur du gain à placer pour obtenir une marge de gain de 12db.

$$20 \log \left(\frac{1,32K}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega c}{\omega 0} \right)^2}} \right) = -12 \rightarrow K = 2,63$$

2.2.5. Calculer l'erreur statique obtenue avec la valeur du gain calculé en 2.2.4.

$$es = \frac{1}{1 + 1,32K} = 22,4\%$$

2.2.6. Tracer le diagramme de Bode de l'approximation de Padé.



L'approximation de Padé a un gain de 1 quelque soit la pulsation (comme le retard pur) mais le déphasage est limité à -180°

2.2.7. Déterminer pour le gain calculé en 2.2.4. la marge de phase obtenue pour l'ensemble.

Calcul de la pulsation ω_m lorsque le gain vaut 1

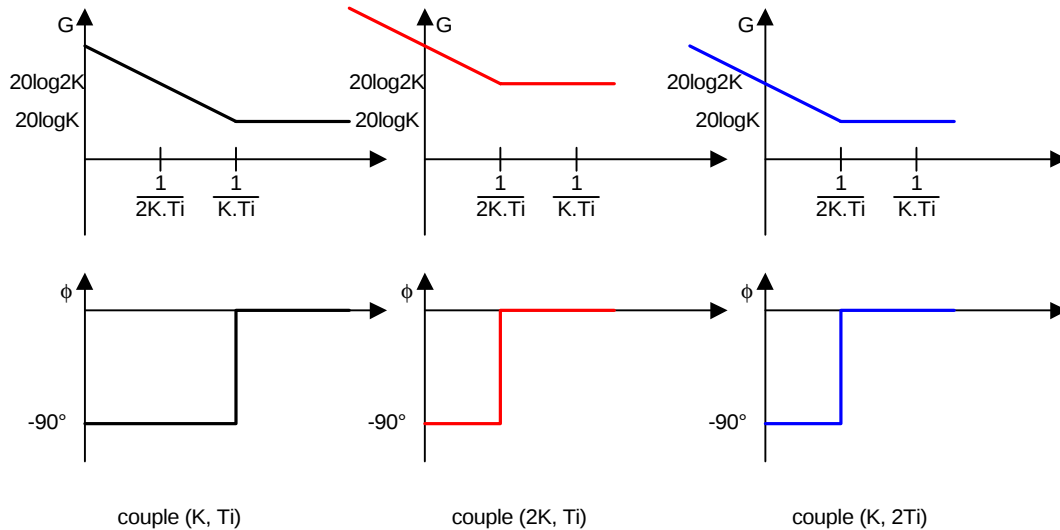
$$\frac{1,32K}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega m}{\omega 0} \right)^2}} = 1 \rightarrow \omega m = \omega 0 \sqrt{(1,32K)^2 - 1} = 60,54$$

$$\varphi = -\arctan \frac{\omega m}{\omega 0} - 2 \arctan \frac{\omega m}{2\omega 1} = -95^\circ \text{ soit une marge de phase de } 85^\circ$$

2.3 Correction Proportionnelle Intégrale

Le correcteur est du type P.I. parallèle. $C(p) = K + \frac{1}{Ti \cdot p}$, le retard pur est toujours assimilé à l'approximation de Padé.

2.3.1. Représenter le diagramme asymptotique de Bode de ce correcteur pour les cas suivants : $(K ; Ti)$, $(2K ; Ti)$ et $(K ; 2Ti)$.



2.3.2 En utilisant la méthode de compensation de pôles, déterminer les valeurs à donner à K et Ti pour avoir une marge de phase de 45°.

$$Hbo(p) = K \frac{1 + K \cdot Tip}{K \cdot Tip} \cdot \frac{1.32(1 - 3,125 \cdot 10^{-3} p)}{(1 + 55 \cdot 10^{-3} p)(1 + 3,125 \cdot 10^{-3} p)}$$

On prend K.Ti égale à la plus grande constante de temps soit : $K \cdot Ti = 55 \cdot 10^{-3}$

$$Hbo(p) = \frac{1.32K(1 - 3,125 \cdot 10^{-3} p)}{55 \cdot 10^{-3} p(1 + 3,125 \cdot 10^{-3} p)}$$

Calcul de pour une marge de phase de 45°

$$-\frac{3\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} - 2 \arctan\left(\frac{\omega}{320}\right) \rightarrow \omega = 119,7 \text{ rad/s pour } Hbo(j) = 1$$

$$\frac{1,32K}{\omega / 18,18} = 1 \rightarrow K = 5 \text{ ce qui donne } Ti = 11 \text{ ms}$$

2.3.3 Pour ces réglages, déterminer la réponse $\theta_m(p)$ à un échelon de consigne de 10°C.

$$Hbf(p) = \frac{\frac{6,6(1 - 3,125 \cdot 10^{-3} p)}{55 \cdot 10^{-3} p(1 + 3,125 \cdot 10^{-3} p)}}{1 + \frac{6,6(1 - 3,125 \cdot 10^{-3} p)}{55 \cdot 10^{-3} p(1 + 3,125 \cdot 10^{-3} p)}} = \frac{1 - 3,125 \cdot 10^{-3} p}{1 + 5,21 \cdot 10^{-3} p + 26 \cdot 10^{-6} p^2}$$

pour un échelon de 10°C qui s'écrit en Laplace $10/p$, on obtient :

$$\theta_m(p) = \frac{10(1 - 3,125 \cdot 10^{-3} p)}{p(1 + 5,21 \cdot 10^{-3} p + 26 \cdot 10^{-6} p^2)} = \frac{385 \cdot 10^3 (1 - 3,125 \cdot 10^{-3} p)}{p(p^2 + 200 p + 38,5 \cdot 10^3)}$$

2.3.4 Mettre $\theta_m(p)$ sous la forme :

$$\theta_m(p) = \frac{A}{p} + \frac{B(p + m\omega_0)}{(p + m\omega_0)^2 + \omega_0^2(1 - m^2)} + \frac{C\omega_0\sqrt{1 - m^2}}{(p + m\omega_0)^2 + \omega_0^2(1 - m^2)}$$

avec $\omega_0 = 196,1$ rad/s et $m = 0,51$

ce qui donne par identification :

$A = 10$ $B = -10$ $C = -13$

2.3.5. Ecrire l'expression temporelle de $\theta_m(p)$.

Par les tableaux des transformées de Laplace on obtient :

$$\theta_m(t) = 10 - 10e^{-100t} \cos(168,8t) - 13e^{-100t} \sin(168,8t)$$

3 ETUDE DU DISPOSITIF DE CONTRÔLE DU COURANT DE RECUIT.

Le dispositif de gestion de la température de recuit est basé en particulier sur la régulation du courant de recuit par un calculateur.

La régulation du courant de recuit permet de maîtriser parfaitement les processus mis en œuvre dans la fabrication étudiée.

Pour une consigne en température donnée, le calculateur agit sur le courant de recuit par la génération de la consigne de phase d'un gradateur.

Le courant nécessaire au recuit du fil est mesuré par un capteur de courant afin d'être traité numériquement par le calculateur, en vue de sa régulation.

Dans cette partie de l'étude, on s'intéressera plus particulièrement aux fonctions et structures mises en œuvre dans le processus de **mesure et de commande** du courant de recuit.

3.1 Commande du courant de recuit.

On s'intéresse à nouveau au gradateur à angle de phase placé au primaire du transformateur monophasé 400V/55V qui alimente le fil à recuire ($R_0 = 0,0272\Omega$ à 600°C).

On notera m le rapport de transformation de TR1 ($m = \frac{55}{400}$).

Un synoptique simplifié de l'ensemble est donné dans le sujet.

Remarques : Le transformateur TR1 est supposé parfait.

On se référera aux chronogrammes de la feuille réponse FR1, qui précise certains éléments du « timing ».

Le circuit de commande de phase est construit autour d'un **CPLD** de la famille MACH4.

Il reçoit en entrées :

- un signal **CL50** de synchronisation à la tension secteur Ue. Ce signal est issu d'un transformateur de faible puissance **TR2** et d'un circuit de mise en forme, il fournit une impulsion positive d'environ 1ms au début de chaque période du secteur,
- une horloge de travail **CLK2** dont on déterminera la fréquence plus loin,
- la consigne de phase Φ qui peut varier de 0 à π , codée sur 11 bits en binaire naturel. Cette consigne, élaborée par le calculateur qui gère le processus de fabrication, est transmise grâce aux signaux **DATA**, **CLK1** et **CE**.

Le protocole est simple : l'échange est activé lorsque **CE** passe à zéro. Les onze bits sont alors successivement présentés sur la ligne **DATA** et validés aux fronts montants de **CLK1**. Le **MSB** est transmis en premier, le **LSB** en dernier. L'échange prend fin lorsque **CE** repasse à un, ce qui valide le mot de onze bits en tant que nouvelle consigne de phase.

En appelant N_Φ le nombre de 11 bits qui code l'angle de phase Φ on aura donc la relation suivante :

$$\phi = \frac{N_\phi}{2^{11}} \cdot \pi$$

Il génère en sortie (voir chronogrammes feuille réponse FR1) :

- une impulsion **T1** d'amorçage du thyristor TH1 sur l'alternance positive de la tension secteur U_e ,
- une impulsion **T2** d'amorçage du thyristor TH2 sur l'alternance négative de la tension secteur U_e ,

3.1.1 Compléter sur la feuille réponse 1 le chronogramme de i_R .

Cf. feuille réponse 1.

3.1.2 Préciser la valeur crête de ce courant i_R .

$$I_{R_{crête}} = \frac{U_{e_{eff}} \cdot m \cdot \sqrt{2}}{R_o} = \frac{400 \cdot \frac{55}{400} \cdot \sqrt{2}}{0,0272} = 2860 \text{ A}$$

Pour les trois questions suivantes vous vous aiderez de "l'annexe 4 pour le calcul du courant efficace en sortie du gradateur".

3.1.3 Déterminer l'expression du courant efficace I_{Reff} en fonction de $U_{e_{eff}}$, R_o , Φ et $K1$.

$$I_{Reff} = \sqrt{\frac{2}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\pi - \phi}^{\pi} \left[\frac{U_{e_{eff}} \cdot m \cdot \sqrt{2}}{R_o} \cdot \sin(\theta) \right]^2 \cdot d\theta} = I_{Reff} = \frac{U_{e_{eff}} \cdot m \cdot \sqrt{2}}{R_o} \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\phi - \frac{\sin(2 \cdot \phi)}{2} \right]}$$

$$\text{soit : } I_{Reff} = \frac{U_{e_{eff}} \cdot m \cdot \sqrt{2}}{R_o} \cdot f1(\phi)$$

3.1.4 Déterminer la valeur de la consigne numérique de phase N_Φ pour que l'intensité efficace du courant dans le fil à recuire soit de 1620 A.

$$f1(\phi) = \frac{R_o \cdot I_{Reff}}{U_{e_{eff}} \cdot m \cdot \sqrt{2}} = \frac{0,0272 \cdot 1620}{400 \cdot \frac{55}{400} \cdot \sqrt{2}} \approx 0,566 \Rightarrow \phi \approx 1,75 \text{ rd} \approx 92^\circ \quad (\text{solution graphique})$$

3.1.5 Déterminer la sensibilité de réglage $\sigma = \frac{\Delta I_{Reff}}{\Delta N_\Phi}$ (en A/LSB) du courant efficace dans le fil à recuire autour de ce point de polarisation de 1620 A.

$$\sigma = \frac{\Delta I_{Reff}}{\Delta N_\Phi} = \frac{U_{e_{eff}} \cdot m \cdot \sqrt{2}}{R_o} \cdot \frac{d[f1(\phi)]}{d\phi} \cdot \frac{d\phi}{dN_\Phi} = \frac{U_{e_{eff}} \cdot m \cdot \sqrt{2}}{R_o} \cdot f2(\phi) \cdot \frac{d\phi}{dN_\Phi}$$

$$\text{soit : } \sigma = \frac{400 \cdot \frac{55}{400} \cdot \sqrt{2}}{0,0272} \cdot 0,28 \cdot \frac{\pi}{2^{11}} \approx 1,23 \text{ A / LSB}$$

(solution graphique)

L'organisation fonctionnelle du circuit de commande de phase (MACH4-64/64) est représentée en annexe 5.

- La **fonction CC** (à concevoir) a pour rôle de capturer la consigne numérique de phase N_Φ conformément au protocole décrit précédemment.
- La **fonction VC** a quant à elle pour rôle de valider cette consigne, c'est-à-dire de la stabiliser sur ses sorties au front montant de CE. La description logique de cette fonction est donnée dans son intégralité en annexe 6. (Syntaxes : ET $\Leftrightarrow \&$; OU $\Leftrightarrow \#$; NON $\Leftrightarrow !$)
- Enfin la **fonction CPT** génère les deux impulsions de commande d'amorçage de TH1 et TH2. Cette fonction, également à concevoir, sera construite autour d'un compteur binaire 12 bits évoluant au rythme de l'horloge CLK2.

Ce compteur, capable de charger en mode parallèle synchrone au front montant de CLK2 la valeur de la consigne numérique N_Φ , génère les impulsions T1 et T2 (d'une durée d'une période de l'horloge CLK2) lorsqu'il atteint respectivement les valeurs binaires 1000 0000 0000 puis 0000 0000 0000.

3.1.6 Quelle doit être la fréquence du signal CLK2 pour que l'organisation proposée permette d'atteindre le but recherché ? On pourra prendre comme valeur de raisonnement une consigne de phase $\Phi = 100^\circ$.

$F(CLK2) = 2^{12} \cdot F(50Hz) = 4096 \cdot 50 = 204,8 \text{ KHz}$. En effet, le compteur 12 bits doit effectuer un cycle complet, soit 4096 impulsions de CLK2, à chaque période du secteur. Par exemple, pour un angle θ de 100° , on aura $N_\Phi = 2048 \cdot \frac{100}{180}$; 1138. Au début de la période, il est chargé à 1138. L'impulsion T1 est générée lorsqu'il arrive à 2048 (1000 0000 0000), donc au bout de $(2048 - 1138) \cdot \frac{1}{204800}$; 4,44 ms ce qui correspond effectivement à un angle de $\frac{(10 - 4,44)}{20} \cdot 360 = 100,08^\circ$. L'impulsion T2 est délivrée 2048 période d'horloge CLK2 plus tard, le compteur parvenant en fin de cycle et repassant à zéro, ce qui fait évidemment 10 ms.

3.1.7 Compléter la description logique de la fonction CC sur la feuille réponse FR2.

Cf. feuille réponse 2.

3.1.8 Compléter la description logique de la fonction CPT sur la feuille réponse FR3.

Cf. feuille réponse 3.

3.1.9 Le système ainsi conçu peut-il connaître des aléas de fonctionnement ? Justifiez votre réponse.

Tel que le système est conçu, un aléa de fonctionnement peut survenir si la validation de la consigne numérique de phase est simultanée au front montant de CLK2. Le gradateur est alors perturbé pour la période en cours mais son fonctionnement redevient normal aux périodes suivantes.

3.2 Mesure du courant de recuit.

Le « schéma fonctionnel » de la chaîne d'acquisition du courant de recuit est donné en feuille réponse FR4.

Le courant de recuit i_R est fourni par le secondaire d'un transformateur monophasé qui alimente le fil à

Recuire (se reporter à l'étude précédente : $R_0 = 0,0272\Omega$ à 600°C).

LE CAPTEUR

Les contraintes d'environnement du capteur de mesure déterminent son choix, l'on peut classer ces contraintes suivant trois paramètres :

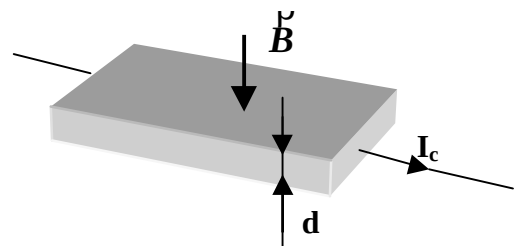
- Les paramètres électriques (type de courant à mesurer, plage de courant, signal de sortie, précision...),
- Les paramètres d'environnement (température de service, de stockage...),
- Les paramètres mécaniques (connexions électriques, fixations...).

La technologie retenue dans notre étude pour mesurer la valeur du courant de recuit est **un capteur de courant à effet**

« Hall » à boucle fermée.

Principe de l'effet « Hall ».

L'on considère une plaquette semi-conductrice d'épaisseur d , placée dans un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire à la plaquette et traversée par un courant de commande conformément à la figure ci-dessous.



3.2.1 K étant la constante de « Hall » pour le matériau étudié, et d l'épaisseur de la plaquette, justifier la relation suivante :

$$V_H = \frac{K}{d} I_c B = \lambda_1 B \text{ avec } \lambda_1 = 0.1 \text{ V.Tesla}^{-1}.$$

Situer la tension V_H sur la plaquette.

L'induction magnétique B exerce une force de Laplace perpendiculaire aux porteurs de charge en mouvement. Ceci provoque une variation du nombre de porteurs aux deux bords opposés de la plaquette, et il en résulte une différence de potentiel que l'on appelle : tension de Hall.

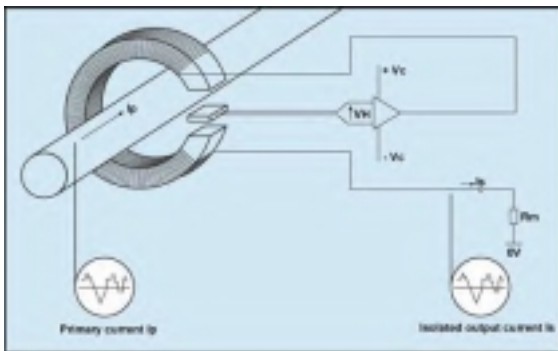
Capteur de courant à effet « Hall » à boucle fermée.

Ces capteurs à boucle fermée sont capables de mesurer avec une isolation galvanique, des courants de formes complexes. Ils se distinguent par :

- Une excellente précision,
- Une très bonne linéarité,
- Une faible dérive en température,
- Un temps de réponse court, et une bande passante élevée.

Structure interne d'un capteur à effet « Hall » à boucle fermée

Ces capteurs à boucle fermée sont aussi appelés « à compensation », ou « à flux magnétique nul », si l'on considère que



N_p = Nombre de spires au primaire.
 N_s = Nombre de spires au secondaire.
 I_p = Courant primaire.
 I_s = Courant secondaire.

l'enroulement N_s (traversé par le courant I_s), produit une force magnétomotrice de signe opposé à celle produite par l'enroulement primaire N_p (traversé par le courant I_p).

3.2.2 En négligeant la réluctance du circuit magnétique devant celle de l'entrefer (recevant l'élément semi-conducteur « Hall »), montrer que $V_H = \lambda_2 (N_p I_p - N_s I_s)$.

Calculer λ_2 , sachant que $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ et $e = 5 \text{ mm}$.

Donner la « dimension » de λ_2 (unité de mesure).

Loi d'Hopkinson : $N_p I_p - N_s I_s = R \phi$

$$R = R_{\text{fer}} + R_{\text{entrefer}} = R_{\text{entrefer}} \text{ (hypothèses).}$$

$$R \phi = H \cdot e = \frac{B}{\mu_0} e = \frac{V_H e}{\lambda_1 \mu_0}$$

$$V_H = (N_p I_p - N_s I_s) \frac{\lambda_1 \mu_0}{e}$$

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1 \mu_0}{e} = 21,1 \cdot 10^{-6} \Omega$$

Caractérisation du courant mesuré par le capteur.

La structure électronique interne (simplifiée) du capteur de courant est donnée en page suivante, il s'agit du capteur LEM LT2000-S.

Cette structure est un **générateur de courant**.

Remarques :

- Les résistances marquées d'un astérisque ne sont pas désignées, elles n'interviendront pas dans le calcul.
- Les courants I_1 et I_2 sont très inférieurs au courant I_s , ils seront donc négligés devant celui-ci.

- R_s est l'enroulement secondaire de compensation, sa valeur est 15Ω .
- R_m est la résistance de mesure.
- Les tensions d'alimentation V_C sont de $+15V$ et $-15V$ avec une tolérance de $\pm 5\%$.

3.2.3 Exprimer la relation entre le courant de mesure I_S et la tension V_H . (I_S courant traversant l'enroulement secondaire N_S). (On s'attachera en particulier à rechercher en premier lieu la relation entre le potentiel du point A et les tensions V_{S1} et V_H).

Pour l'ALI 1 : $e^+ = \frac{e_1}{3} = e^- = \frac{e_2 + V_{S1} + V_A}{3}$, avec $V_H = e_1 - e_2$

$$V_A = V_H - V_{S1}$$

Pour l'ALI 2 : $V_{S1} = r I_S - V_A$

$$I_S = \frac{V_H}{r}$$

3.2.4 A partir de la relation donnée à la question 3.2.2, ($V_H = \lambda_2(N_P I_P - N_S I_S)$) et du résultat précédent, exprimer le rapport $\frac{I_S}{I_P}$, donner sa valeur pour le capteur LEM LT 2000-S.

$$r I_S = \lambda_2 N_P I_P - \lambda_2 N_S I_S$$

$$\frac{I_S}{I_P} = \frac{\lambda_2 N_P}{r + \lambda_2 N_S}$$

pour le capteur LT2000-S, $K_N = 1/5000$

3.2.5 Exprimer et calculer la valeur maximale à donner à la résistance de mesure R_m pour rester dans une zone de fonctionnement linéaire. (Le constructeur impose une tension V_Q min $\approx +2,35V$.)
On donne $r=0,1\Omega$ et I_P max $\approx 3000A$.

$$V_C = V_Q + (r + R_s + R_m) I_S$$

$$r + R_s + R_m \max = \frac{V_C \min - V_Q \min}{I_S \max} = \frac{V_C \min - V_Q \min}{I_P \max} K_N$$

$$V_C \min = 15 - (15.0,05) = 14,25V$$

$$R_m \max = 4,83\Omega$$

3.2.6 Exprimer l'expression de la plage de tension mesurable en sortie du capteur. Calculer cette plage de tension si l'on considère une résistance de mesure R_m de $4,7\Omega$.

$$-R_m I_S \max \leq V_m \leq +R_m I_S \max$$

$$-2,82V \leq V_m \leq +2,82V$$

TRAITEMENT ET CONVERSION DE L'INFORMATION DELIVREE PAR LE CAPTEUR

On se reportera utilement à la feuille réponse 4 : chaîne d'acquisition de la valeur du courant de recuit.

La tension V_m délivrée par le capteur est l'image instantanée du courant de recuit. La connaissance de sa valeur moyenne permet au calculateur de réguler la température de recuit du fil. (Le passage de la valeur moyenne à la valeur efficace pour une consigne de phase donnée, se fera par le calculateur.).

Conversion Alternative / unidirectionnelle.

La mesure de la valeur moyenne du courant de recuit se fera à partir d'une conversion du signal issu du capteur en un signal unidirectionnel.

3.2.7. Analyser qualitativement et quantitativement le fonctionnement de la structure ci-dessous, représenter la fonction de transfert $V_0 = f(V_m)$.

$V_m > 0$: D_1 conduit et D_2 bloquée.

$$V_0 = \frac{R_1}{R} \frac{V_m}{2}$$

$V_m < 0$: D_2 conduit et D_1 bloquée.

$$V_0 = -\frac{R_1}{R} \frac{V_m}{2}$$

Fonction filtrage.

Le signal $V_0(t)$ obtenu en sortie de la structure précédente est filtré afin d'en extraire sa valeur moyenne. On rappelle que d'après le théorème de « Fourier », le signal $V_0(t)$ peut se mettre sous la forme :

$$V_0(t) = E + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \sin n\omega t + B_n \cos n\omega t$$

$$\text{Pour laquelle : } E = \frac{1}{T} \int_0^T V_0(t) d\omega t$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T V_0(t) \sin n\omega t d\omega t$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T V_0(t) \cos n\omega t d\omega t$$

On se situe dans le cas d'une **consigne de phase $\Phi = \pi$** .

3.2.8. Dans ces conditions ($\Phi = \pi$), calculer les termes de la décomposition de $V_0(t)$ en série de Fourier. On se limitera aux deux premiers harmoniques présents.

$$E = \frac{V_0 \max}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta = 2 \frac{V_0 \max}{\pi}$$

Remarque : La fonction étant paire, il n'y aura pas de termes en sinus dans la décomposition en série de Fourier.

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T V_0(t) \cos n\omega t d\omega t = \frac{4V_0 \max}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \cos n\theta d\theta$$

$$B_n = 2 \frac{V_0 \max}{\pi} \left[\frac{1}{n+1} \sin(n+1) \frac{\pi}{2} + \frac{1}{n-1} \sin(n-1) \frac{\pi}{2} \right]$$

$$B_1 = 0.$$

$$B_2 = \frac{4}{3} \frac{V_0 \max}{\pi}, B_3 = 0, B_4 = -\frac{4}{15} \frac{V_0 \max}{\pi}, B_5 = 0.$$

$$\text{Soit : } V_0(t) = \frac{2V_0 \max}{\pi} \left(1 + \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t \dots \right)$$

3.2.9. Dédurre de la question précédente (toujours pour $\Phi = \pi$), la valeur moyenne de $V_o(t)$ et l'amplitude maximale de son premier harmonique.

$$\text{Valeur moyenne de } V_o(t) = \frac{2V_o \max}{\pi}$$

$$\text{Amplitude de l'harmonique de rang 2 : } \frac{4V_o \max}{3\pi}$$

La fonction de filtrage employée, est organisée autour du circuit intégré LMF100 qui est un double filtre à capacités commutées.

L'on désire obtenir en sortie du filtre la tension $V'_o(t)$ représentant la valeur moyenne de $V_o(t)$.

3.2.10. En analysant la documentation constructeur fourni (extraits), indiquer le type de filtre à mettre en œuvre. On précisera en particulier :

- Le mode de configuration choisi.
- La fonction de transfert ainsi réalisée, en mettant en évidence l'expression du gain dans la bande passante, la fréquence de coupure et le coefficient de surtension.

Mode configuration 1a : Filtre passe-bas du deuxième ordre non inverseur.

$$\frac{V''_o}{V'_o} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{Q\omega_c} + \frac{(j\omega)^2}{\omega_c^2}} \text{ et } Q = \frac{R_3}{R_2} ; \omega_c = 2\pi f_c$$

$$\text{avec } f_c = f_0 \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)^2 + 1}}$$

$$f_0 = \frac{f_{CLK}}{100}$$

3.2.11. Compléter sur la feuille réponse FR4, la structure de la fonction filtrage ainsi choisi.

Se reporter à la feuille réponse 4.

3.2.12. Pour des raisons de précision sur la mesure, on choisit un coefficient de surtension Q voisin de 0,7. Justifier ce choix, en déduire la valeur de tous les composants mis en œuvre, ainsi que l'expression de la fréquence de coupure du filtre.

$Q = 0.7$ produit la réponse la plus plate possible dans la bande passante.

$$R_3 = 0,7 R_2$$

$$\text{Soit : } R_2 = 6,8 \text{ K}\Omega \text{ et } R_3 = 4,7 \text{ K}\Omega.$$

$$\text{De plus } f_c = f_0$$

3.2.13. Justifier la présence du filtre anti-repliement précédent le filtre à capacités commutées.

De part son principe, le filtre à capacités commutées effectue un échantillonnage à la fréquence f_{CLK} , pour certaines fréquences parasites il y a un risque de repliement dans le spectre utile.

Si l'on prend par exemple une fréquence d'échantillonnage de 10KHz, et un filtre de BP de 100Hz, et que l'on considère une fréquence parasite de 9,9KHz, la fréquence parasite repliée $(f_{CLK} - f_P) = 100\text{Hz}$ est susceptible d'altérer le signal traité.

Remède : Introduire un filtre passe-bas simple qui affaibli de manière suffisante le parasite à la fréquence f_P . (On choisit une fréquence de coupure pour ce filtre voisine de $f_{CLK}/2$).

Caractéristiques métrologiques de la chaîne d'acquisition.

Le signal $V''_o(t)$ obtenu en sortie de la fonction filtrage est numérisé afin d'être saisi par le calculateur gérant le processus de fabrication.

La structure retenue est organisée autour d'un convertisseur Analogique / Numérique unipolaire dialoguant en mode série avec le calculateur.

La chaîne d'acquisition de la valeur moyenne du courant de recuit est formée par la mise en cascade de différentes fonctions.

La relation idéale liant l'entrée à la sortie de la chaîne peut s'écrire :

$$N = \frac{G_C(\Phi)V_m}{q} \text{ ou } q \text{ représente le « quantum » du convertisseur.}$$

On se situe dans le cas d'un courant de recuit I_R maximum, soit 3000A pour le capteur étudié, ce courant sera obtenu pour une consigne de phase $\phi = \pi$. La qualité du recuit impose une erreur maximale de +/- 15A sur la valeur du courant de recuit. On considère que le budget des erreurs de la chaîne se limite aux imperfections de la fonction filtrage uniquement.

3.2.14. Exprimer le gain de conversion idéal $G_C(\phi = \pi)$ en fonction des éléments constitutifs de la chaîne.

$$G_C(\phi = \pi) = \frac{V_0}{V_m} \frac{V_0'}{V_0} \frac{V_0''}{V_0'} = \frac{R_1}{2R} 1 \frac{2}{\pi} = \frac{R_1}{\pi R}$$

3.2.15. Calculer le gain de conversion $G_C(\phi = \pi)$ permettant d'obtenir la dynamique maximale en entrée du convertisseur A/N. En déduire la valeur des résistances R_1 et R_2 de la fonction « conversion alternative / unidirectionnelle ».

$$V_0'' = \frac{R_1}{\pi R} \frac{R_m I_R \max}{K} = V_{ref}^+ = +5V$$

soit : $R = 4,7K\Omega$ et $R_1 = 26,18K\Omega$.

3.2.16. Déterminer le nombre de bits de conversion minimal que devra disposer le convertisseur utilisé (résolution).

On détermine le quantum à partir de la précision.

$$q = \frac{30}{3000} 4,7 \frac{3000}{5000} = 28,2mV$$
$$q \leq \frac{V_{ref}}{2^n} \Rightarrow n \geq \frac{\log \frac{V_{ref}}{q}}{\log 2} = 7,47$$
$$\Rightarrow n = 8$$

Les imperfections de la fonction filtrage conduisent à considérer en sortie de celle-ci, une ondulation résiduelle que l'on peut caractériser à partir de la décomposition en série de « Fourier » du signal $V_o(t)$.

3.2.17. Sachant que l'erreur maximale admissible en entrée du convertisseur doit être au plus de $\frac{1}{2}$ quantum, calculer la fréquence de coupure de la fonction filtrage.

Avant atténuation :

$$v_0'' \max = \frac{R_1}{2R} \frac{4}{3\pi} R_m \frac{I_R \max}{K} = 3,33V \text{ à la fréquence de } 100Hz.$$

$$\frac{1}{2} q = 14mV \Rightarrow 20 \log \frac{3330}{14} = 47dB$$

Il faudra donc au moins une atténuation de 47dB à la fréquence de 100Hz, soit un peu plus qu'une décade pour un ordre 2.

$$\text{soit } \Rightarrow f_c < 10Hz \Rightarrow f_c = 5Hz \text{ par exemple.}$$